PDECEM

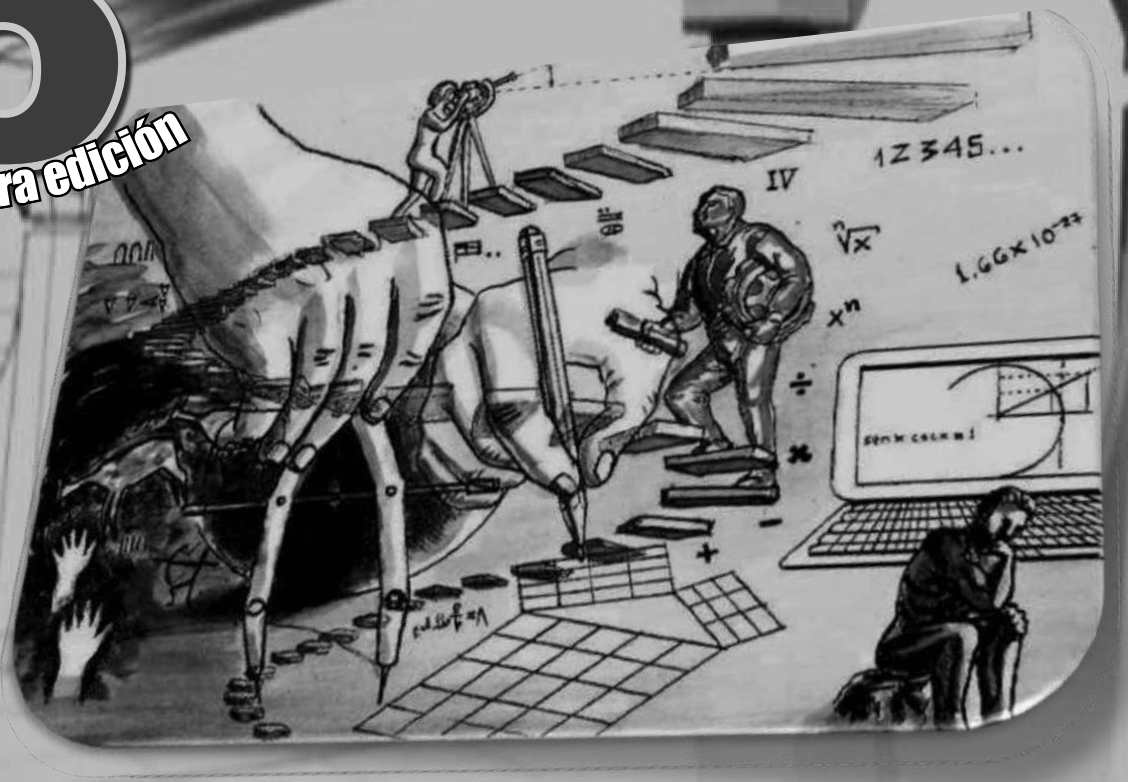
PROGRAMA DEMOCRÁTICO DE
EDUCACIÓN Y CULTURA PARA EL ESTADO
DE MICHOACÁN

Textos Básicos para Educación Primaria

Matemáticas

5

Tercera edición



LA BUENA EDUCACIÓN PARA EL BUEN VIVIR

Restituyendo la soberanía cultural y educativa

Libro de Texto Básico

Los Textos Básicos Alternativos, son una herramienta de trabajo elaborada por maestros michoacanos, para fortalecer la acción pedagógica, donde se forjan los perfiles de los seres humanos y se cultivan sus juicios: político, moral-politécnico, estético e intelectivo para una práctica socio-comunitaria culta y en una senda de liberación. Son materiales de consulta para quienes constituidos en sujetos cognoscentes colectivos, acuden tramos del cuerpo del conocimiento humano, como referentes teóricos, filosóficos y/o metodológicos para el desarrollo de los procesos investigativos áulicos, escolares y comunitarios. Estos materiales no son con fines de lucro, de tal suerte que atenidos al principio de conocimiento libre, han sido compilados los textos aquí impresos, para el noble fin de la Buena Educación para el Buen vivir.

Michoacán, México, Primer edición estatal: Agosto de 2014.

Michoacán, México, Segunda edición estatal: Agosto de 2015.

Michoacán, México, Tercera edición estatal: Agosto de 2017.

Programa Democrático de Educación y Cultura para el Estado de Michoacán (PDECEM).

Comité Ejecutivo de la Sección XVIII del SNTE.

Oficinas Sindicales: Libramiento Sur 5400, Morelia, Michoacán.

Coordinación de la edición: Comisión de Gestión Educativa.

Diseño de pintura de la portada: Santiago Esteban Sánchez Quiroz.

En la construcción de la Propuesta Alternativa, se reconoce la participación de Colectivos Pedagógicos de la Secciones Democráticas del País, artistas, intelectuales, investigadores y militantes de organizaciones sociales, comprometidos con la humanidad, con los derechos del pueblo, con la escuela pública y la lucha por la soberanía nacional y popular de nuestro México.

La publicación busca apegarse a las grandes definiciones que hemos adoptado a lo largo de más de cuatro décadas. Proceso en el cual definimos la defensa irrestricta de la escuela pública gratuita; la lucha por una educación integral, popular, humanista y científica; e inscribirnos en la lucha por un México con soberanía democrática y justicia social; por una buena educación y un SNTE democrático. Nuestros procesos de lucha siempre se han acompañado de la reflexión y debate de las ideas, la toma de posturas, la objeción fundamentada y la elaboración colectiva de propuestas autónomas. En ese marco, nuestros Cursos-Taller del Educador Popular y la sesiones de los Congresos de Educación y Cultura, son elementos nodales de la propuesta.

Llamamos a todos los Colectivos Pedagógicos a continuar la auto observación y la sistematización de la práctica docente, escolar y comunitaria, proceso con el cual renovamos la escuela pública y continuamos nuestra formación y construcción como educadores populares.

Prólogo 2017

Los Libros de Texto Básicos, son parte del programa alternativo que los maestros de México y en particular de Michoacán construimos desde hace más de 20 años, con el apoyo de múltiples colectivos de investigadores y artistas. Este modelo de educación popular cuenta con planes, programas, libros de texto alternativos, desde el nivel preescolar hasta secundaria; con paquetes de recursos didácticos, construidos en procesos colectivos de crítica, reflexión, argumentación, sistematización, elaboración socialización y puesta en práctica, en formas parcial e integral desde los programas: (Centros para el Desarrollo de la Creatividad, la Cultura, el Arte y el Deporte CDCCAD, Desarrollo Lingüístico Integral DLI, Escuelas Integrales de Educación Básica EIEB, Colectivos Pedagógicos CP, Colectivo de Sistematización y en miles de Escuelas de Educación Básica) y respaldado desde foros, asambleas, Plenos, Talleres del Educador Popular, seminarios y congresos populares de educación y cultura.

El PDECEM, es el proyecto de los trabajadores frente al modelo de educación neoliberal que pretende extinguir la escuela pública, negando el derecho a una educación gratuita, legalizando cuotas escolares, convirtiendo a todos los trabajadores de la educación en eventuales y empobreciendo al extremo programas de estudio y libros de texto. La reforma educativa, impone: a) la hipoteca de las escuelas (escuelas al CIEN); b) condiciona el ingreso, la promoción y la permanencia en el ejercicio docente a una prueba punitiva; c) impone un nuevo recorte a la carga horaria en educación secundaria y la desaparición de modalidades y subsistemas educativos; d) En el 2016 anunciaron un nuevo Modelo educativo, publicado en el Diario Oficial de la Federación en el 2017 los nuevos programas de estudio, los cuales intentaran implementar en el 2018.

Las reformas curriculares de la SEP son modelos educativos de la ignorancia, para formar una sociedad en muchos sentidos analfabeta, desconocedora de su historia, de sus derechos humanos, sin identidad y con pobre desarrollo cultural, sociedad que calle, obedezca, no proteste, acepte salarios miserables y malos gobiernos. Promueve la llamada “inteligencia emocional”, negando la posibilidad de un conocimiento científico y de todo principio o creencia política y/o social. Su llamada educación de “calidad” no se refiere a una mejor educación, sino a la instrucción en “competencias”, acientífica. Suprime la tradicional educación “bancaria”, mecánico-memorística, por la instrucción empirista-azarosa, que induce a buscar información en internet. Establece como fin, la formación de “capital humano”, Tiene como sustento la teoría de la complejidad de Edgar Morín cuya tesis principal es la indeterminación, la incerteza y en consecuencia el creacionismo. Plantea como un “error” de la humanidad caminar con certezas.

Ese modelo de educación busca que la población mexicana: a) no cuente con herramientas intelectuales suficientes para entender como en la prolongada crisis económica mundial, unos cuantos han multiplicado sus riquezas de forma escandalosa empobreciendo al extremo a los pueblos; b) acepte las reformas estructurales que cancelan los derechos humanos más elementales como el agua, el territorio, la alimentación, el trabajo, el salario y las energías; c) No proteste ante la privatización de sectores estratégicos e indispensables para el desarrollo nacional como el petrolero, el eléctrico, de telecomunicaciones, financiero, de salud y educación.

Nos planteamos que la educación que imparta el Estado debe tender a la formación de ciudadanos conscientes. Dicha facultad humana de entender, interpretar y transformar la realidad ha de descansar en la apropiación, dominio y manejo ético de las ciencias, las humanidades y las artes. La evaluación desde la educación popular es el acto de reconocer socialmente los avances en los distintos niveles del pensar, los grados de interpretación y comprensión del funcionamiento de los múltiples fenómenos, de sus causas, de sus procesos y sus efectos, no puede ser externa a los actores del proceso educativo; debe propiciar personas con un sentido común culto con criterio propio, reconocer los avances en la consciencia, ha de ser procesual, continua, contextual y formativa. Debe cubrir el desarrollo cognitivo y lingüístico, habilidades y actitudes adquiridas, articulando el diseño completo desde el Modelo Social, Educativo, Pedagógico y Didáctico, así como las planeaciones comunitaria, de perfiles humanos y pedagógicos.

El Modelo alternativo proyecta un México soberano para el buen vivir, la felicidad y la justicia. Forma niños y jóvenes con pleno desarrollo humano en su ser, pensar, hacer, sentir y decidir, cultos, de pensamiento libre, de acción colectiva, de compromiso patriótico y ética en favor de los derechos humanos y de la vida; ellos no son ni capital humano, ni máquinas vivientes. Desde el PDECEM nos asumimos parte de un movimiento pedagógico mexicano, latinoamericano y mundial, que busca trascender enfoques anteriores de la teoría educativa rescatando lo mas noble y avanzado de la educación popular y la dialéctica materialista.

PRÓLOGO

Los Libros de Texto Básicos Alternativos

El libro de texto representa en nuestro proyecto educativo una herramienta didáctica de singular importancia, pues se compilan textos referidos a los contenidos u objetos de estudio; se trata de brindar elementos teóricos básicos que le sirven al educando. Cumple también una función coordinadora que permite sistematizar todos los procesos educativos que el alumno va desarrrollando en la escuela.

Reconociendo estas funciones del libro de texto, los trabajadores democráticos del país nos autorizamos y asumimos el compromiso de elaborar nuestros propios libros de texto que respondan didáctica y pedagógicamente a nuestro Programa Democrático de Educación y Cultura para el Estado de Michoacán (PDECEM).

Los maestros democráticos hemos decidido apropiarnos de nuestra materia de trabajo. Editamos, por varios años para el Programa de Desarrollo Língüístico de Lectoescritura, nuestro propio libro de texto. Elaboramos el libro *Nuestra Historia* como material alternativo para enfrentar el modelo de la educación neoliberal que distorsiona la enseñanza de la historia.

MATEMÁTICAS

El proceso metodológico de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas es complejo porque carece de un cuerpo teórico como modelo didáctico propio.

Este proceso ha transitado anclado al ritmo y trascendencia de los modelos didácticos psicopedagógicos o “paradigmas” enfocados con fortaleza y dinamismo al proceso de enseñanza y aprendizaje general del conocimiento de las disciplinas académicas y formativas, además de permear la política educativa del país.

En la década de los 50’s a los 60’s predominó el modelo “tradicional”, en el cual, el “rol de docente” era transmisor verbal del conocimiento con métodos coercitivos; “el rol del alumno”, memorista, receptor y pasivo. La metodología del proceso de apredizaje iniciaba con al conceptualización temática, continuaba con la ejercitación y finalizaba con el examen. El análisis y la síntesis estaban ausentes, es decir, la inducción y deducción no eran importantes en la apropiación del conocimiento. El aprendizaje de las matemáticas no se ejercía a través de un proceso de razonamiento lógico. El principio sociológico sustentaba que “la educación era un privilegio de un reducido grupo social y que el desarrollo socioecónomico se alcanzaba con mano de obra barata”.

En las décadas de los 60’s a los 90’s trascendieron los modelos “conductistas”, los cuales ponderan la tecnología educativa y los procesos de condicionamiento operante. El modelo “cognoscitivista” cuyos creadores fueron: Brunner y Ausubel, en el cual el rol docente consiste en diseñar y dominar estrategias y experiencias didácticas, así como las otras disciplinas, el protagonista y expositor con autoridad se ostentaba en el “docente catedrático”, a pesar de estar auxiliando y apoyando con instrumentos y equipos tecnológicos, da cuenta, además que el desarrollo del conocimiento matemático en los niveles “medio superior” y “superior” sólo es de interés en un porcentaje mínimo de estudiantes cuya inclinación es la formación en profesiones afines.

Finaliza el s. XX e inicia el s. XXI y la política educativa se apropia del paradigma "constructivista" propuesto por Jean Piaget, en el cual se otorga un papel activo al alumno, quien deberá ser el constructor de sus conocimientos para alcanzar su aprendizaje significativo. El docente es promotor del desarrollo y de la autonomía cognitiva del educando.

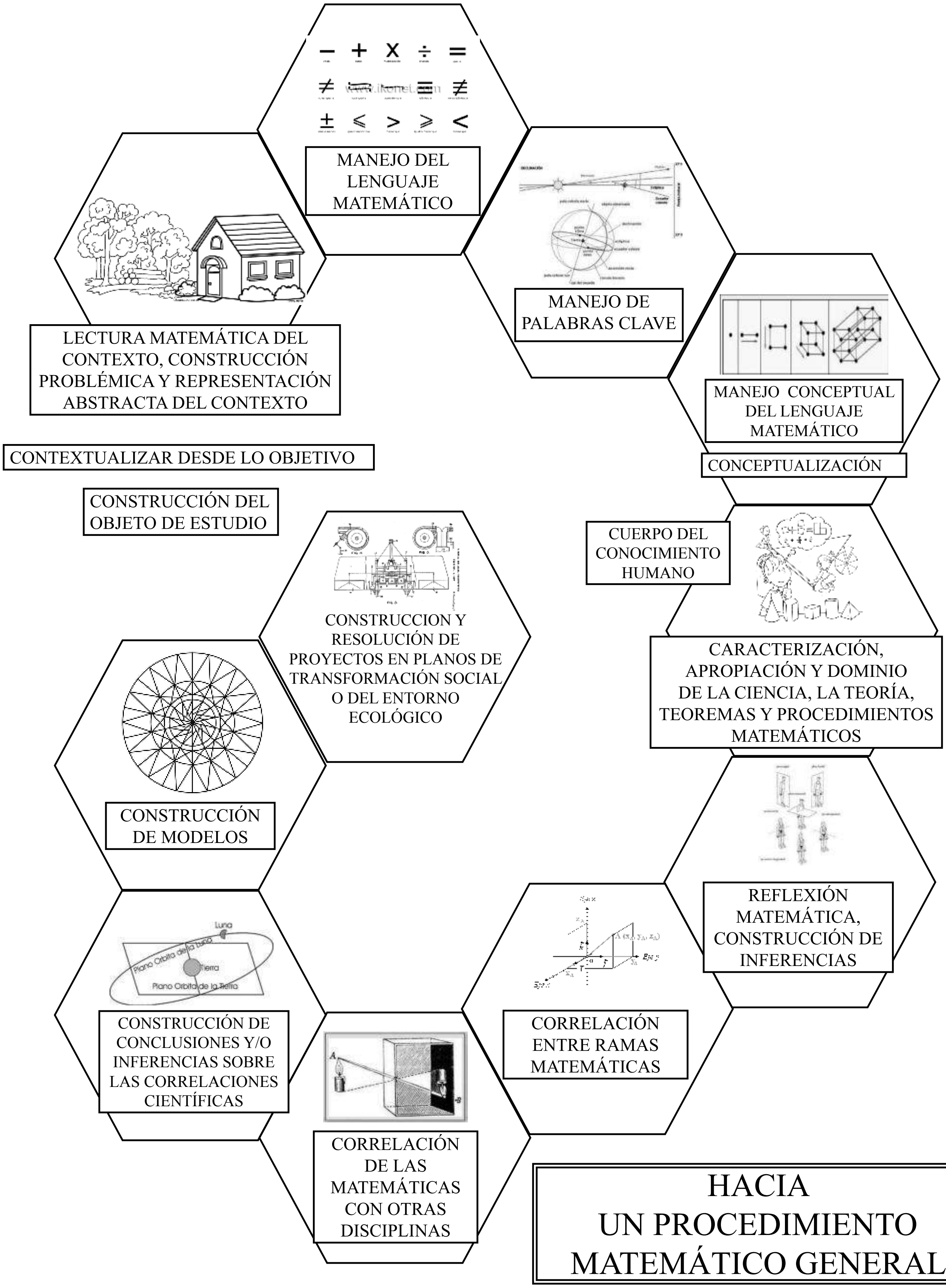
El conocimiento se origina en un proceso interaccionista dialéctico entre el sujeto y el objeto de conocimiento a través de instrumentos socioculturales denominados "herramientas psicológicas y/o procesos psicológicos superiores" (inducción, deducción, análisis, síntesis, etc.) y "signos" (lenguaje y comunicación). Este proceso dialéctico se ejerce en la escuela y la comunidad como medios socioculturales. Las matemáticas cobran relevancia al desarrollar estos procesos psicológicos superiores en los educandos, porque la dinámica que prevalece en su aprendizaje y comprensión está apoyada en estos elementos, además del razonamiento lógico, la inferencia y la argumentación.

Como una propuesta innovadora y revolucionaria el paradigma "sociocrítico" propone la formación de un sujeto crítico, reflexivo, consciente, emancipador y ético. Esta propuesta ha contribuido en los modelos de "escuelas integrales" donde se pondera la educación popular.

Profesor Félix Santiago Díaz

Telesecundarias

Colectivo democrático. Querétaro.



LECTURA MATEMÁTICA DEL CONTEXTO, CONSTRUCCIÓN PROBLÉMICA Y REPRESENTACIÓN ABSTRACTA DEL CONTEXTO

CONTEXTUALIZAR DESDE LO OBJETIVO

CONSTRUCCIÓN DEL OBJETO DE ESTUDIO

MANEJO DEL LENGUAJE MATEMÁTICO

MANEJO DE PALABRAS CLAVE

MANEJO CONCEPTUAL DEL LENGUAJE MATEMÁTICO

CONCEPTUALIZACIÓN

CUERPO DEL CONOCIMIENTO HUMANO

CARACTERIZACIÓN, APROPIACIÓN Y DOMINIO DE LA CIENCIA, LA TEORÍA, TEOREMAS Y PROCEDIMIENTOS MATEMÁTICOS

REFLEXIÓN MATEMÁTICA, CONSTRUCCIÓN DE INFERENCIAS

CORRELACIÓN ENTRE RAMAS MATEMÁTICAS

CORRELACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS CON OTRAS DISCIPLINAS

CONSTRUCCIÓN DE CONCLUSIONES Y/O INFERENCIAS SOBRE LAS CORRELACIONES CIENTÍFICAS

CONSTRUCCIÓN DE MODELOS

CONSTRUCCION Y RESOLUCIÓN DE PROYECTOS EN PLANOS DE TRANSFORMACIÓN SOCIAL O DEL ENTORNO ECOLÓGICO

HACIA UN PROCEDIMIENTO MATEMÁTICO GENERAL

ÍNDICE

ÍNDICE

ÍNDICE

ÍNDICE

MATEMÁTICAS

INTRODUCCIÓN

En toda la actividad humana interviene de algún modo el conocimiento matemático: desde la tarea cotidiana más elemental, como la que lleva a cabo el pastor que, aun sin conocer los números, sabe cuántas ovejas integran su rebaño, hasta los cálculos más complejos de la tecnología espacial, como los que realiza el científico para hacer que una nave llegue a los confines del sistema solar.

Las ideas y los conceptos matemáticos, incluso los más abstractos, no son sino resultado de la atenta observación de ciertos hechos de la realidad, en los que el hombre ha descubierto un orden y una regularidad inalterables: la sucesión del día y la noche, el cambio de las estaciones, el movimiento de los astros y otros; es decir, de lo que ha percibido a través de sus sentidos desde el inicio de su elevación como especie.

Uno de los objetivos del estudio de las matemáticas es que se convierta en una herramienta eficaz que permita expresar en términos cuantitativos ciertos fenómenos de la realidad física y social; es decir, un conjunto de métodos y un lenguaje simbólico que sirvan para organizar y expresar ideas de modo preciso. De la misma manera, la formación del razonamiento lógico matemático será la base del desarrollo intelectivo, a través del análisis de las relaciones entre el aspecto cualitativo de los fenómenos naturales, sociales y su dimensión cuantificable.

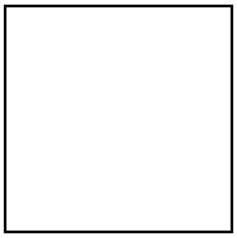
Para tal efecto, se propone realizar observaciones, experimentos y comparaciones, así como formular preguntas sobre la posición, las dimensiones y el movimiento de los objetos. Se espera que de este modo, los estudiantes adquieran conceptos, nociones y categorías sobre los fenómenos de la realidad, que en un momento determinado les sirvan de fundamento para obtener conclusiones aplicables a la solución de problemas de la vida cotidiana.

PRINCIPALES SÍMBOLOS QUE UTILIZAREMOS EN EL CURSO

Símbolo	Significado	Se lee
+	Suma	Más
-	Resta	Menos
×	Multiplicación	Por o Multiplicado por
÷	División	Entre
%	Porcentaje	Tanto por ciento
∈	Pertenece	Pertenece a
∉	No pertenece	No pertenece a
⊂	Subconjunto	Es subconjunto de
⊄	No es subconjunto	No es subconjunto de
⊃	Incluye	Incluye a
⊅	No incluye	No incluye a
=	Igual	Es Igual a o Igual a
≠	No es igual	No es igual a
≡	Idéntico	Es idéntico a
>	Mayor que	Es mayor que
≯	No es mayor que	No es mayor que
<	Menor que	Es menor que
≮	No es menor que	No es menor que
∡	Ángulo	Ángulo

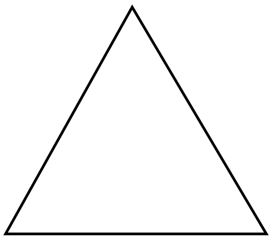
Símbolo	Significado	Se lee
°	Grados	Grados
Ø	Conjunto vacío	Conjunto vacío
N	Conjunto de los números naturales	Conjunto de los números naturales
Z	Conjunto de los números enteros	Conjunto de los números enteros
Q	Conjunto de números racionales	Conjunto de números racionales
U	Conjunto Universo	Conjunto Universo
∪	Unión	Unión
∩	Intersección	La intersección de
( )	Paréntesis	Entre paréntesis
[ ]	Corchetes	Entre corchetes
{ }	Llaves	Entre llaves
∥	Paralela	Es paralela a
⊥	Perpendicular	Es perpendicular a Son perpendiculares
$\overline{AB}$	Segmento de recta "AB"	La línea entre A y B
$\overleftrightarrow{AB}$	Recta "AB"	La línea infinita que pasa por A y B
$\overrightarrow{AB}$	Rayo "AB"	La línea que empieza en A, pasa por B y continúa
π	Pi	Pi
√	Raíz cuadrada	Raíz cuadrada de
≈	Es aproximadamente igual a	Es aproximadamente igual a

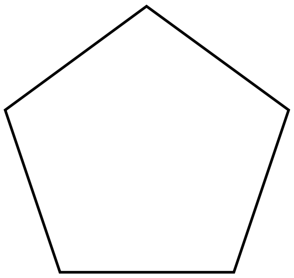
FIGURAS GEOMÉTRICAS

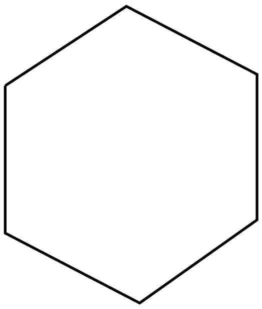

Cuadrado

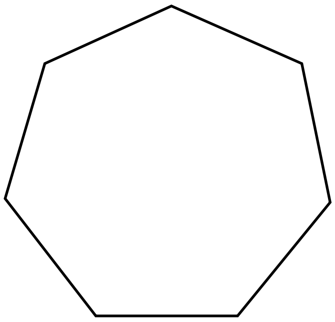

Rectángulo

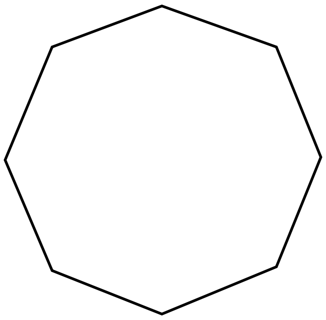

Trapecio

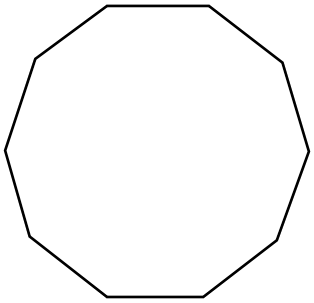

Triángulo

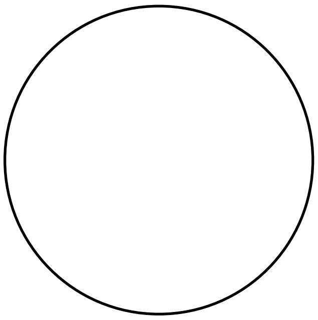

Pentágono

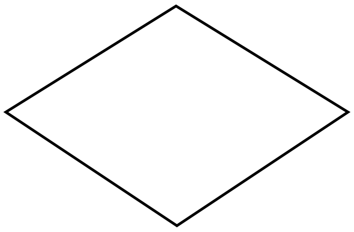

Hexágono


Heptágono


Octágono

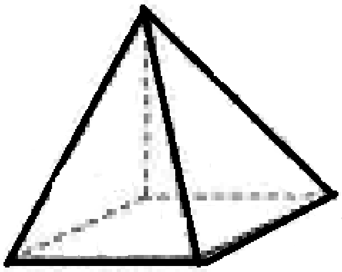

Decágono


Circunferencia

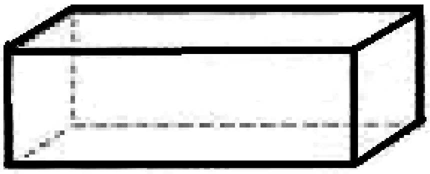

Rombo


Paralelogramo

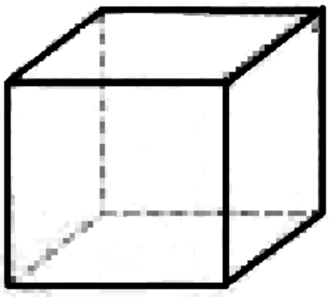
CUERPOS GEOMÉTRICOS



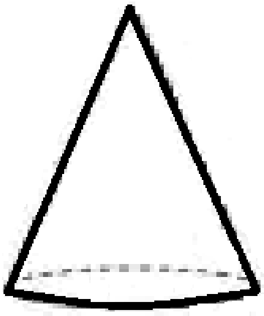
Pirámide



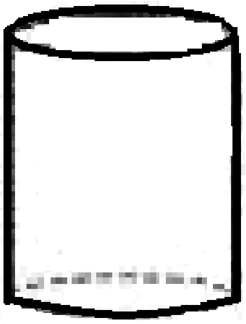
Prisma



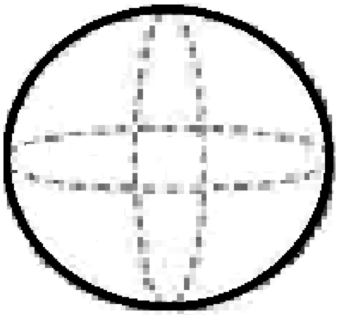
Cubo



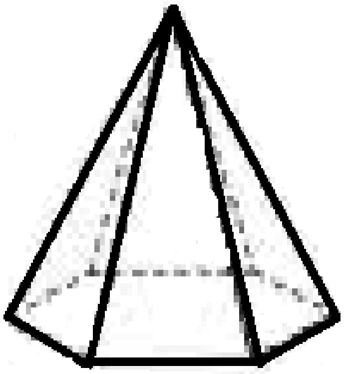
Cono



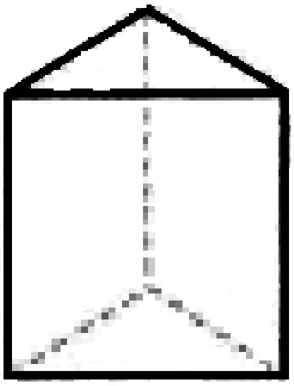
Cilindro



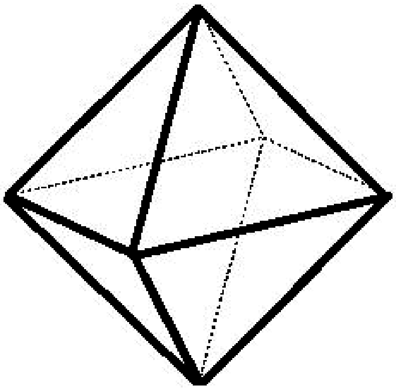
Esfera



Pirámide
hexagonal

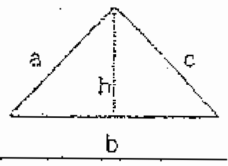
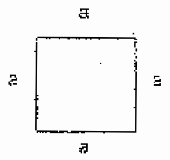
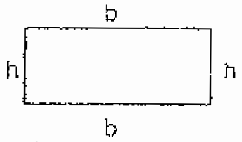
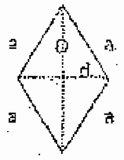
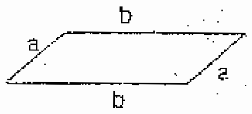
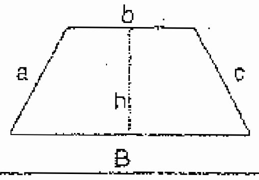
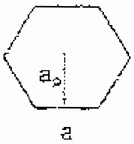
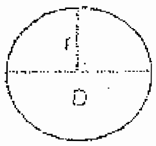


Prisma recto
triangular

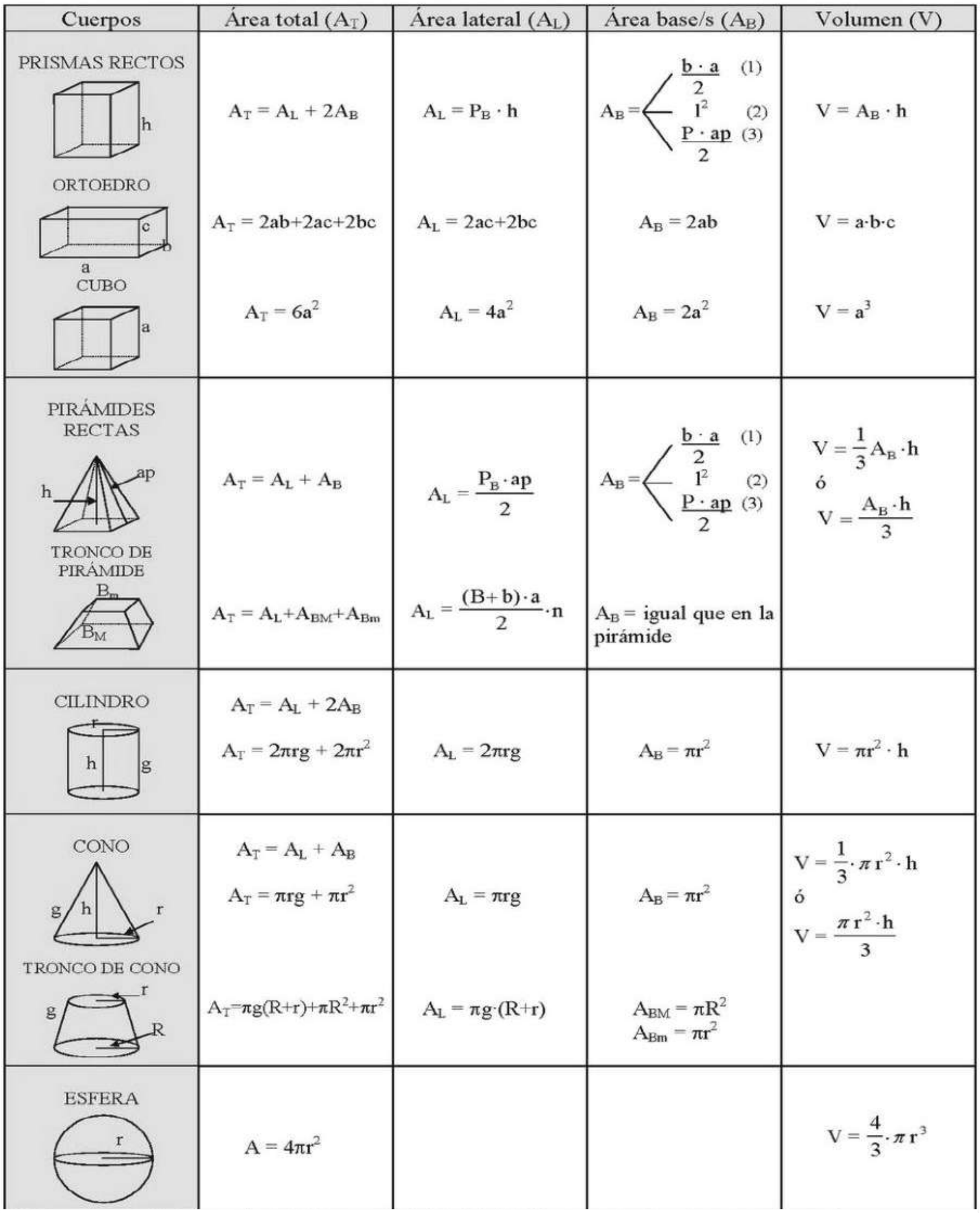


Octaedro

ÁREAS Y PERÍMETROS

IMAGEN DE LA FIGURA	NOMBRE	PERÍMETRO	ÁREA
	Triángulo	$P = a + b + c$ En donde P = Perímetro a, b, c son las medidas de los lados	$A = (bh)/2$ En donde A = Área b = base h = altura
	Cuadrado	$P = 4a$ En donde P = Perímetro a = lado	$A = a^2$ En donde A = Área a = lado
	Rectángulo	$P = 2(b + h)$ P = Perímetro b = base h = altura	$A = bh$ En donde A = Área b = base h = altura
	Rombo	$P = 4a$ En donde P = Perímetro a = lado	$A = (Dd)/2$ En donde A = Área D = Diagonal mayor d = diagonal menor
	Romboide	$P = 2(a + b)$ En donde P = Perímetro a = lado menor b = base	$A = (bh)$ En donde A = Área b = base h = altura
	Trapecio	$P = a + b + c + B$ En donde P = Perímetro a c son los lados no paralelos b = base menor B = Base mayor	$A = [(B + b)h]/2$ En donde A = Área B = Base mayor b = base menor h = altura
	Polígono Regular	$P = na$ En donde P = Perímetro n = número de lados a = lado	$A = [P(a_p)]/2$ En donde A = Área P = Perímetro a_p = apotema
	Círculo	$P = \Pi D$ En donde P = Perímetro Π = número de veces que cabe el diámetro alrededor de la circunferencia D = Diámetro	$A = \Pi r^2$ En donde A = Área Π = número de veces que cabe el diámetro alrededor de la circunferencia r = radio

VOLÚMENES



Cuerpos	Área total (A_T)	Área lateral (A_L)	Área base/s (A_B)	Volumen (V)
PRISMAS RECTOS	$A_T = A_L + 2A_B$	$A_L = P_B \cdot h$	$A_B = \begin{cases} \frac{b \cdot a}{2} & (1) \\ 1^2 & (2) \\ \frac{P \cdot ap}{2} & (3) \end{cases}$	$V = A_B \cdot h$
ORTOEDRO	$A_T = 2ab+2ac+2bc$	$A_L = 2ac+2bc$	$A_B = 2ab$	$V = a \cdot b \cdot c$
CUBO	$A_T = 6a^2$	$A_L = 4a^2$	$A_B = 2a^2$	$V = a^3$
PIRÁMIDES RECTAS	$A_T = A_L + A_B$	$A_L = \frac{P_B \cdot ap}{2}$	$A_B = \begin{cases} \frac{b \cdot a}{2} & (1) \\ 1^2 & (2) \\ \frac{P \cdot ap}{2} & (3) \end{cases}$	$V = \frac{1}{3} A_B \cdot h$ ó $V = \frac{A_B \cdot h}{3}$
TRONCO DE PIRÁMIDE	$A_T = A_L + A_{BM} + A_{Bm}$	$A_L = \frac{(B+b) \cdot a}{2} \cdot n$	A_B = igual que en la pirámide	
CILINDRO	$A_T = A_L + 2A_B$ $A_T = 2\pi rg + 2\pi r^2$	$A_L = 2\pi rg$	$A_B = \pi r^2$	$V = \pi r^2 \cdot h$
CONO	$A_T = A_L + A_B$ $A_T = \pi rg + \pi r^2$	$A_L = \pi rg$	$A_B = \pi r^2$	$V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot h$ ó $V = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3}$
TRONCO DE CONO	$A_T = \pi g(R+r) + \pi R^2 + \pi r^2$	$A_L = \pi g \cdot (R+r)$	$A_{BM} = \pi R^2$ $A_{Bm} = \pi r^2$	
ESFERA	$A = 4\pi r^2$			$V = \frac{4}{3} \cdot \pi r^3$

(1) Base triangular (b=base, a=altura). (2) Base cuadrada (1= lado). (3) Polígono regular (P=perímetro, ap=apotema).

TABLAS DE MEDIDAS

LONGITUD	
Sistema métrico	Sistema inglés
10 milímetros = 1 centímetro	25 centímetros = 1 pulgada
10 centímetros = 1 decímetro	30.48 centímetros = 1 pie (25 pulgadas)
10 decímetros = 1 metro	91.44 centímetros = una yarda (3 pies)
1,000 metros = un kilómetro	16,093 kilómetros = 1 milla

PESO	
Sistema métrico	Sistema inglés
1,000 miligramos = 1 gramo	16 onzas = 1 libra
1,000 gramos = 1 kilogramo	100 libras = 1 quintal
1,000 kilogramos = 1 tonelada métrica	2,000 libras = 1 tonelada corta

CAPACIDAD	
Sistema métrico	Sistema inglés
1,000 mililitros = 1 litro	2 pintas = 1 cuarto
10 litros = 1 decalitro	4 cuartos = 1 galón
	1 galón = 3,785 litros

TIEMPO	
60 segundos = 1 minuto	52 semanas = 1 año
60 minutos = 1 hora	12 meses = 1 año
24 horas = un día	365 días = 1 año
7 días = 1 semana	366 días = 1 año bisiesto

TABLA DE CONVERSIONES Y MEDIDAS

TABLA DE CONVERSIÓN DE MEDIDAS DEL SISTEMA ANGLO-AMERICANO AL SISTEMA MÉTRICO DECIMAL.

MEDIDAS LINEALES

1 milla	=	1609.35 m	1m	=	0.0006214 milla
1 furlong	=	201.1644 m	1m	=	0.004971 furlong
1 pole	=	5.029 m	1m	=	0.19885 pole
1 yarda	=	0.9144 m	1m	=	1.0936 yardas
1 pie	=	0.3048 m	1m	=	3.2808 pies
1 pulgada	=	0.0254 m	1m	=	39.37 pulgadas

MEDIDAS SUPERFICIALES

1 milla^2	=	2589900 m^2	1m^2	=	0.0000003861 milla^2
1 acre	=	4046.8 m^2	1m^2	=	0.0002471 acre
1 rod^2	=	25.293 m^2	1m^2	=	0.03954 rod^2
1 yarda^2	=	0.8361 m^2	1m^2	=	1.196 yardas^2
1 pie^2	=	0.0929 m^2	1m^2	=	10.7638 pies^2
1 pulgada^2	=	0.000645 m^2	1m^2	=	1550 pulgadas^2

MEDIDAS CÚBICAS

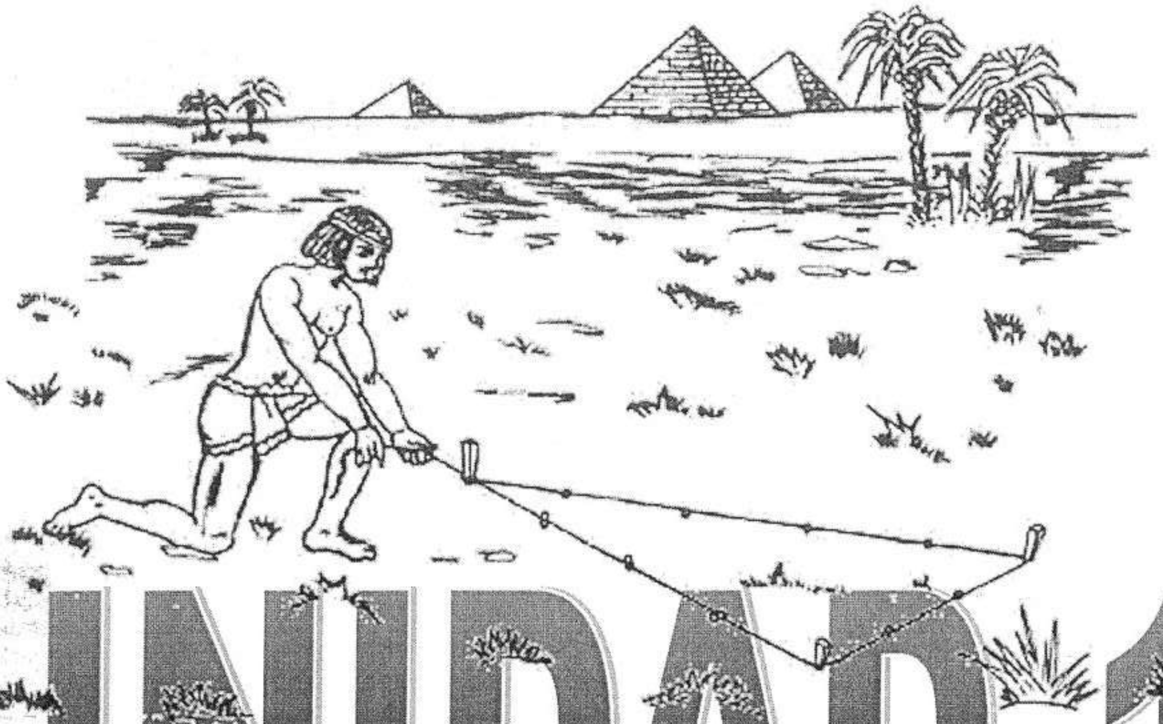
1 cord	=	2589900 m^3	1m^3	=	0.276 cord
1 yarda^3	=	4046.8 m^3	1m^3	=	1.308 yarda^3
1 pie^3	=	25.293 m^3	1m^3	=	35.3145 pie^3
1 pulgada^3	=	0.8361 m^3	1m^3	=	61012.81 pulgada^3

MEDIDAS DE CAPACIDAD

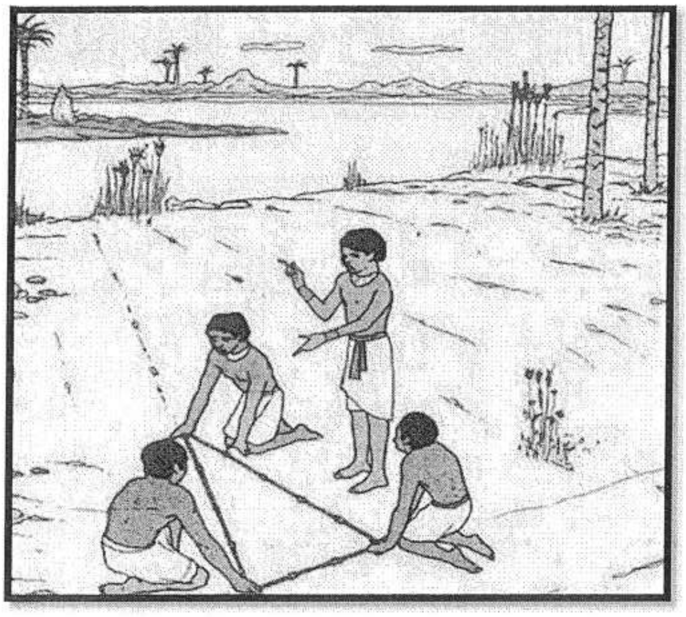
PARA LÍQUIDOS					
1 galón U.S.	=	3.7854 litros	1litro	=	0.26418 galón U.S.
1 cuarto U.S.	=	0.94636 litros	1litro	=	1.05671 cuarto U.S.
1 pinta U.S.	=	0.47312 litros	1litro	=	2.11345 pinta U.S.
1 gill U.S.	=	0.11828 litros	1litro	=	8.4538 gill U.S.
PARA ÁRIDOS					
1 bushel U.S.	=	35.237 litros	1litro	=	0.02838 bushel U.S.
1 peck U.S.	=	8.80925 litros	1litro	=	0.1135 peck U.S.
1 cuarto U.S.	=	1.10012 litros	1litro	=	0.908 cuarto U.S.

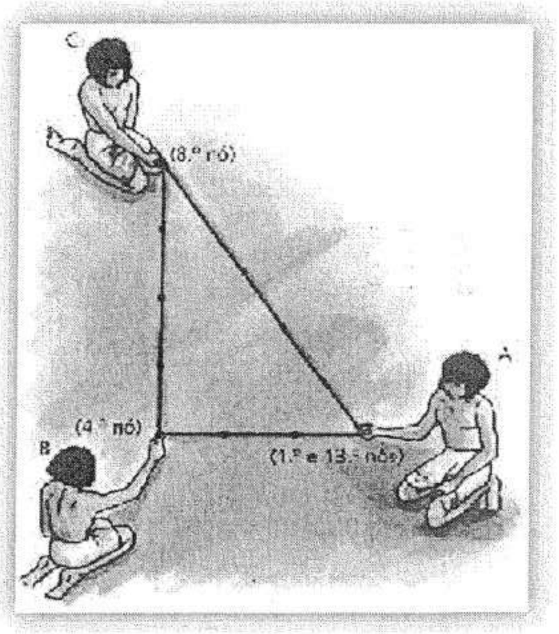
MEDIDAS DE PESO

1 tonelada U.S.	=	907.18 kg	1kg	=	0.00110232 tonelada U.S.
1 quintal U.S.	=	45.359 kg	1kg	=	0.0220463 quintal U.S.
1 libra U.S.	=	0.45359 kg	1kg	=	2.2046 libra U.S.
1 onza U.S.	=	0.023849 kg	1kg	=	35.2736 onza U.S.



UNIDAD 1





LA ALIMENTACIÓN EN EL ESTADO

UNIDAD 1

Palabras y conceptos

EJE TEMÁTICO	PALABRAS CLAVE	CONCEPTO
LÓGICA Y CONJUNTOS	• Conjunto • Elemento • Razón • Subconjunto • Disjunto	**Conjunto:** Llamamos conjunto a una colección de objetos y a los objetos que lo forman se les llama elementos del conjunto. **Subconjunto:** Conjunto de elementos que tienen las mismas características y que está incluido dentro de otro conjunto más amplio.
ARITMÉTICA	• Separar • Repartir • Óbelo • Coma • Equivalente	**Separar:** Formar grupos con elementos iguales o parecidos que antes estaban mezclados con otros. **Equivalente:** Que mantiene una relación de equivalencia con otra cosa.
GEOMETRÍA	• Diámetro • Prisma • Pirámide • Cilindro • Prisma	**Diámetro:** Una línea recta que pasa a través del centro de un círculo conectando dos puntos de la circunferencia. **Prisma:** Un prisma recto es un prisma en el que los bordes de unión y las caras son perpendiculares a las caras de la base.
ÁLGEBRA	• Álgebra • Expresión • Literal • Representación • Ecuación	**Álgebra:** Es la rama de las matemáticas que estudia las propiedades de los números reales a través de su abstracción en formas de polinomios y funciones. **Ecuación:** Es una expresión entre dos expresiones algebraicas, es decir, una combinación de símbolos matemáticos.
MEDICIÓN	• Barómetro • Simple • Nivel • Dúo • Descuento	**Bárometro:** Instrumento para medir la presión atmosférica; el más común mide las variaciones de la presión atmosférica por las deformaciones que experimenta una cajita metálica de tapa flexible, en cuyo interior se ha hecho el vacío, "un barómetro de mercurio. El barómetro fue inventado en el siglo XVII por Torricelli". **Descuento:** Cantidad que se descuenta, "el precio final es el precio de venta al público menos un descuento del 30 %'.
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA	• Media • Promedio • Suceso • Nominal • Ordinal	**Media:** La media estadística se usa en estadística para dos conceptos diferentes aunque numéricamente similares: la media muestral, que es un estadístico que se calcula a partir de la media aritmética de un conjunto de valores de una variable aleatoria. La media poblacional, valor esperado o esperanza matemática de una variable aleatoria. **Promedio:** Punto en que algo se divide por mitad o casi por la mitad.

UNIDAD 1

E.T. LÓGICA Y CONJUNTOS

El pensamiento verdadero

I. Distinguir entre pensamiento verdadero, falso, correcto e incorrecto.

a) El pensamiento verdadero es el que se entiende con más facilidad, es el que está de acuerdo con la realidad. Por ejemplo: Si yo pienso que este mes es septiembre y efectivamente este mes es septiembre, entonces es un pensamiento verdadero porque concuerda con la realidad.

b) El pensamiento falso es todo lo contrario con el pensamiento verdadero, eso quiere decir que no concuerda con la realidad. Por ejemplo: si yo pienso que el año sólo tiene 10 meses, es un pensamiento falso, porque no concuerda con la realidad, el año tiene 12 meses.

c) El pensamiento correcto es el que está de acuerdo con las leyes de la razón, el que es congruente consigo mismo. El que respeta las normas de su estructura. Por ejemplo: si definimos la virtud como un hábito bueno, no sólo lo que dices es correcto, sino que también es verdad.

d) El pensamiento incorrecto es que el no está de acuerdo con las leyes de la razón, es el que aunque exprese una gran verdad no es congruente.

e) El pensamiento verdadero correcto es el que está de acuerdo con la realidad y con la razón, respetando las leyes del pensamiento.

Carácter de juicio

Los juicios y las inferencias son las **formas elementales** en que se manifiestan el proceso de pensar, examinando desde el punto de vista de la ciencia lógica.

Todos los pensamientos, en tanto que reflejos mentales de la realidad objetiva, se refieren a los procesos, a sus propiedades y a sus relaciones objetivamente existentes. La referencia concreta de un pensamiento dado a cualquier aspecto o aspectos de la realidad objetiva constituyen su **contenido**.

En cuanto a las formas bajo las cuales tiene lugar el proceso del pensar, si los conceptos son caracterizados porque identifican a su objeto y sintetizan los conocimientos logrados acerca del mismo, los juicios son la forma lógica que utilizamos para expresar un conocimiento cierto probable por medio de **la relación entre dos conceptos**, que se determinan mutuamente en la relación judicativa. En cuanto a las inferencias, son las formas del pensar bajo las cuales se manifiesta la operación mental de lograr un conocimiento nuevo a partir de conocimientos ya adquiridos con la finalidad de someterlo a la comprobación práctica y experimental.

La **determinación mutua** de los **términos** del juicio es la esencia del juicio desde el punto de vista gnoseológico. La lógica formal expresa este hecho al considerar que la propiedad distintiva del juicio es su **carácter atributivo**, **enunciativo** o **aseverativo**, el cual consiste en **afirmar o negar algo**, para usar la expresión de aristotélica. Por tanto desde el punto de vista formal, la **naturaleza** del juicio, que es la expresión inmediata de la identidad y la diferencia entre las clases representadas en los conceptos relacionados en el mismo, se expresa dialécticamente bajo dos formas que al mismo tiempo que se excluyen son complementarias recíprocamente. En consecuencia, los juicios, por su cualidad, se dividen en afirmativos y negativos.

Tanto en los juicios afirmativos como en los juicios negativos se expresa la identidad y la diferencia entre las clases de procesos, de propiedades o de relaciones objetivas a las que se refieren los conceptos relacionados en un juicio concreto. Sin embargo la manera como la identidad y la diferencia constituyen el contenido determinante del juicio, es distinta en cada una de estas dos clases de juicios.

El juicio afirmativo se refiere expresamente a la identidad y de modo implícito contiene también la diferencia. Por ejemplo al afirmar que "esta rosa es blanca", identificamos a la rosa como un elemento de la clase de los objetos blancos. al mismo tiempo que la diferenciamos de la clase de objetos no blancos.

El juicio negativo, por el contrario, expresa explícitamente la diferencia y lleva explícitamente la diferencia y lleva implícita a la identidad. Al decir que "esta rosa no es roja", estamos diferenciado de manera directa a la rosa de la clase de los objetos rojos, pero implícitamente queda identificada esta rosa con la clase de los objetos no rojos.

UNIDAD 1

E.T. ARITMÉTICA

Números de hasta seis cifras

Valor de posición

Las cifras tienen también un valor de posición según el lugar que ocupan en una cantidad.

MILLONES						SIMPLES					
Centena de millar	Decena de millar	Unidad de millar	Centena	Decena	Unidad	Centena de millar	Decena de millar	Unidad de millar	Centena	Decena	Unidad
			1	4	8	3	9	4	5	3	2
			3	8	4	1	2	0	1	3	5
			2	4	8	9	4	3	3	8	6

En el número 148, 394, 532 el 2 vale 2 unidades.

2 X 1 = 2

En el número 384, 120, 135 el 2 vale 2 decenas de millar.

2 X 10, 000 = 20, 000

En el número 248, 943, 386 el 2 vale 2 centenas de millón.

2 x 100, 000, 000 = 200, 000, 000

Recuerda que para leer o escribir una cantidad, deben separarse sus cifras en grupos de tres, de derecha a izquierda, correspondiendo los dos primeros grupos de la derecha al de las unidades simples, los dos siguientes al de los millones, etc. Por ejemplo:

MILLONES						SIMPLES					
Centena de millar	Decena de millar	Unidad de millar	Centena	Decena	Unidad	Centena de millar	Decena de millar	Unidad de millar	Centena	Decena	Unidad
3	8	9	7	0	4	2	1	6	5	8	9

La cantidad anterior se lee: trescientos ochenta y nueve mil setecientos cuatro millones, doscientos dieciséis mil quinientos ochenta y nueve; y se escribe así: 389, 704, 216, 589.

UNIDAD 1

E.T. ARITMÉTICA

Números de hasta seis cifras

COMPLETA

1. En el número 5, 843, 927, el 4 tiene un valor propio de cuatro y un valor de posición de cuatro decenas de millar, es decir:

4 x 10, 000 = 40, 000

2. En el número 14, 895, 327, el 1 tiene un valor propio de ___________ y un valor de posición de_____________ o sea, 1 x_______________=________________________

3. En el número anterior, el 9 tiene un valor propio de_______________ y un valor de posición de_________________

O sea, 9 X__________________=_______________________

4. En el número 185, 342 ,127, el 3 tiene un valor propio de_______________ y un valor de posición de_____________

o sea, 3 X______________________=__________________________

5. En el número anterior, el 8 tiene un valor propio de_______________ y un valor de posición de_______________

o sea, 8 X________________________=______________________________

6. En el número 943, 786, 843, el 9 tiene un valor propio de_________________ y un valor de posición de___________

o sea, 9 X_________________________=_______________________________

7. En el número anterior, el 6 tiene un valor propio de___________________y un valor de posición de______________

o sea, 6 x__________________________=______________________________

8. Marca con una cruz el número en el que el 4 ocupa el lugar de las decenas simples:

384, 143 2, 143, 896 13, 482, 123, 832

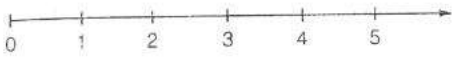
9. Marca con una cruz el número en el que el 7 ocupa el lugar de las centenas de millar:

3, 184, 736, 243 6, 785, 146, 906 3, 843, 712

La recta numérica

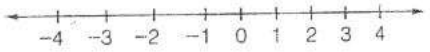
Recta numérica

La *recta numérica*, a la que también se le llama *eje numérico*, es un segmento de recta dividido en partes iguales señaladas con pequeñas rayas verticales, a cada una de las cuales se hace corresponder un número, de manera ordenada. Es usual escribir el número cero en el extremo izquierdo de la recta para señalar el punto de partida, y trazar una punta de flecha en el otro extremo para indicar que la recta es infinita, así como el sentido en que se ordenan los números. He aquí un ejemplo:



El empleo de rectas numéricas en los distintos grados de la educación primaria se ha vuelto un importante recurso de enseñanza, ya que por medio de él los maestros no sólo consiguen que los niños aprendan a contar, sino también a efectuar operaciones aritméticas —tanto con números enteros como con números fraccionarios— de una manera muy parecida a un juego. Es por ello conveniente que los padres de familia conozcan también este valioso recurso.

Números enteros en la recta numérica. Podemos representar en una recta numérica el conjunto de los números enteros, tanto los positivos como los negativos. El número cero, que no es positivo ni negativo, señala el punto medio de la recta:

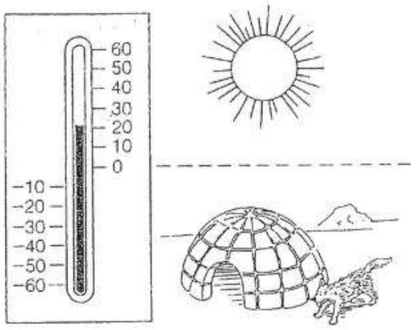


Los números positivos, que se escriben sin el signo + antepuesto, se ordenan a la derecha del cero, mientras que los negativos, a los que sí hay que anteponer el signo −, se ordenan a la izquierda. Observe usted que el extremo izquierdo de la recta termina en punta de flecha, lo que indica que en ese sentido la recta también es infinita.

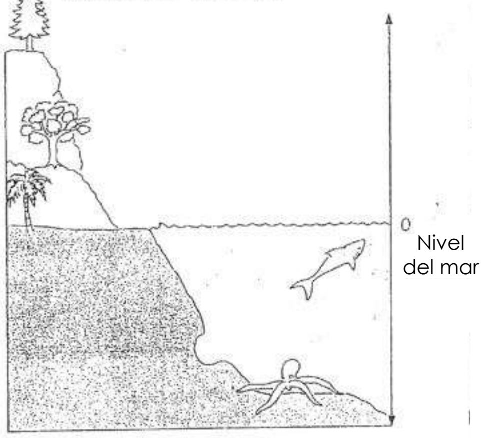
En una recta numérica, cada número es *mayor* que cualquiera de los números situados a su *izquierda*, y menor que cualquiera de los situados a su *derecha*. Esto se aplica también al cero y a los números negativos; por ejemplo, −2 es menor que 0 porque éste está situado a su derecha, pero es mayor que −5 porque éste está ubicado a su izquierda. Esta norma es importante para poder realizar operaciones aritméticas en la recta numérica, como se demuestra en la sección **Algoritmos** de este mismo capítulo.

La recta numérica de números enteros, trazada en posición vertical, tiene muchas aplicaciones en instrumentos, mediciones y gráficas. He aquí unos ejemplos elocuentes:

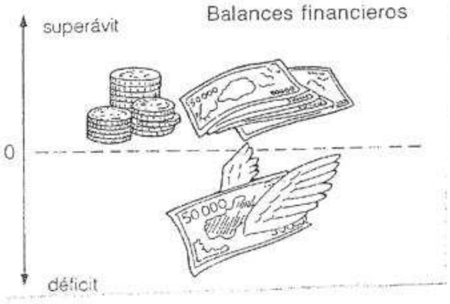
Medición de temperaturas



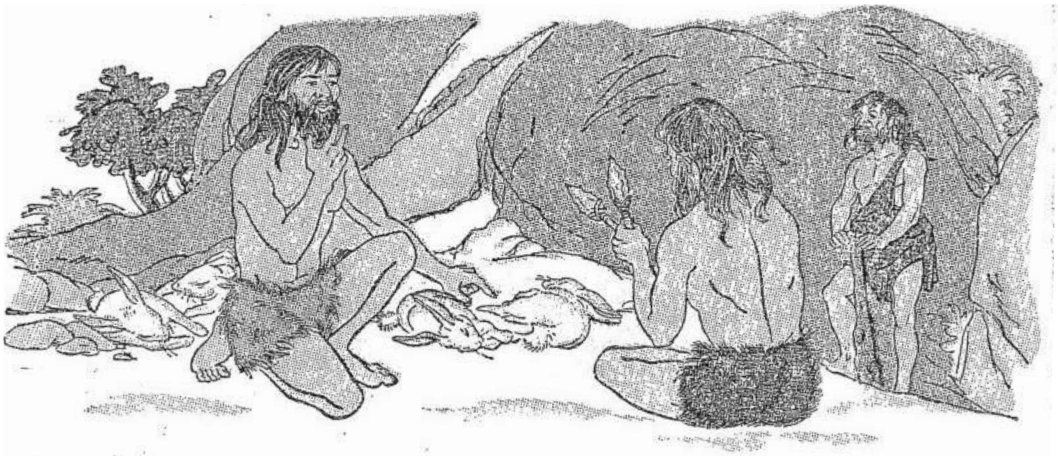
Medición de altitud y profundidad



Balances financieros



Operaciones con números enteros positivos



SUMA Y RESTA CON NÚMEROS ENTEROS

Desde los albores de la civilización, los hombres, impelidos por la necesidad, aprendieron a **sumar**, a **restar**, a **multiplicar**, y aun a **dividir**, con números sencillos.

El hombre primitivo necesitaba saber cuántos animales cazaba, digamos en 4 días; cuántos consumía; cuántos más necesitaba aún cazar; cuántas personas podían alimentarse con una pieza determinada, etc. También tuvo que aprender a calcular lo que tenía que recibir a cambio de lo que daba; así, por ejemplo, si por una liebre recibía 2 puntas de flecha, y necesitaba 10 puntas de flecha, debía tener 5 liebres para poder efectuar la operación.

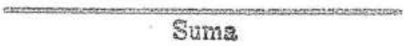
Como repaso de lo que hemos aprendido en años anteriores, vamos a referirnos a cada una de las operaciones fundamentales.

SUMA O ADICIÓN

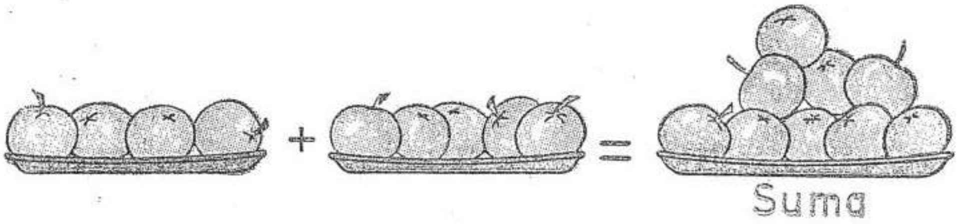
Se llama **suma** o **adición** a la operación que tiene por objeto reunir en uno solo varios conjuntos de una misma especie.

Ejemplos:

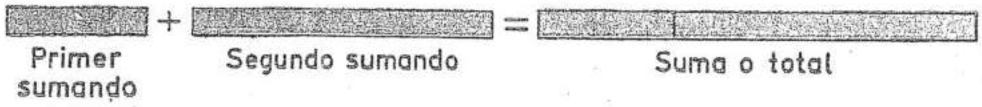
1. Se tienen dos segmentos de recta: 

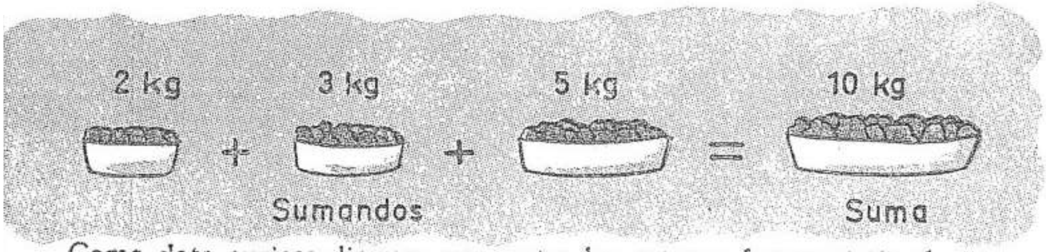
Su suma será el segmento: 

2. En un plato hay 4 naranjas, y, en otro, 5; si se juntan habrá 9 naranjas, que es la suma de 4 y 5 naranjas.

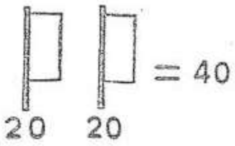


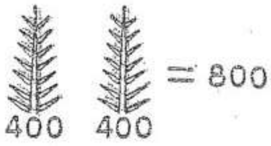
Las cantidades que se suman se llaman **sumandos**; el resultado, **suma** o **total**, y el signo, que indica que van a sumarse esas cantidades, es + y se lee **más**.





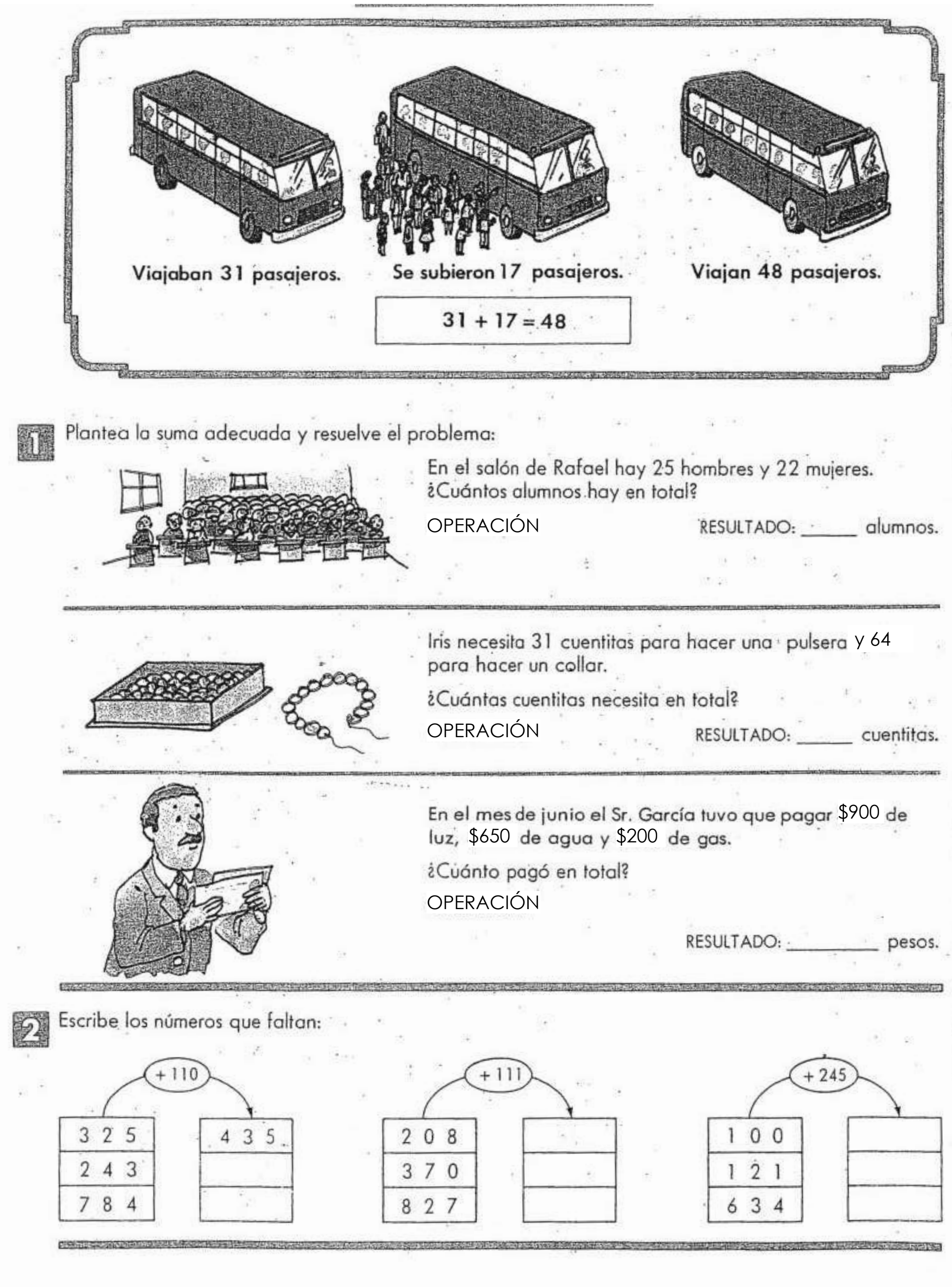
Como dato curioso diremos que, entre los aztecas, la repetición de un número indicaba suma. Así:





Adición y sustracción con enteros positivos

Suma



Viajaban 31 pasajeros. Se subieron 17 pasajeros. Viajan 48 pasajeros.

31 + 17 = 48

1 Plantea la suma adecuada y resuelve el problema:

En el salón de Rafael hay 25 hombres y 22 mujeres. ¿Cuántos alumnos hay en total?

OPERACIÓN

RESULTADO: ______ alumnos.

Iris necesita 31 cuentitas para hacer una pulsera y 64 para hacer un collar.

¿Cuántas cuentitas necesita en total?

OPERACIÓN

RESULTADO: ______ cuentitas.

En el mes de junio el Sr. García tuvo que pagar $900 de luz, $650 de agua y $200 de gas.

¿Cuánto pagó en total?

OPERACIÓN

RESULTADO: _________ pesos.

2 Escribe los números que faltan:

+ 110

3 2 5	4 3 5
2 4 3	
7 8 4	

+ 111

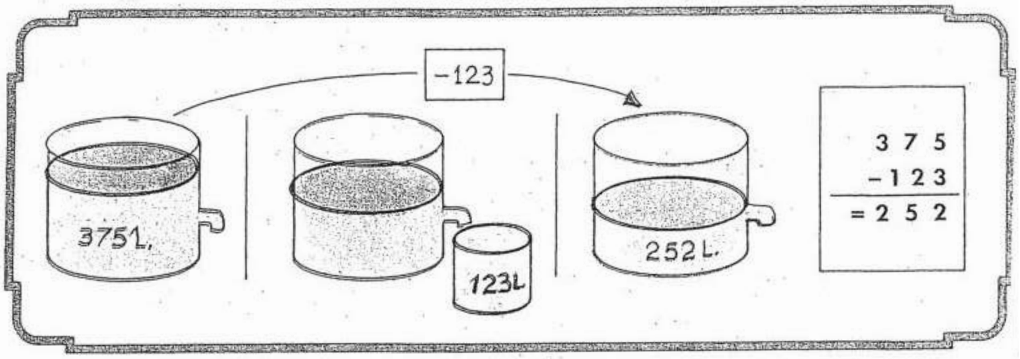
2 0 8	
3 7 0	
8 2 7	

+ 245

1 0 0	
1 2 1	
6 3 4	

Adición y sustracción con enteros positivos

Resta



$$\begin{array}{r} 3\ 7\ 5 \\ -1\ 2\ 3 \\ \hline =2\ 5\ 2 \end{array}$$

1 Escribe los datos de los problemas planteados para que el problema se resuelva con las operaciones sugeridas. Escribe el resultado.

$$\begin{array}{r} 35 \\ -\ 12 \\ \hline \end{array}$$

En el tanque de gasolina del auto de Mauricio caben _______ litros.

Sólo le quedan _______ litros.

¿Cuántos litros debe ponerle para llenarlo?

RESULTADO: _______ litros

$$\begin{array}{r} 376 \\ -\ 125 \\ \hline \end{array}$$

Al Sr. González le hacen un descuento de _______ pesos en la compra de un traje de _______ pesos.

¿Cuánto deberá pagar por el traje?

RESULTADO: _______ pesos

$$\begin{array}{r} 3\,874 \\ -\ 2\,043 \\ \hline \end{array}$$

Para poner cables a un conjunto de edificios, la Compañía de Teléfonos necesita _______ metros de cable. Instalaron _______ metros y se les acabó el cable.

¿Cuánto cable les faltó?

RESULTADO: _______ metros de cable

$$\begin{array}{r} 1\,845 \\ -\ \ 324 \\ \hline \end{array}$$

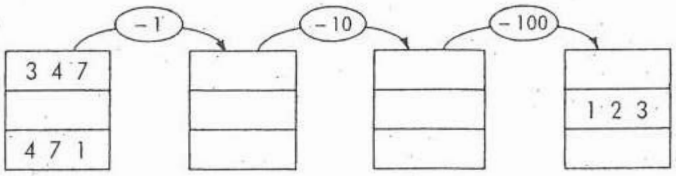
Enrique tomó _______ pesos de los _______ pesos que tenía ahorrados para comprar un libro.

¿Cuánto dinero le quedó?

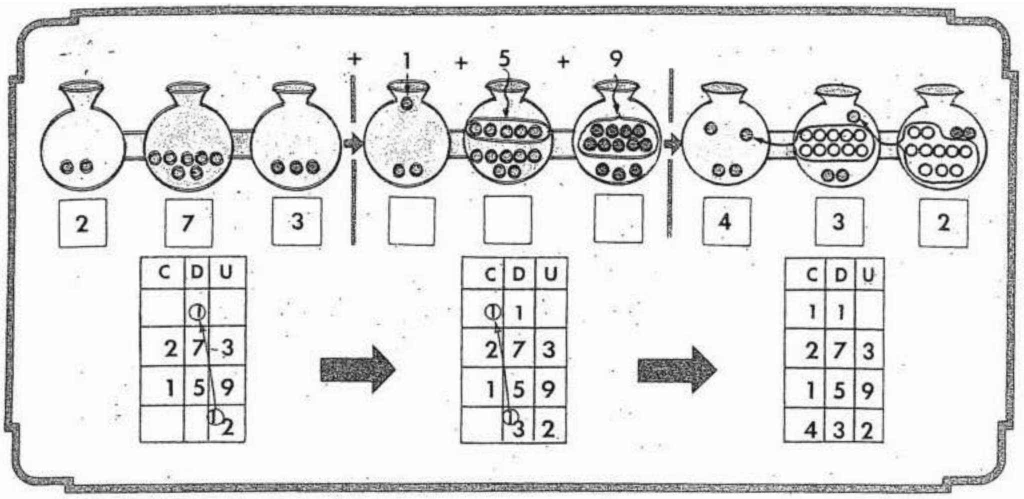
RESULTADO: _______ pesos

---

2 Escribe los números que faltan:



Cálculo mental y estimación de resultados



3 Resuelve las siguientes sumas:

243 + 387 = ______

725 + 895 = ______

650 + 497 = ______

798 + 205 = ______

739 + 875 = ______

2875 + 1226 = ______

4067 + 2974 = ______

7910 + 1397 = ______

8642 + 79 = ______

4123 + 876 = ______

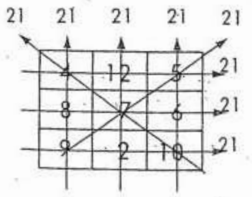
4 Escribe los números que faltan:

___ 8 4 5 + 2 ___ 7 ___ = 4 0 2 1

___ 1 ___ 3 + 2 8 8 ___ = 8 9 9 1

7 ___ 4 ___ + ___ 7 ___ 9 = 8 8 5 5

5 Completa los siguientes cuadros para que la suma de los números que están en línea, en columna y en diagonal dé siempre el mismo resultado.

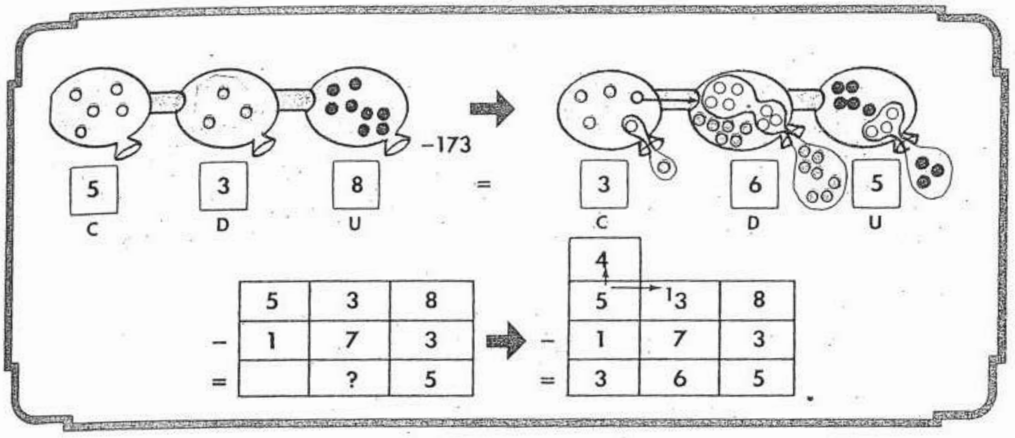


6		4
5		
10		

3		
7	0	5

10		
	8	7
		6

Cálculo mental y estimación de resultados



3 Resuelve las restas siguientes:

724 − 570 = ________

933 − 281 = ________

861 − 792 = ________

356 − 258 = ________

925 − 378 = ________

8431 − 2361 = ________

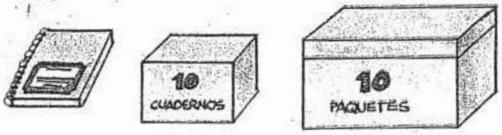
7374 − 3821 = ________

4213 − 1345 = ________

8437 − 7446 = ________

8943 − 2376 = ________

4 En una fábrica se venden cuadernos en paquetes o en cajas. Cada paquete tiene 10 cuadernos. Cada caja tiene 10 paquetes. El Sr. Palmeros compra para su tienda 5 cajas y 3 paquetes.



Completa su registro:

	1.er día			2.º día			3.er día		
	Cajas	Paquetes	Cuadernos sueltos	Cajas	Paquetes	Cuadernos sueltos	Cajas	Paquetes	Cuadernos sueltos
Tengo	5	3	0	4	7	2	1	8	5
Vendo	0	0	6	1	0	4	0	0	8
Me quedan	5	2	4						
Vendo	0	1	2	0	7	2	0	2	0
Me quedan									
Vendo	0	4	0	1	1	1	0	7	5
Me quedan									

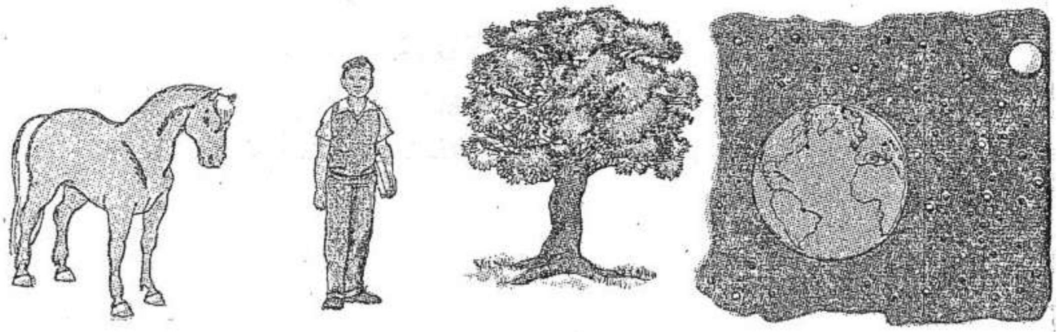
UNIDAD 1

E.T. GEOMETRÍA

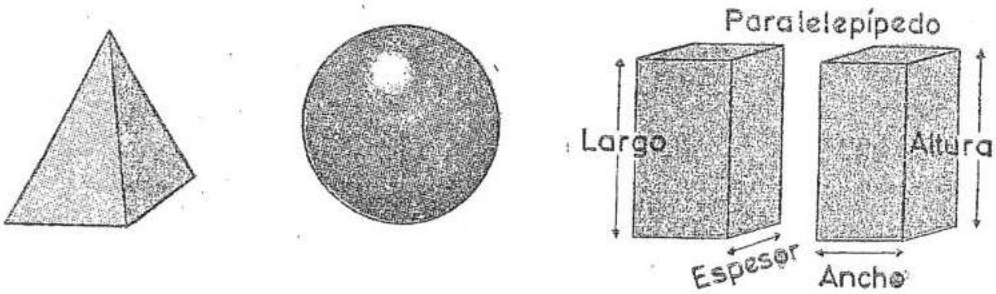
Áreas y perímetros

LÍNEAS, SUPERFICIES Y VOLÚMENES.

Después de haber resuelto bien todos los ejercicios de nuestro Cuaderno de Trabajo que corresponden a los primeros títulos, haremos una pausa; recordaremos algunas cosas ya aprendidas, y luego nos dedicaremos a trabajar con el compás, la escuadra, el transportador y las pinturas. Es decir, veremos algo de Geometría.

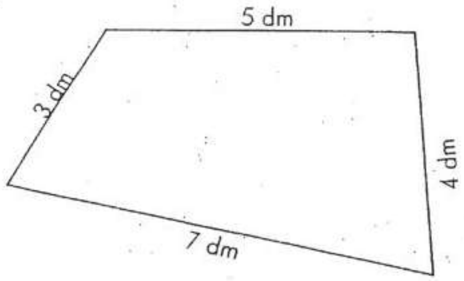


Espacio es el lugar que rodea a todos los objetos y, desde luego, a nosotros; es el medio en el que se encuentran la Tierra y todos los cuerpos celestes.



Volumen es la extensión que cada cuerpo ocupa en el espacio. Como el cuerpo de forma regular más sencilla es el **prisma rectangular** o **paralelepípedo**, se ha generalizado la idea de que **volumen** es todo lo que puede medirse en **tres** dimensiones: **largo, ancho** y **grueso** o **espesor**; o bien, largo, ancho y altura.

Áreas y perímetros

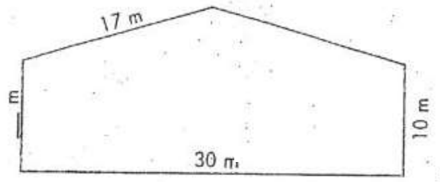


El perímetro es:

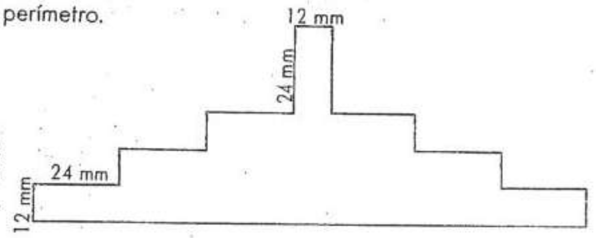
3 dm + 5 dm + 4 dm + 7 dm = 19 dm

La suma de las longitudes de todos los lados de un polígono es su perímetro.

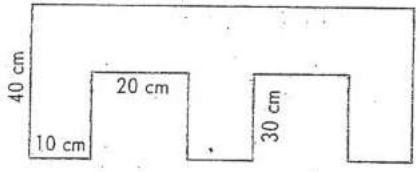
1 Deduce las medidas que faltan y calcula el perímetro.



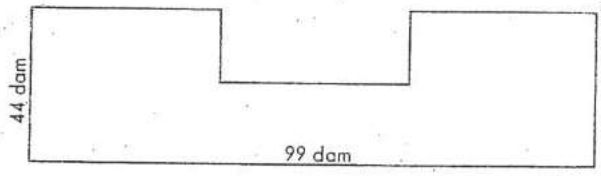
Perímetro = ________ m.



Perímetro = ________ mm.

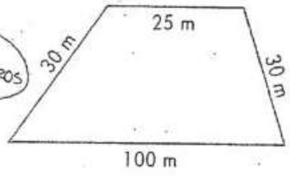


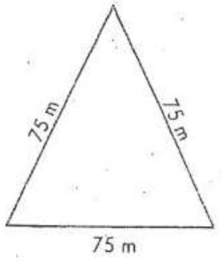
Perímetro = ________ cm.

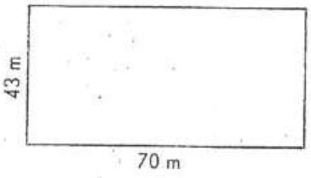


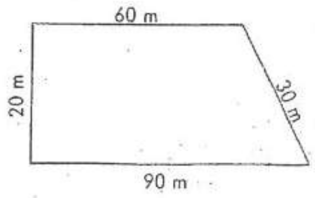
Perímetro = ________ dam.

2 Ayuda a Gloria y Laura a localizar sus terrenos y une con una flecha.

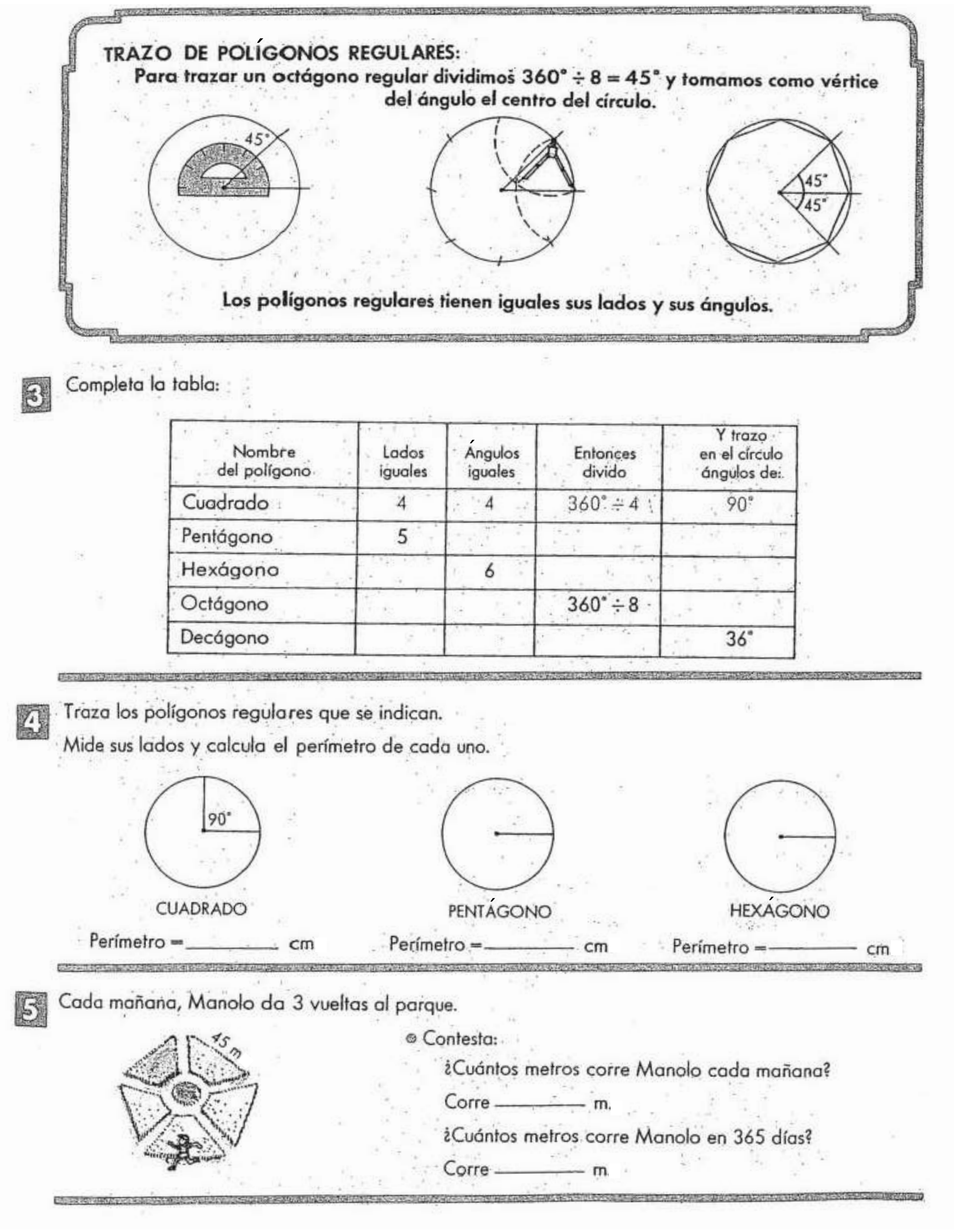








Áreas y perímetros



TRAZO DE POLÍGONOS REGULARES:

Para trazar un octágono regular dividimos 360° ÷ 8 = 45° y tomamos como vértice del ángulo el centro del círculo.

Los polígonos regulares tienen iguales sus lados y sus ángulos.

3 Completa la tabla:

Nombre del polígono	Lados iguales	Ángulos iguales	Entonces divido	Y trazo en el círculo ángulos de:
Cuadrado	4	4	360° ÷ 4	90°
Pentágono	5			
Hexágono		6		
Octágono			360° ÷ 8	
Decágono				36°

4 Traza los polígonos regulares que se indican.
Mide sus lados y calcula el perímetro de cada uno.

CUADRADO
Perímetro = ________ cm

PENTÁGONO
Perímetro = ________ cm

HEXÁGONO
Perímetro = ________ cm

5 Cada mañana, Manolo da 3 vueltas al parque.

- Contesta:

¿Cuántos metros corre Manolo cada mañana?

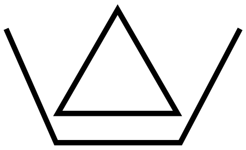
Corre ________ m.

¿Cuántos metros corre Manolo en 365 días?

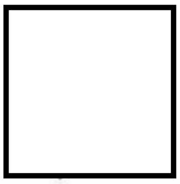
Corre ________ m.

POSICIONAMIENTO ANTE EL OBJETO DE ESTUDIO:

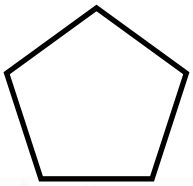
PERÍMETROS DE FIGURAS REGULARES



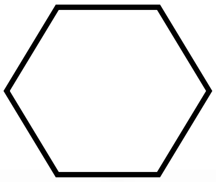
Triángulo equilátero



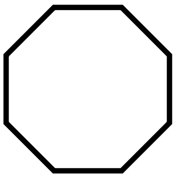
Cuadrado



Pentágono



Hexágono



Octágono

Podemos observar que el **perímetro** de cada figura es la **suma de sus lados,** y como aquí estos lados son iguales, bastará multiplicar la medida de uno de ellos por el número de lados. Así:

	Lado	Perímetros
Triángulo equilátero	1.4 cm	3 × 1.4 cm = **4.2 cm**
Cuadrado	1.5 cm	4 × 1.5 cm = **6 cm**
Pentágono	1.2 cm	5 × 1.2 cm = **6 cm**
Hexágono	1.3 cm	6 × 1.3 cm = **7.8 cm**
Octágono	1.1 cm	8 × 1.1 cm = **8.8 cm**

Si el lado del polígono se representa con la letra l y el perímetro con la letra P, encontramos:

Triángulo equilátero.... $P = 3 \times l$

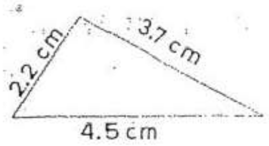
Esta manera de abreviar una regla (expresa: el perímetro de un triángulo equilátero se obtiene multiplicando 3 por la medida del lado), se llama **fórmula** y, sabiéndola usar, nos sirve para encontrar el perímetro de **todos** los triángulos equiláteros. De manera semejante podemos encontrar las fórmulas de los demás polígonos regulares:

Polígono	Número de lados	Lado	Perímetro
Triángulo equilátero	3	l	$P = 3 \times l$
Cuadrado	4	l	$P = 4 \times l$
Pentágono	5	l	$P = 5 \times l$
Hexágono	6	l	$P = 6 \times l$
Heptágono	7	l	$P = 7 \times l$
Octágono	8	l	$P = 8 \times l$

(Ejercicio VIII de medidas de longitud aplicadas a perímetros.)

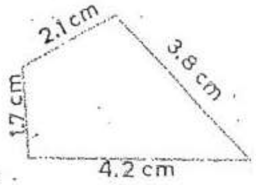
PERÍMETROS DE FIGURAS IRREGULARES

Cuando los polígonos son irregulares hay que sumar todos sus lados para encontrar los perímetros. Por ejemplo:



$$\begin{array}{r} 2.2\ \text{cm} \\ +\ 4.5\ \text{cm} \\ 3.7\ \text{cm} \\ \hline 10.4\ \text{cm} \end{array}$$

$P = 10.4$ cm

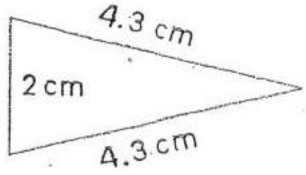


$$\begin{array}{r} 1.7\ \text{cm} \\ +\ 2.1\ \text{cm} \\ 3.8\ \text{cm} \\ 4.2\ \text{cm} \\ \hline 11.8\ \text{cm} \end{array}$$

$P = 11.8$ cm

Los polígonos con dos lados iguales, cuando menos, tienen también fórmula propia para encontrar el perímetro. Así:

Triángulo isósceles



$P = \underbrace{4.3\text{ cm} + 4.3\text{ cm}} + 2\text{ cm}$ $\quad P = 10.6$ cm

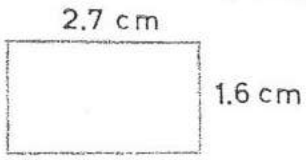
Como estos dos lados son iguales, se puede escribir:

$P = 2 \times 4.3\text{ cm} + 2\text{ cm}$ $\quad P = 10.6$ cm

que también se llama base, con b, la fórmula del perímetro del triángulo isósceles será

$$P = 2 \times l + b$$

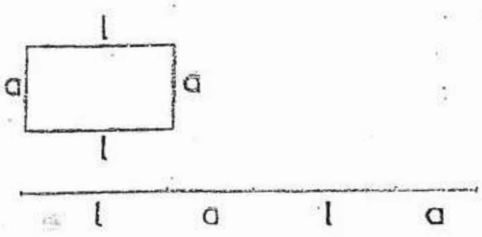
Rectángulo



________________________________ Perímetro

Áreas y perímetros

En el **rectángulo** (página 67) el perímetro tiene una longitud igual a 2 largos y a 2 anchos; entonces, $P = 2 \times 2.7$ cm $+ 2 \times 1.6$ cm $= 8.6$ cm



Si al largo lo llamamos *l* y al ancho *a*, entonces, para encontrar el perímetro de cualquier rectángulo tenemos esta fórmula:

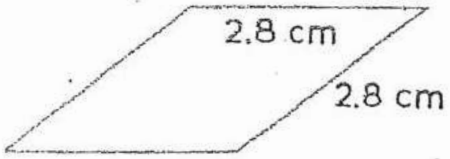
$$P = 2 \times l + 2 \times a$$

El **rombo**, al igual que el cuadrado, tiene sus 4 lados iguales y su perímetro se encuentra también por la fórmula:

$$P = 4 \times l$$

El perímetro del rombo dibujado aquí es:

$P = 4 \times l = 4 \times 2.8$ cm $\quad P = 11.2$ cm



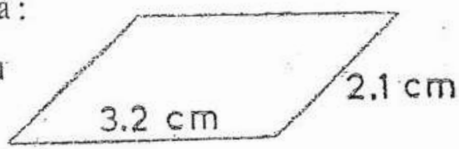
El **romboide** se parece al rectángulo en que tiene dos lados más largos que los otros dos, entonces su perímetro se encuentra así:

$P = 2 \times l + 2 \times b.$

El perímetro del romboide del dibujo será:

$P = 2 \times b + 2 \times l = 2 \times 3.2$ cm $+ 2 \times 2.1$ cm

$P = 10.6$ cm

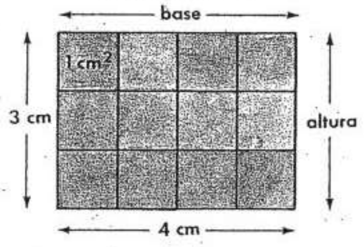


UNIDAD 1

E.T. GEOMETRÍA

Áreas y perímetros

RECTÁNGULO

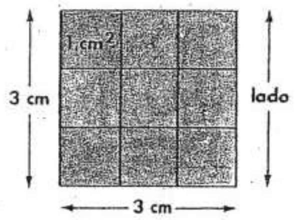


$\text{Área} = \underline{\text{base}} \times \underline{\text{altura}}$

$A = 4\text{ cm} \times 3\text{ cm} = 12\text{ cm}^2$

$\boxed{A = b \times h}$

CUADRADO

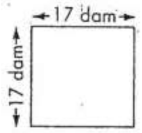


$\text{Área} = \text{lado} \times \text{lado}$

$A = 3\text{ cm} \times 3\text{ cm} = 9\text{ cm}^2$

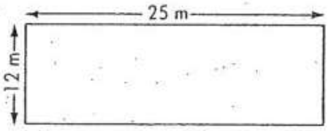
$\boxed{A = l \times l = l^2}$

1 Calcula el área de las siguientes figuras:



$A = l \times l$

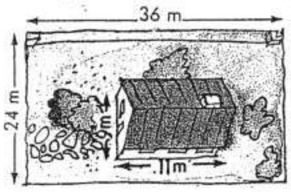
Área = _____ × _____ = dam²



$A = b \times h$

Área = _____ × _____ = m²

2 Observa el dibujo y calcula las áreas pedidas.

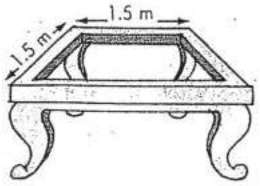


Área del terreno: _____________ m²

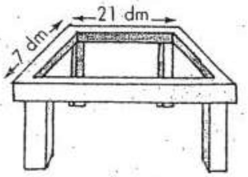
Área de la casa: _____________ m²

Área del jardín: _____________ m²

3 El metro cuadrado de cristal vale $425.00. ¿Cuánto costará ponerle cristal a las siguientes mesas?



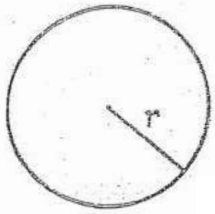
Costo del cristal: $ _____________



Costo del cristal: $ _____________

ÁREA DEL CÍRCULO

Como el **círculo** es el polígono de mayor número de lados —tiene tantos que no pueden contarse—, su superficie se encuentra con la fórmula general de los polígonos:



$$A = \frac{P \text{ x } r}{2}$$

Si el perímetro del círculo es la circunferencia (C) y la apotema se convierte en el radio (**r**), entonces queda:

$$A = \frac{C \text{ x } r}{2}$$

Sabemos que la circunferencia se encuentra multiplicando a π por el diámetro; es decir: $C = \pi \times d$; y como un diámetro equivale a dos radios, $d = 2r$; luego, $C = \pi \times 2r$, y si este valor lo ponemos en la fórmula arriba anotada, encontramos:

$$A = \frac{\pi \text{ x } 2r \text{ x } r}{2},$$

$$\text{o sea, } A = \pi \times \mathbf{r^2}$$

que es la fórmula para encontrar la superficie de los círculos.

Por ejemplo: ¿cuál es la superficie de un círculo cuyo radio mide 6 cm? Como $A = \pi \times r^2$, queda

$A = 3.1416 \times 6 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$ $A = 113.0976 \text{ cm}^2$

MEDIDAS DE VOLUMEN. MEDIDAS DE CAPACIDAD.

Las **medidas de volumen** derivan, al igual que las de superficie, de las lineales. La unidad fundamental de las medidas de volumen es el **metro cúbico,** o sea, el cubo construido con un metro de lado, o de **arista,** que es el nombre que corresponde cuando se trata de poliedros.

Lenguaje algebraico

El lenguaje algebraico son las expresiones de números y cantidades que se representan por medio de literales, así como la representación con literales de las cantidades que intervienen en las fórmulas, da origen al llamado lenguaje algebraico.

El razonamiento algebraico implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas. A medida que se desarrolla este razonamiento, se va progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar el pensamiento algebraico, especialmente las ecuaciones, las variables y las funciones.

Traducción de lenguaje común a lenguaje algebraico. Es de gran utilidad adquirir el hábito de expresar algebraicamente los enunciados matemáticos dados en lenguaje común, como a continuación lo haremos.

Ejemplos:

Un número cualquiera	a
La suma de dos números cualquiera	$a+b$
La diferencia de dos números cualquiera	$a-b$
El producto de dos números cualquiera	ab (a)(b) a.b
El triple de un número cualquiera	$3a$
La semisuma de dos números cualquiera	$\frac{a+b}{2}$
El cubo de un número cualquiera	x^3
El cociente de dos números cualquiera	$\frac{1}{a}$
El duplo de un número cualquiera menos el cubo de otro	$2a-a^3$
El cuadra do de la diferencia de dos números cualquiera	$(a-b)^2$
El triple de la suma de dos números cualquier	$3(a+b)$
El cuadrado de la suma de dos números	$(a+b)^2$

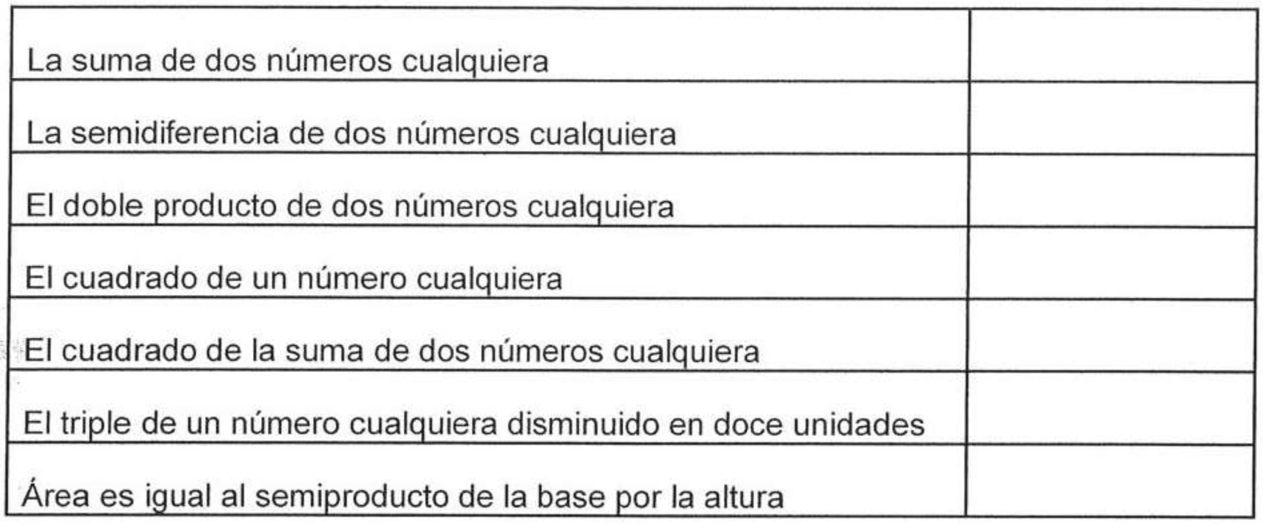
Cualquier expresión matemática, por más compleja que parezca, siempre puede expresarse en palabras a través del lenguaje algebraico.

UNIDAD 1

E.T. ÁLGEBRA

Lenguaje algebraico

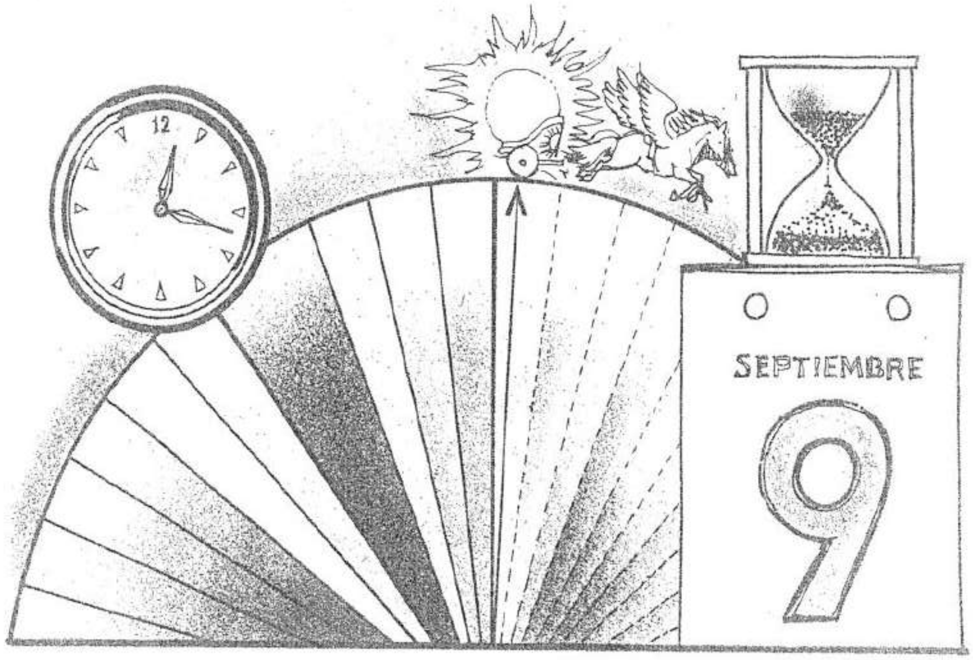
Escribe la expresión algebraica correspondiente.



La suma de dos números cualquiera	
La semidiferencia de dos números cualquiera	
El doble producto de dos números cualquiera	
El cuadrado de un número cualquiera	
El cuadrado de la suma de dos números cualquiera	
El triple de un número cualquiera disminuido en doce unidades	
Área es igual al semiproducto de la base por la altura	

Medidas del tiempo. Equivalencias: segundo, minuto, hora

Números complejos o denominados



Has manejado constantemente números como estos:

15, 894 quince mil ochocientos noventa y cuatro.

1. 652 un entero, seiscientos cincuenta y dos milésimos.

Entre ellos, como ya sabes, existe una relación decimal, ya que sus diferentes órdenes de unidades aumentan y disminuyen de 10 en 10.

Sin embargo, existen otros números que no agrupan sus unidades de 10 en 10; es decir, en su formación no siguen la ley decimal ya que tienen su origen en otros sistemas de medidas, como el de los babilonios, que dividieron el círculo en grados, minutos y segundos y que establecieron también la división del tiempo en años, meses, días, horas, minutos y segundos, basándose en un sistema sexagesimal. Estos números reciben el nombre de denominados.

Número complejo o denominado es el que no sigue en su formación la ley decimal.

Medidas del tiempo. Equivalencias: segundo, minuto, hora

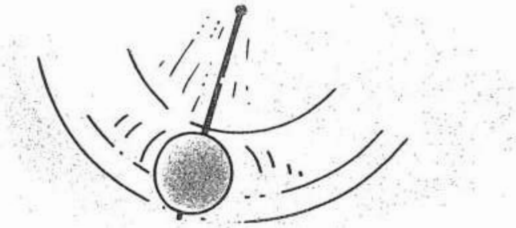
Dentro de los números denominados tenemos:

- Medidas de tiempo.
- Medidas angulares.
- Sistema inglés de medidas.

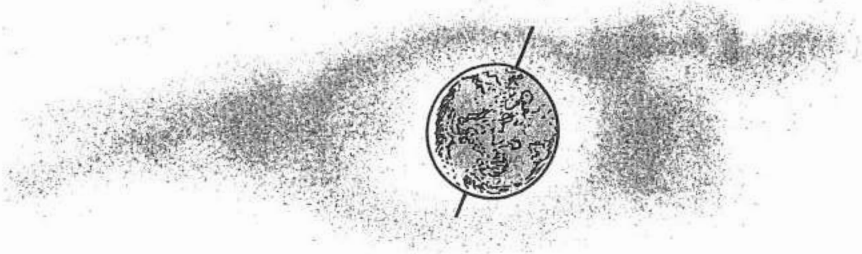
Medidas de tiempo

Así como para medir líneas necesitamos segmentos iguales, para medir el tiempo se necesita tener una sucesión de intervalos iguales.

Hay diversos aparatos que apoyándose en el principio físico del péndulo, señalan tiempos iguales.



La naturaleza misma nos da una unidad natural de tiempos, el día, que es resultado de giro que da la Tierra sobre su eje, describiendo una vuelta completa.



El día resulta una medida de tiempo demasiado grande en algunas ocasiones y demasiado pequeña en otras; por eso se idearon unidades de tiempo menores y mayores que éste.

Así, el día se divide en 24 horas, la hora en 60 minutos y el minuto en 60 segundos. Las abreviaturas aceptadas internacionalmente son:

horas = h

minutos = min

segundos = seg

Fenómenos deterministas y fenómenos de azar

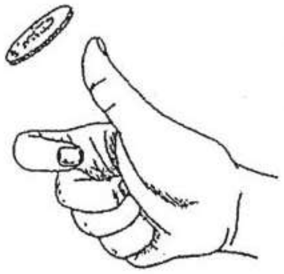
En cambio, si lanzamos una moneda al aire, cuando caiga puede salir "cara" o "cruz", o bien, "águila" o "sol". No sabemos nunca por anticipado lo que va a ocurrir, y es entonces cuando se dice que interviene el azar. Ahora bien, lo que sí podemos hacer es darle una medida numérica a ese azar, es decir, podemos señalar el *número de probabilidades* que existen de que se llegue a obtener el resultado deseado.

¿Y qué significa *probabilidad*? Cuando realizamos un experimento o juego cualquiera que nos pueda dar como resultado varios sucesos igualmente posibles, a éstos los llamamos probabilidades de un suceso. Éstas pueden clasificarse en:

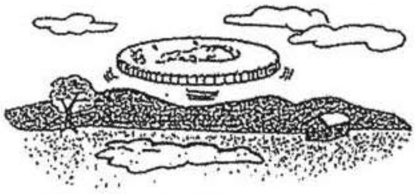
- probabilidad uno y
- probabilidad cero

¿Cuál es la diferencia entre ambas probabilidades? Decimos que algo tiene *probabilidad uno* cuando estamos seguros de que sí resultará, y *probabilidad cero* cuando no estamos seguros de que algo resultará.

Volviendo al ejemplo de la moneda, lancémosla al aire para "echar un volado".



Pregunta. ¿Qué probabilidad hay de que la moneda quede suspendida en el aire?



Respuesta. Ninguna. Sabemos que es seguro que caerá al suelo. Entonces se dice que tiene probabilidad cero.

Pregunta. ¿Qué probabilidad existe de que la moneda caiga al suelo? (Siempre y cuando no la atrapemos antes.)

Respuesta. Como es seguro que caerá al suelo, entonces se dice que tiene probabilidad uno.

Pregunta. ¿Qué probabilidad hay de que en el volado salga sol o salga águila?

Respuesta. Existe la probabilidad uno, puesto que sí es un hecho seguro que cualquiera de las dos, sol o águila, va a salir.

Pregunta. ¿Qué posibilidad hay de que salga sol al caer la moneda?

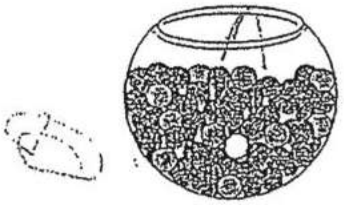
Respuesta. Hay probabilidad cero, ya que no es seguro que caiga sol, puesto que igualmente puede salir águila.

Pregunta. ¿Qué probabilidad hay de que salga águila?

Respuesta. También en este caso hay probabilidad cero, ya que existen las mismas posibilidades de que caiga sol.

Más probable, igualmente probable, menos probable. Ésta es otra manera de calcular la probabilidad, cuando existen más de dos sucesos que pueden o no ocurrir. El siguiente ejemplo nos ayuda a explicar este tipo de comparaciones.

En una vasija hemos metido 45 canicas de las cuales 24 son negras, 10 son azules, 10 son grises y 1 es blanca.



Como hay mayor número de canicas negras, es *más probable* sacar una de éstas que de otro color. Le siguen en orden de probabilidad las canicas azules y las grises.

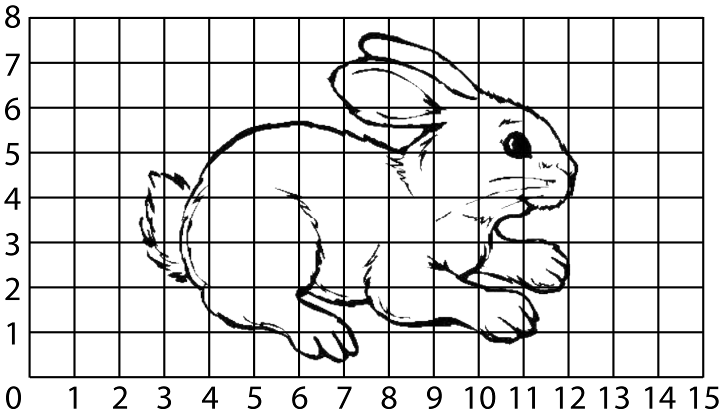
Sacar una canica azul o una gris es *igualmente probable*, ya que hay 10 de cada color.

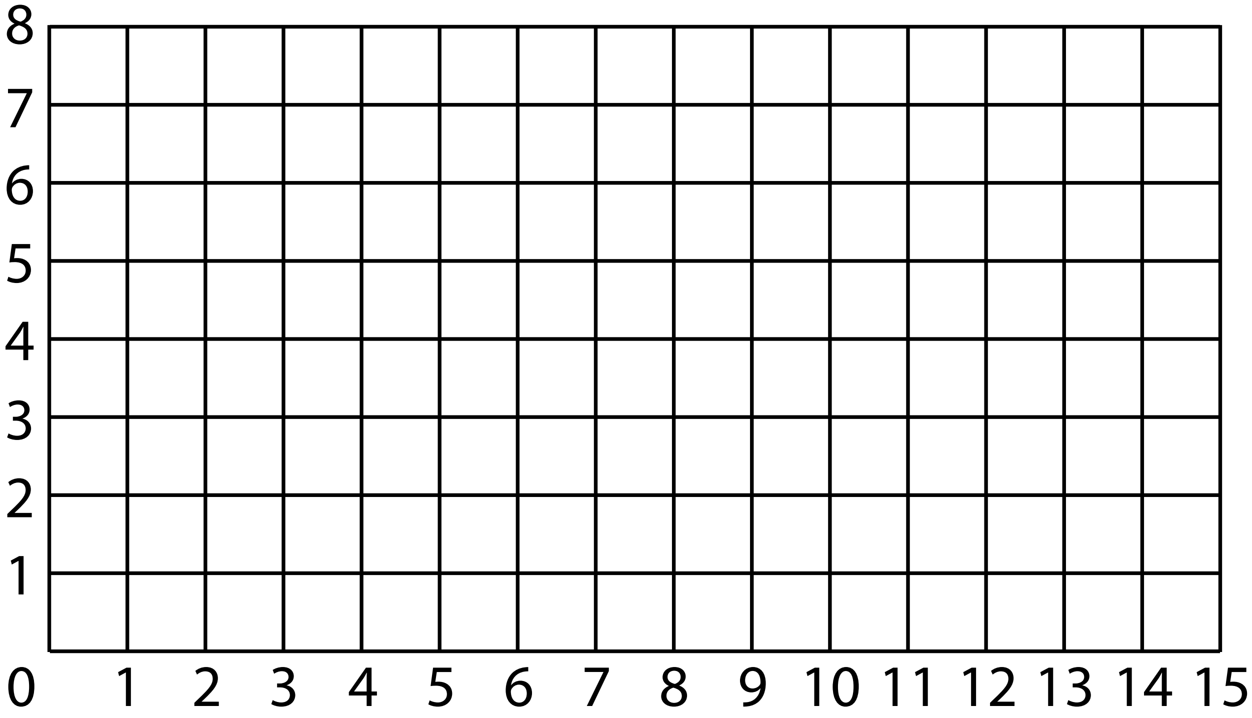
Obtener la canica blanca es *menos probable*, puesto que solamente hay una.

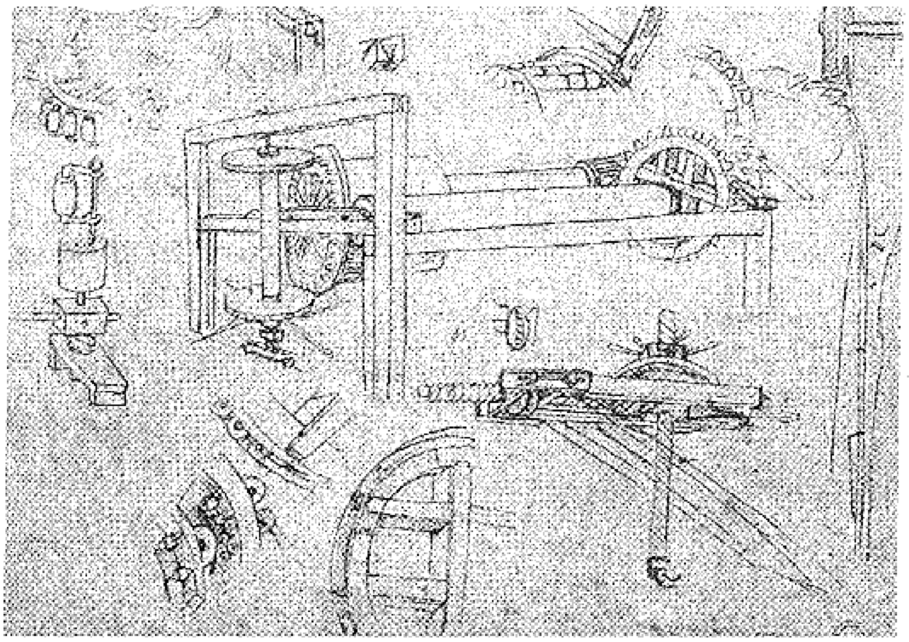
De esta manera, haciendo *comparaciones*, es como los niños empiezan a tener una idea de las probabilidades.

Escala

Dibuja nuevamente el conejo, más grande. Usa la cuadrícula para guiarte.







UNIDAD 2

LA PRODUCCIÓN DE ALIMENTOS EN EL ESTADO

UNIDAD 2

Palabras y conceptos

EJE TEMÁTICO	PALABRAS CLAVE	CONCEPTO
LÓGICA Y CONJUNTOS	• Cardinalidad • Oblicua • Extensionalidad • Diagrama • Miembros	**Oblicua:** Que está en una posición media entre la vertical y la horizontal. **Diagrama:** Representación gráfica de las variaciones de un fenómeno o de las relaciones que tienen los elementos o las partes de un conjunto.
ARITMÉTICA	• Maya • Recta numérica • Múltiplo • Submúltiplo • Multiplicativo	**Múltiplo:** Número, cantidad. Que contiene un número exacto de veces a otro número o cantidad. **Submúltiplo:** Número, cantidad. Que está contenido en otra cantidad un número exacto de veces, “el número es submúltiplo de 49”.
GEOMETRÍA	• Ubicación espacial • Resolución de problemas • Punto decimal • Circunferencia • Círculo	**Ubicación espacial:** Dícese de la ubicación de un individuo o sujeto dentro de un marco de espacio determinado, determinado por unas líneas o trazados denominados coordenadas que dan cuenta precisa de la ubicación del mismo. Lugar en el espacio en el que se encuentra un objeto y/o individuo. **Circunferencia:** Línea curva cerrada cuyos puntos equidistan de otro situado en el mismo plano que se llama centro.
ÁLGEBRA	• Polinomio • Potenciación • Elevado • Términos • Binomio	**Polinomio:** Expresión algebraica que constituye la suma o la resta ordenadas de un número finito de términos o monomios, "los polinomios pueden tener más de una variable; ‘x3+5x2+9x+4’ es un polinomio". **Potenciación:** La potenciación es una multiplicación de varios factores iguales, al igual que la multiplicación es una suma de varios sumandos iguales, (la potenciación se considera una multiplicación abreviada).
MEDICIÓN	• Calor • Moneda • Dólar • Yen • Euro	**Calor:** Energía que se manifiesta por un aumento de temperatura y procede de la transformación de otras energías; es originada por los movimientos vibratorios de los átomos y las moléculas que forman los cuerpos. **Moneda:** Pieza de metal, generalmente redonda y con un relieve en cada cara, a la que se le asigna un valor económico determinado y se emplea como medio legal de pago.
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA	• Razón • Intervalo • Escala • Magnitud • Test	**Intervalo:** Conjunto de los valores que toma una magnitud entre dos límites dados. **Escala:** Línea recta dividida en partes iguales que representan metros, kilómetros, leguas, etc., y sirve de medida para dibujar proporcionadamente en un mapa o plano las distancias y dimensiones de un terreno, edificio, máquina u otro objeto, y para averiguar sobre el plano las medidas reales de lo dibujado.

Carácter atributivo

El juicio es un pensamiento en el que se afirman o se niegan algo de algo.

CARÁCTER ATRIBUTIVO DEL JUICIO:

Todo juicio posee carácter atributivo, es decir, denota si una propiedad pertenece o no al objeto. El objeto del juicio puede ser:

1) Cualquier cosa, propiedad o relación de las cosas, clase de objetos o varios objetos de una clase, existentes en la realidad.

2) Cualquier representación mental de unos u otros objetos.

3) Cualquier envoltura verbal del pensamiento.

Podemos encontrar entre la clasificación de los juicios:

Ejemplos de carácter atributivo

- Los árboles son seres vivos.
- El átomo es la parte mas pequeña de la composición de las cosas.
- El ser trabajadores ayuda a vivir de manera armónica.

Escribe cinco juicios de carácter atributivo acerca de tu escuela.

1.- ____

2.- ____

3.- ____

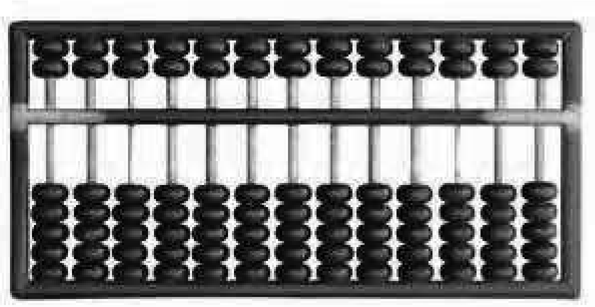
4.-____

5.- ____

UNIDAD 2

E.T. ARITMÉTICA

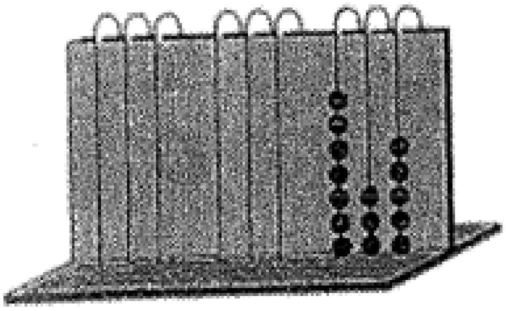
Representar números de hasta seis cifras: el ábaco



El ábaco se emplea para sumar y restar. Lo usaron los antiguos griegos y romanos y aún se valen de él muchos mercaderes del Oriente.

El ábaco que vamos a usar tiene 9 bolitas en cada cuerda, en lugar de las 2 y 5 bolitas del ábaco chino. Con las 9 bolitas de nuestro ábaco podemos representar todos los números de 0 a 9.

En esta ilustración se han movido algunas bolitas hacia el frente del tablero para indicar cierto número. Supongamos que las otras bolitas de cada cuerda están detrás del tablero. ¿Qué número crees que se representa en el ábaco?

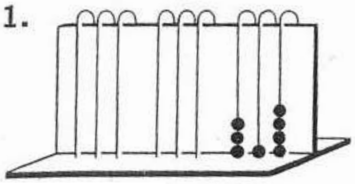


Ábaco de base diez

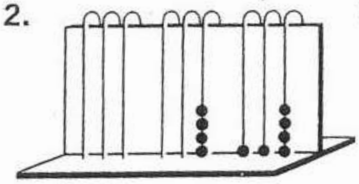
Representar números de hasta seis cifras: el ábaco

Halla el número que representa cada ábaco.

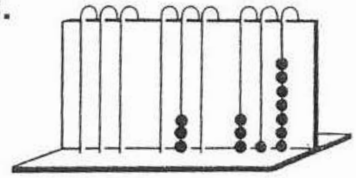
1.



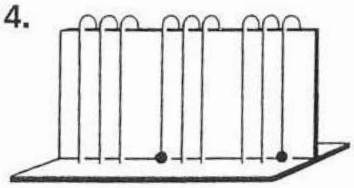
2.



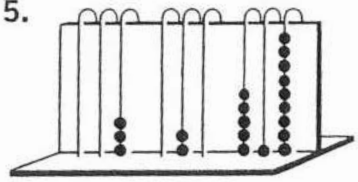
3.



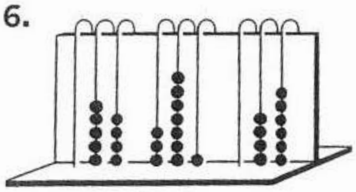
4.



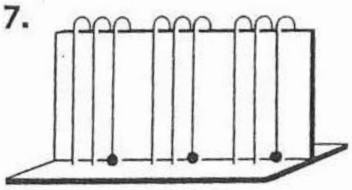
5.



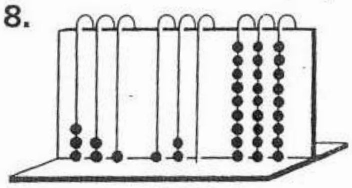
6.



7.



8.



EJERCICIOS DE DISCUSIÓN

1. ¿Cómo representarías los siguientes números en el ábaco?

[A] 10 [B] 100 [C] 1000 [D] 10,000 [E] 100,000

[F] 1,000,000 [G] 10,000,000 [H] 100,000,000 [I] 0

2. Explica de qué manera representarías estos números en el ábaco.

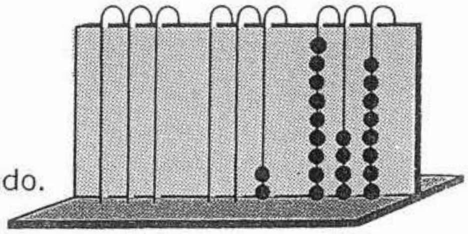
[A] 24 [B] 385 [C] 2769 [D] 48.265

3. [A] ¿Qué número representa este ábaco?

[B] ¿Cuántas bolitas hay por detrás de la cuerda de las "decenas"?

[C] Si tuvieras un ábaco como éste, explica cómo podrías usarlo para agregar 5 al número representado.

[D] Explica qué harías en el ábaco para sumar 100 al número representado.

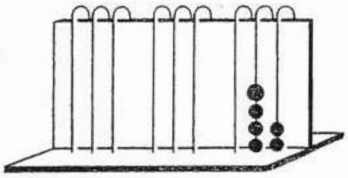


Representar números de hasta seis cifras: el ábaco

A

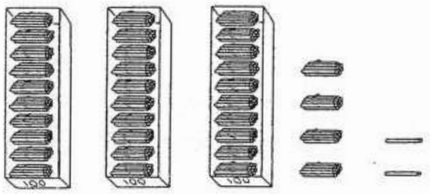
(4 × 10) + 2

Escribimos: 42



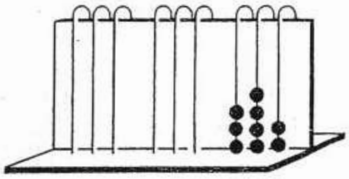
Representamos 42 en el ábaco.

B



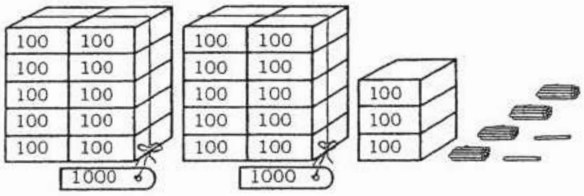
(3 × 100) + (4 × 10) + 2

Escribimos: 342



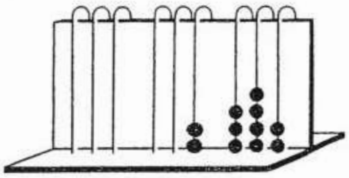
Representamos 342 en el ábaco.

C



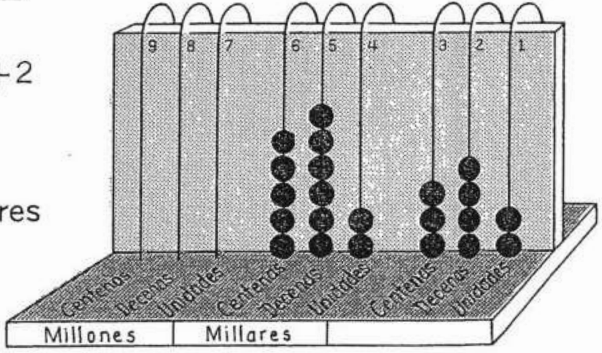
(2 × 1,000) + (3 × 100) + (4 × 10) + 2

Escribimos: 2,342



Representamos 2,342 en el ábaco.

D Resulta difícil representar millares y millones con conjuntos de objetos, pero con el ábaco podemos representar fácilmente números mayores.



Para (5 × 100,000) + (6 × 10,000) + (2 × 1,000) + (3 × 100) + (4 × 10) + 2, escribimos: 562,342. En el ábaco anterior indicamos este número.

EJERCICIOS DE DISCUSIÓN

1. Explica cada uno de los ejemplos anteriores.
2. Las cuerdas del ábaco del ejemplo D están numeradas de derecha a izquierda. La segunda cuerda indica el número de decenas. ¿Qué indican estas cuerdas?

[A] la 4ª [B] la 5ª [C] la 6ª [D] la 7ª [E] la 8ª [F] la 9ª

UNIDAD 2

E.T. ARITMÉTICA

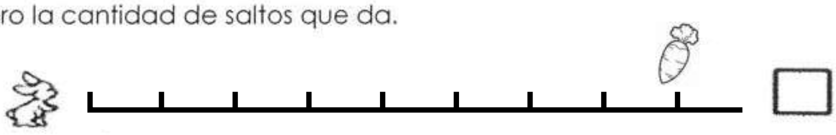
Uso de la recta numérica

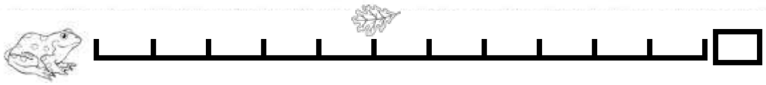
La recta numérica sirve para ubicar algunos puntos de manera visual y sistemática.

Se ubica para saber como avanzamos, en que momentos se dieron las cosas, ubicar fechas, caracterizar avances y otros.

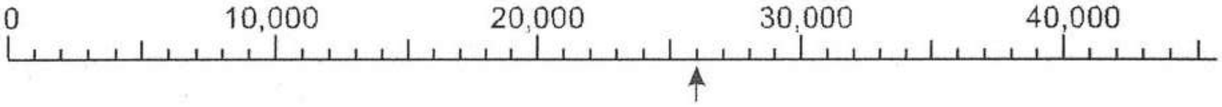
En la siguiente línea ubica los saltos que da el conejo, el sapo y para avanzar por sus alimentos.

En el recuadro escribe con numero la cantidad de saltos que da.





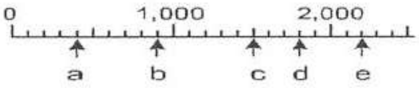
¿A qué número corresponde el número señalado con la flecha? ____________________



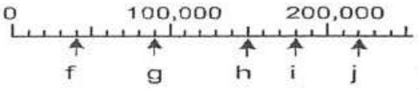
En esta recta numérica cada intervalo de las escalas equivale a 1,000. La flecha indica el punto 26,000. En la recta numérica los números que están a la derecha de otros son mayores.

Escribe en tu cuaderno las siguientes fechas:

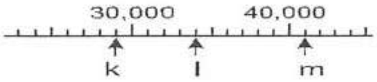
a)



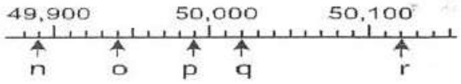
b)



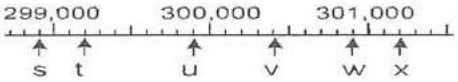
c)



d)

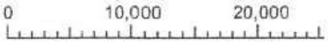


e)

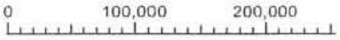


Escribe en tu cuaderno la recta numérica e indica con una flecha los siguientes números:

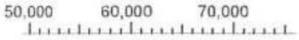
a) 3,000 - 11,000 - 16,000



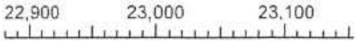
b) 40,000 - 120,000 - 190,000



c) 58,000 - 64,000 - 72,000



d) 22,940 - 23,020 - 23,110



UNIDAD 2

E.T. ARITMÉTICA

Operaciones con números enteros positivos

Adición con números naturales positivos

1 Realiza las operaciones.

15 709	3 925	2 516	22 150
7 999	870	4 608	
23 456	24	5 319	

456 109 002	516 195	
36 200 395	412 407	
123 098 000	537 298	

2 Pinta del mismo color la operación y su resultado.

132 789 + 65 731

398 502 + 239 106

570 118 + 316 939

932 100 + 12 208

861 267 + 138 732

887 057

944 308

999 999

198 520

637 608

3 Tacha dos cantidades cuya suma sea el número de la derecha.

67 954	21 893	106 316	43 954	174 270
164 283	25 706	457 165	36 119	482 871
567 890	23 945	47 619	316 181	884 071
14 343	24	1 318	156	15 661
47 816	52 340	932 146	56 786	984 486

4 Encuentra el valor de cada figura.

▲ + ▲ = 24

▲ + ● = 56

● + □ = 75

□ + ■ = 100

▲ = ________

● = ________

□ = ________

■ = ________

Sustracción con números naturales positivos

1 **Resuelve las sustracciones y colorea las áreas donde aparecen los resultados.**

1 057
− 403

75 961
− 71 517

65 000
− 28 319

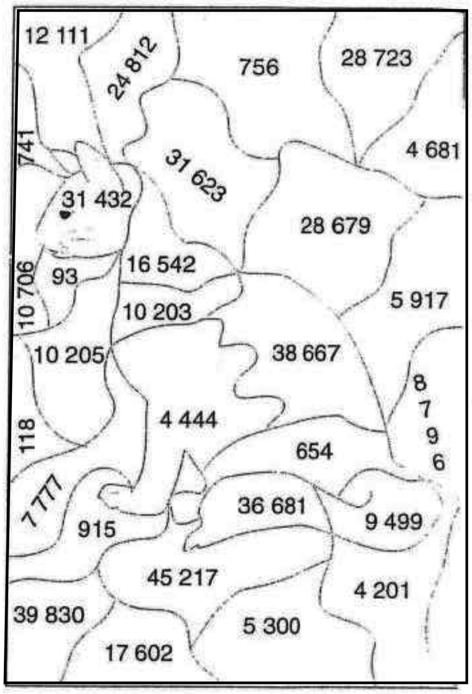
218 169
− 179 502

88 232
− 78 029

773 331
− 756 789

265 999
− 234 567

408 164
− 398 665



2 **Encuentra los números que faltan.**

5 7 0 ☐
− 2 ☐ 9 6
3 5 1 2

7 6 ☐ 9 2 1
− ☐ 8 2 1 ☐ 3
1 8 1 7 5 8

8 9 ☐ 7 3 ☐
− 4 0 2 5 7 9
☐ 9 4 ☐ 5 2

☐
− 765 432
129 138

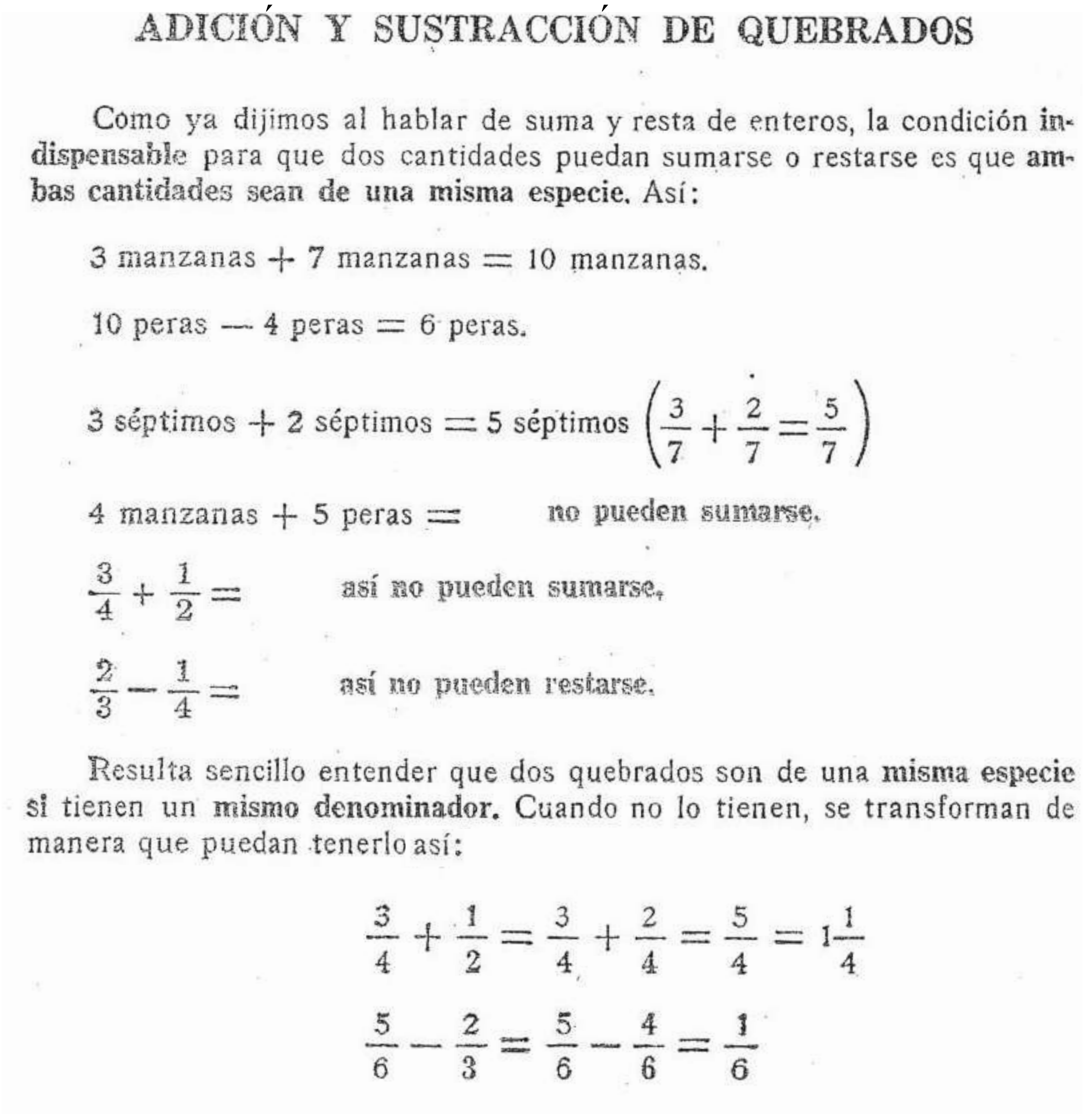
10 195 702
− ☐
1 837 774

☐
− 987 867
3 689 063

3 **Completa.**

8 716 —(−600)— ☐ —(−2 000)— ☐ —(−900)— ☐ —(−25)— ☐

Adición y sustracción de fracciones



ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE QUEBRADOS

Como ya dijimos al hablar de suma y resta de enteros, la condición **indispensable** para que dos cantidades puedan sumarse o restarse es que **ambas cantidades sean de una misma especie.** Así:

3 manzanas + 7 manzanas = 10 manzanas.

10 peras — 4 peras = 6 peras.

3 séptimos + 2 séptimos = 5 séptimos $\left(\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{5}{7}\right)$

4 manzanas + 5 peras = **no pueden sumarse.**

$\frac{3}{4} + \frac{1}{2} =$ **así no pueden sumarse.**

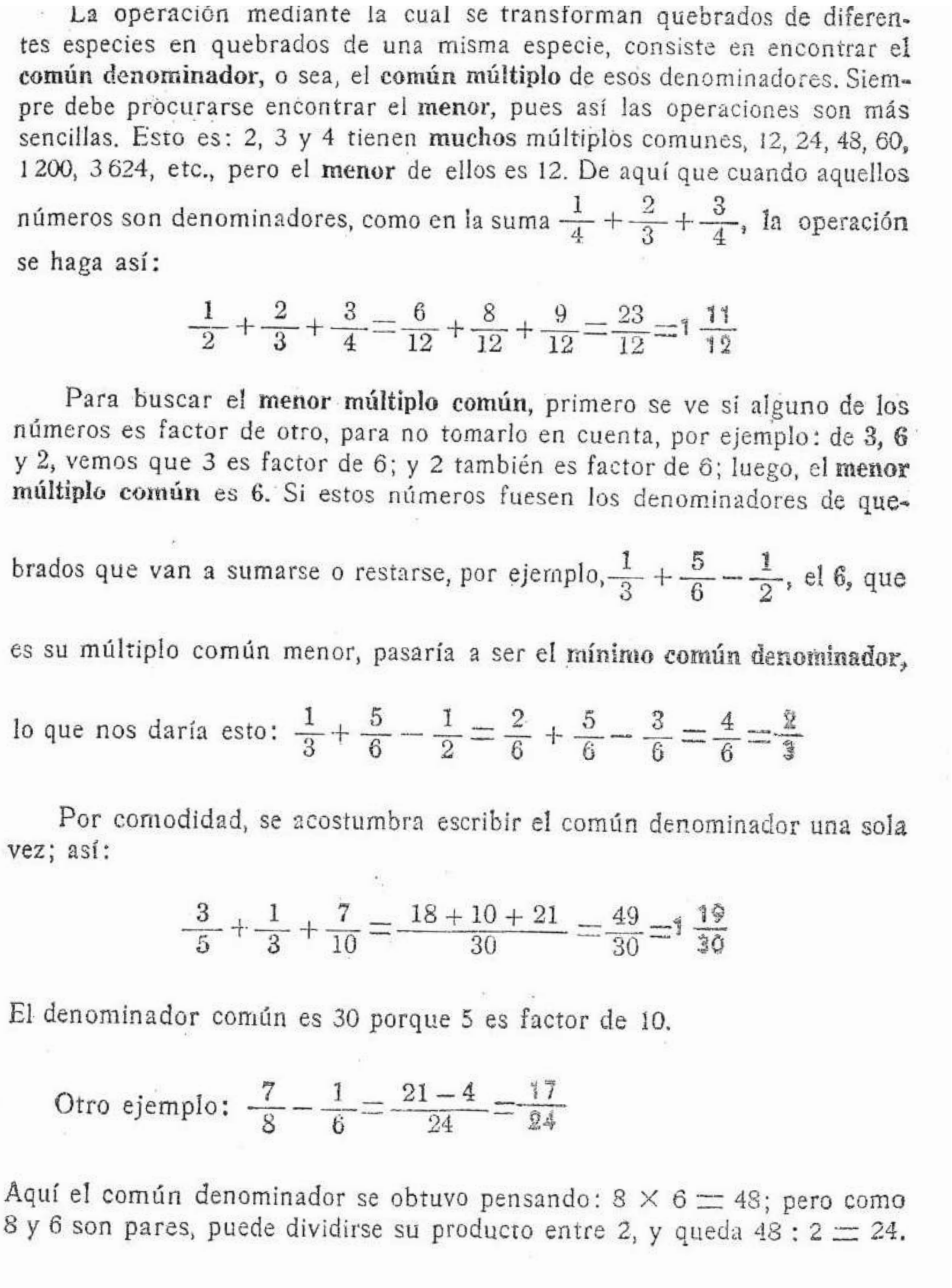
$\frac{2}{3} - \frac{1}{4} =$ **así no pueden restarse.**

Resulta sencillo entender que dos quebrados son de una **misma especie** si tienen un **mismo denominador.** Cuando no lo tienen, se transforman de manera que puedan tenerlo así:

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

$$\frac{5}{6} - \frac{2}{3} = \frac{5}{6} - \frac{4}{6} = \frac{1}{6}$$

Adición y sustracción de fracciones



La operación mediante la cual se transforman quebrados de diferentes especies en quebrados de una misma especie, consiste en encontrar el **común denominador**, o sea, el **común múltiplo** de esos denominadores. Siempre debe procurarse encontrar el **menor**, pues así las operaciones son más sencillas. Esto es: 2, 3 y 4 tienen **muchos** múltiplos comunes, 12, 24, 48, 60, 1 200, 3 624, etc., pero el **menor** de ellos es 12. De aquí que cuando aquellos números son denominadores, como en la suma $\frac{1}{4} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4}$, la operación se haga así:

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{6}{12} + \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{23}{12} = 1\,\frac{11}{12}$$

Para buscar el **menor múltiplo común**, primero se ve si alguno de los números es factor de otro, para no tomarlo en cuenta, por ejemplo: de **3, 6** y 2, vemos que 3 es factor de 6; y 2 también es factor de 6; luego, el **menor múltiplo común** es **6**. Si estos números fuesen los denominadores de quebrados que van a sumarse o restarse, por ejemplo, $\frac{1}{3} + \frac{5}{6} - \frac{1}{2}$, el **6**, que es su múltiplo común menor, pasaría a ser el **mínimo común denominador,** lo que nos daría esto: $\frac{1}{3} + \frac{5}{6} - \frac{1}{2} = \frac{2}{6} + \frac{5}{6} - \frac{3}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Por comodidad, se acostumbra escribir el común denominador una sola vez; así:

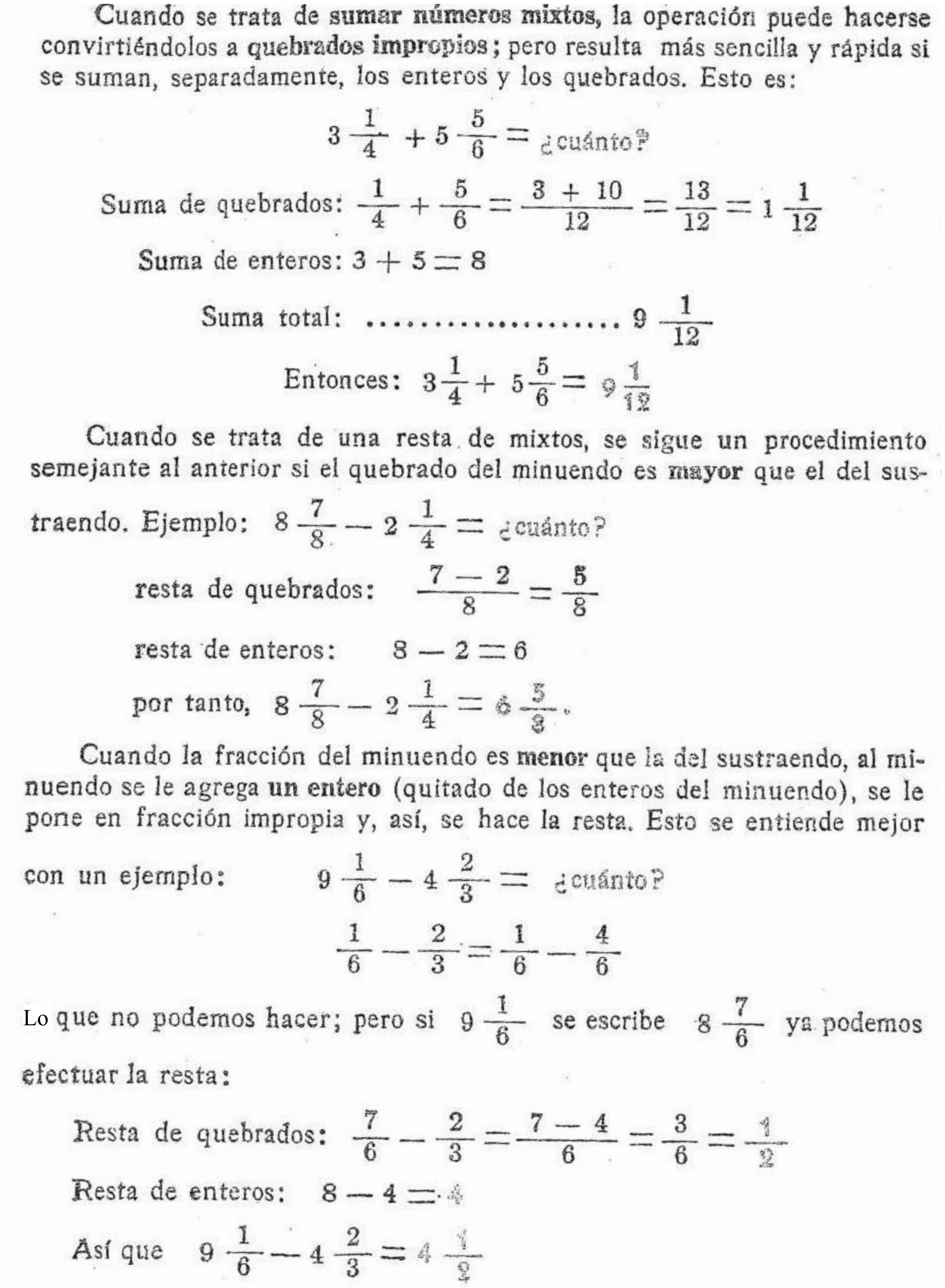
$$\frac{3}{5} + \frac{1}{3} + \frac{7}{10} = \frac{18 + 10 + 21}{30} = \frac{49}{30} = 1\,\frac{19}{30}$$

El denominador común es 30 porque 5 es factor de 10.

Otro ejemplo: $\frac{7}{8} - \frac{1}{6} = \frac{21 - 4}{24} = \frac{17}{24}$

Aquí el común denominador se obtuvo pensando: 8 × 6 = 48; pero como 8 y 6 son pares, puede dividirse su producto entre 2, y queda 48 : 2 = 24.

Adición y sustracción de fracciones



Cuando se trata de **sumar números mixtos**, la operación puede hacerse convirtiéndolos a **quebrados impropios**; pero resulta más sencilla y rápida si se suman, separadamente, los enteros y los quebrados. Esto es:

$$3\frac{1}{4} + 5\frac{5}{6} = \text{¿cuánto?}$$

Suma de quebrados: $\frac{1}{4} + \frac{5}{6} = \frac{3 + 10}{12} = \frac{13}{12} = 1\frac{1}{12}$

Suma de enteros: $3 + 5 = 8$

Suma total: .... $9\frac{1}{12}$

Entonces: $3\frac{1}{4} + 5\frac{5}{6} = 9\frac{1}{12}$

Cuando se trata de una resta de mixtos, se sigue un procedimiento semejante al anterior si el quebrado del minuendo es **mayor** que el del sustraendo. Ejemplo: $8\frac{7}{8} - 2\frac{1}{4} = \text{¿cuánto?}$

resta de quebrados: $\frac{7 - 2}{8} = \frac{5}{8}$

resta de enteros: $8 - 2 = 6$

por tanto, $8\frac{7}{8} - 2\frac{1}{4} = 6\frac{5}{8}$.

Cuando la fracción del minuendo es **menor** que la del sustraendo, al minuendo se le agrega **un entero** (quitado de los enteros del minuendo), se le pone en fracción impropia y, así, se hace la resta. Esto se entiende mejor con un ejemplo: $9\frac{1}{6} - 4\frac{2}{3} = \text{¿cuánto?}$

$$\frac{1}{6} - \frac{2}{3} = \frac{1}{6} - \frac{4}{6}$$

Lo que no podemos hacer; pero si $9\frac{1}{6}$ se escribe $8\frac{7}{6}$ ya podemos efectuar la resta:

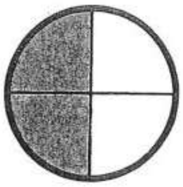
Resta de quebrados: $\frac{7}{6} - \frac{2}{3} = \frac{7 - 4}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Resta de enteros: $8 - 4 = 4$

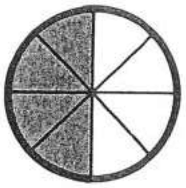
Así que $9\frac{1}{6} - 4\frac{2}{3} = 4\frac{1}{2}$

Fracciones equivalentes

Observa las siguientes figuras:

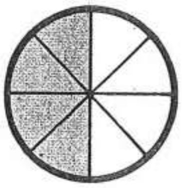


$\frac{2}{4}$



$\frac{4}{8}$

Si colocas una figura sobre la otra, puedes ver que las partes coloreadas de ambas coinciden exactamente, y que representan la misma parte del círculo.



Podemos decir entonces que

$\frac{2}{4}$ y $\frac{4}{8}$ representan partes iguales o que

$\frac{2}{4}$ y $\frac{4}{8}$ son fracciones equivalentes.

Fracciones equivalentes son las que expresadas con diferentes números tienen el mismo valor.

Si multiplicas o divides por un *mismo número* el numerador y el denominador de una fracción, ésta no se altera.

$\frac{3}{4} \begin{matrix}\times\\ \times\end{matrix} \frac{2}{2} = \frac{6}{8}$ $\quad \frac{3}{4} \begin{matrix}\times\\ \times\end{matrix} \frac{3}{3} = \frac{9}{12}$ $\quad \frac{6}{8} \begin{matrix}\div\\ \div\end{matrix} \frac{2}{2} = \frac{3}{4}$ $\quad \frac{9}{12} \begin{matrix}\div\\ \div\end{matrix} \frac{3}{3} = \frac{3}{4}$

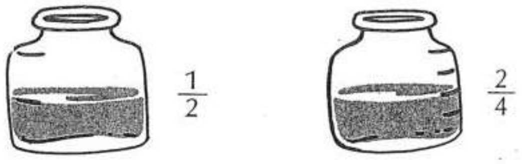
$\frac{3}{4} \begin{matrix}\times\\ \times\end{matrix} \frac{4}{4} = \underline{\quad}$ $\quad \frac{3}{4} \begin{matrix}\times\\ \times\end{matrix} \frac{5}{5} = \underline{\quad}$ $\quad \frac{12}{16} \begin{matrix}\div\\ \div\end{matrix} \frac{4}{4} = \underline{\quad}$ $\quad \frac{15}{20} \begin{matrix}\div\\ \div\end{matrix} \frac{5}{5} = \underline{\quad}$

$\frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}, \frac{15}{20}$

Son fracciones equivalentes.

Fracciones equivalentes

Observa:



A simple vista puedes darte cuenta de que $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{4}$ son fracciones equivalentes puesto que representan lo mismo.

En general, no se tienen las figuras representativas y, por lo tanto, se hace necesario encontrar su equivalencia o no equivalencia. Una manera fácil de hacerlo es determinando el conjunto de fracciones equivalentes de cada una.

¿Son equivalentes $\frac{1}{2}$ y $\frac{7}{14}$?

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \frac{6}{12}, \boxed{\frac{7}{14}}$$

$\frac{1}{2} = \frac{7}{14}$, sí son equivalentes.

¿Son equivalentes $\frac{4}{12}$ y $\frac{3}{9}$?

$$\frac{4}{12} = \frac{8}{24}, \boxed{\frac{12}{36}} \quad \frac{16}{48}$$

$$\frac{3}{9} = \frac{6}{18}, \frac{9}{27}, \boxed{\frac{12}{36}}$$

$\frac{4}{12} = \frac{3}{9}$, sí son equivalentes.

Para saber si entre dos fracciones hay o no equivalencia, se multiplica la primera por el inverso de la segunda, debiendo dar como resultado, la unidad.

$$\frac{1}{3} = \frac{3}{9} \qquad\qquad \frac{3}{4} \neq \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{9}{3} = \frac{9}{9} \qquad\qquad \frac{3}{4} \times \frac{2}{1} = \frac{6}{4}$$

Determina si las siguientes fracciones son o no equivalentes:

1. $\frac{5}{6}$ y $\frac{7}{8}$

2. $\frac{1}{2}$ y $\frac{20}{40}$

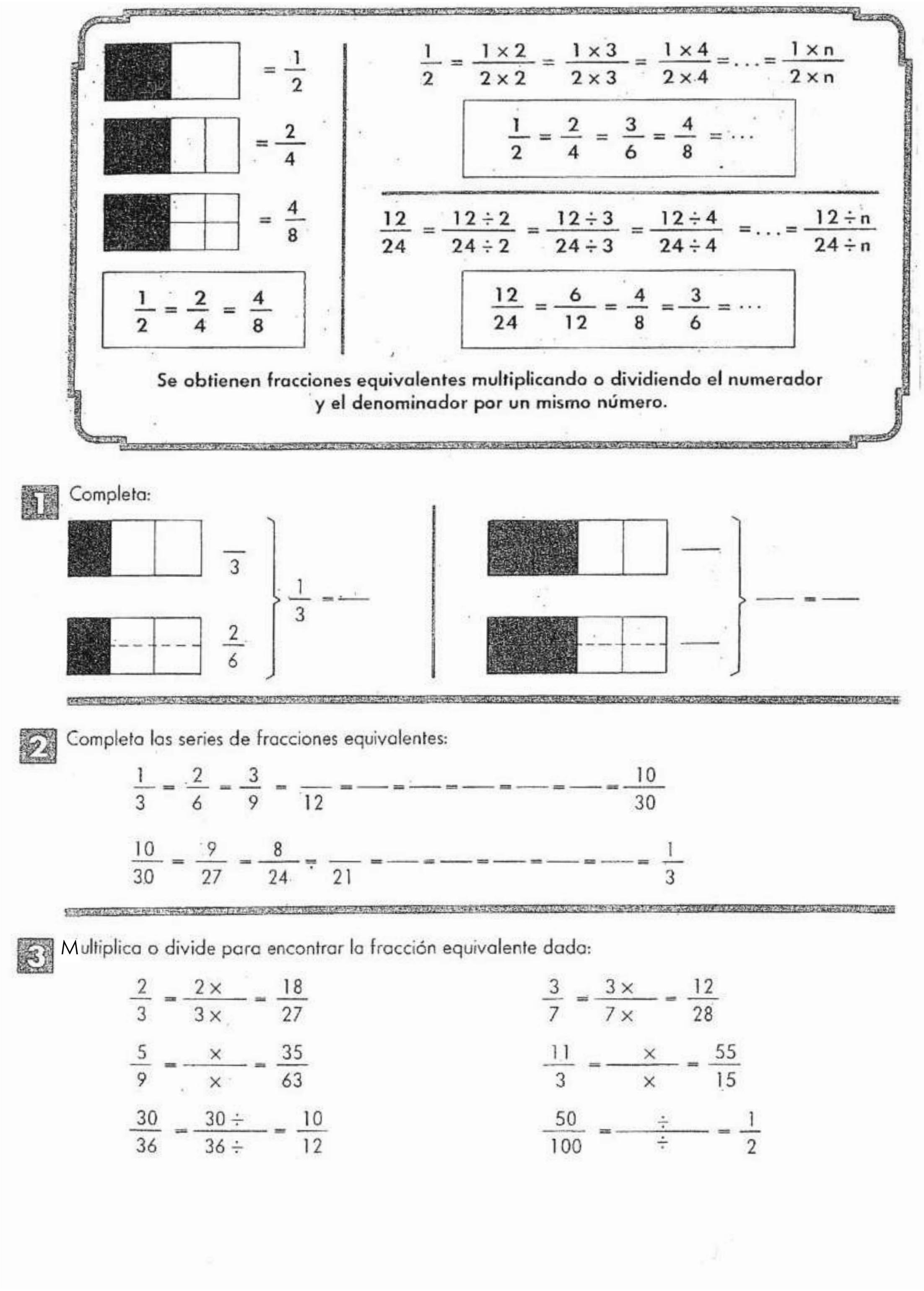
3. $\frac{6}{8}$ y $\frac{9}{12}$

4. $\frac{4}{16}$ y $\frac{1}{4}$

UNIDAD 2

E.T. ARITMÉTICA

Fracciones equivalentes



$= \frac{1}{2}$

$= \frac{2}{4}$

$= \frac{4}{8}$

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$

$\frac{1}{2} = \frac{1\times 2}{2\times 2} = \frac{1\times 3}{2\times 3} = \frac{1\times 4}{2\times 4} = \ldots = \frac{1\times n}{2\times n}$

$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \ldots$

$\frac{12}{24} = \frac{12\div 2}{24\div 2} = \frac{12\div 3}{24\div 3} = \frac{12\div 4}{24\div 4} = \ldots = \frac{12\div n}{24\div n}$

$\frac{12}{24} = \frac{6}{12} = \frac{4}{8} = \frac{3}{6} = \ldots$

Se obtienen fracciones equivalentes multiplicando o dividiendo el numerador y el denominador por un mismo número.

1 Completa:

$\frac{\quad}{3}$

$\frac{2}{6}$

$\frac{1}{3} = \underline{\quad}$

$\underline{\quad}$

$\underline{\quad}$

$\underline{\quad} = \underline{\quad}$

2 Completa las series de fracciones equivalentes:

$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{\quad}{12} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{10}{30}$

$\frac{10}{30} = \frac{9}{27} = \frac{8}{24} = \frac{\quad}{21} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{1}{3}$

3 Multiplica o divide para encontrar la fracción equivalente dada:

$\frac{2}{3} = \frac{2\times}{3\times} = \frac{18}{27}$

$\frac{3}{7} = \frac{3\times}{7\times} = \frac{12}{28}$

$\frac{5}{9} = \frac{\times}{\times} = \frac{35}{63}$

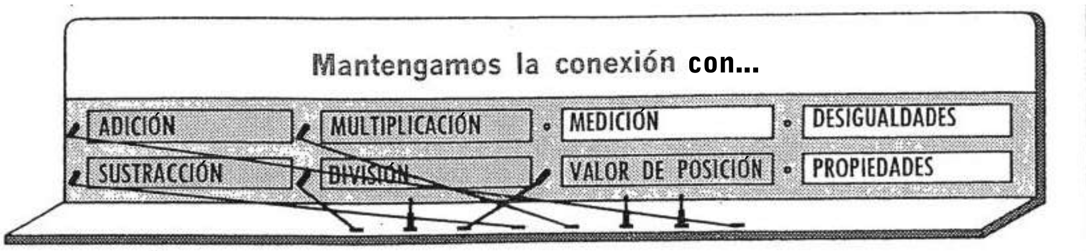
$\frac{11}{3} = \frac{\times}{\times} = \frac{55}{15}$

$\frac{30}{36} = \frac{30\div}{36\div} = \frac{10}{12}$

$\frac{50}{100} = \frac{\div}{\div} = \frac{1}{2}$

Cálculo mental y estimación de resultados

Multiplicación con ceros



1. Resuelve las ecuaciones.

[A] $9 \times 6 = \mathbf{n}$
[B] $8 + 7 = \mathbf{n}$
[C] $16 - 7 = \mathbf{n}$
[D] $63 \div 9 = \mathbf{n}$
[E] $50 = \mathbf{n} \times 10$
[F] $67 = \mathbf{n} + 47$
[G] $72 = \mathbf{n} \times 8$
[H] $\mathbf{n} = 54 \div 9$
[I] $\mathbf{n} = 9 \times 7$
[J] $8 = 56 \div \mathbf{n}$

2. Halla los productos.

[A] 34×10
[B] 100×76
[C] 10×10
[D] 6×30
[E] 40×8
[F] 9×60
[G] 8×700
[H] 300×9
[I] 6×800
[J] 20×30
[K] 50×90
[L] 80×70

3. Resuelve las ecuaciones.

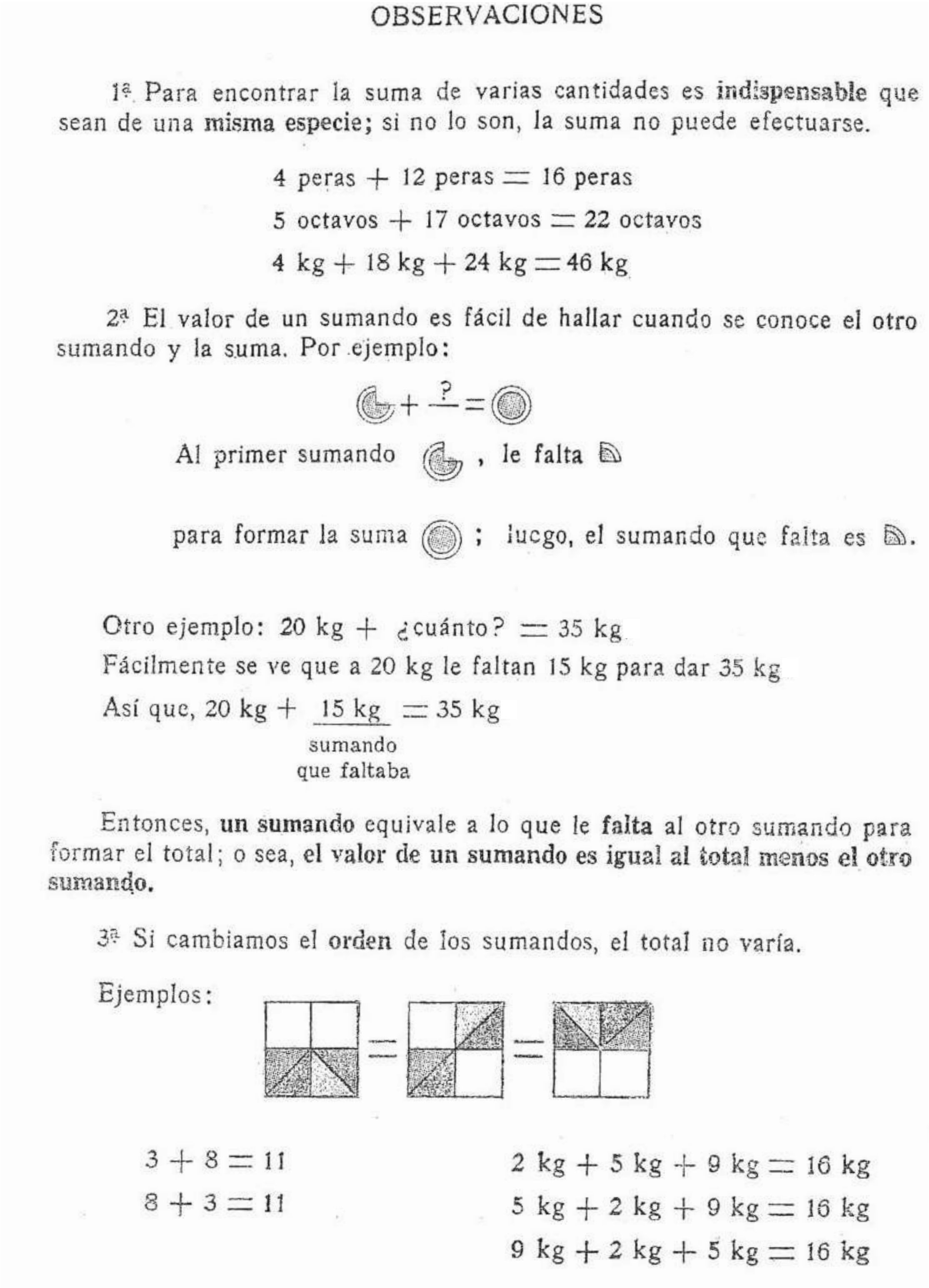
[A] $837 = 800 + \mathbf{n} + 7$
[B] $973 = \mathbf{n} + 70 + 3$
[C] $796 = \mathbf{n} + 90 + 700$
[D] $864 = 800 + 50 + \mathbf{n}$
[E] $358 = 200 + \mathbf{n} + 8$
[F] $592 = \mathbf{n} + 190 + 2$

4. Resuelve las ecuaciones.

[A] $843 = (\mathbf{n} \times 100) + 43$
[B] $843 = (\mathbf{n} \times 10) + 3$
[C] $369 = (\mathbf{n} \times 100) + 69$
[D] $369 = (\mathbf{n} \times 10) + 9$
[E] $4582 = (4 \times \mathbf{n}) + 582$
[F] $4582 = (45 \times \mathbf{n}) + 82$
[G] $4582 = (458 \times \mathbf{n}) + 2$
[H] $803 = (80 \times 10) + \mathbf{n}$
[I] $803 = (79 \times 10) + \mathbf{n}$
[J] $700 = (70 \times 10) + \mathbf{n}$
[K] $700 = (69 \times 10) + \mathbf{n}$
[L] $3005 = (300 \times 10) + \mathbf{n}$
[M] $3005 = (299 \times 10) + \mathbf{n}$
[N] $3023 = (29 \times 100) + \mathbf{n}$

5. Resuelve las ecuaciones.

[A] $3 \times 57 = (3 \times 50) + (3 \times \mathbf{n})$
[B] $5 \times 84 = (5 \times \mathbf{n}) + (5 \times 4)$
[C] $4 \times 36 = (\mathbf{n} \times 30) + (\mathbf{n} \times 6)$
[D] $3 \times 24 = (3 \times \mathbf{n}) + (3 \times 4)$
[E] $3 \times 124 = (3 \times \mathbf{n}) + (3 \times 20) + (3 \times 4)$
[F] $3 \times 5124 = (3 \times \mathbf{n}) + (3 \times 100) + (3 \times 20) + (3 \times 4)$



OBSERVACIONES

1ª Para encontrar la suma de varias cantidades es **indispensable** que sean de una **misma especie;** si no lo son, la suma no puede efectuarse.

4 peras + 12 peras = 16 peras

5 octavos + 17 octavos = 22 octavos

4 kg + 18 kg + 24 kg = 46 kg

2ª El valor de un sumando es fácil de hallar cuando se conoce el otro sumando y la suma. Por ejemplo:

◕ + ? = ◉

Al primer sumando ◕, le falta ◔

para formar la suma ◉; luego, el sumando que falta es ◔.

Otro ejemplo: 20 kg + ¿cuánto? = 35 kg

Fácilmente se ve que a 20 kg le faltan 15 kg para dar 35 kg

Así que, 20 kg + $\underbrace{15\text{ kg}}_{\text{sumando que faltaba}}$ = 35 kg

Entonces, **un sumando** equivale a lo que le **falta** al otro sumando para formar el total; o sea, **el valor de un sumando es igual al total menos el otro sumando.**

3ª Si cambiamos el **orden** de los sumandos, el total no varía.

Ejemplos:

3 + 8 = 11

8 + 3 = 11

2 kg + 5 kg + 9 kg = 16 kg

5 kg + 2 kg + 9 kg = 16 kg

9 kg + 2 kg + 5 kg = 16 kg

4ª Una suma de varios sumandos puede realizarse haciendo dos o más sumas parciales, pues el resultado no varía. Por ejemplo:

$$+\begin{array}{r} \left.\begin{array}{r}3\,254\\ 8\,227\end{array}\right\} \\ \left.\begin{array}{r}3\,465\\ 2\,086\end{array}\right\} \\ \hline 17\,032\end{array} \qquad + \begin{array}{r} 11\,481 \\ \\ 5\,551 \\ \hline 17\,032\end{array}$$

5ª Para comprobar el resultado de una suma, además de la forma anterior, existen otros procedimientos:

a). Si la suma es de dos sumandos, puede restarse un sumando al total, y, si está bien hecha, el resultado es el otro sumando.

Por ejemplo:

Sumas	Comprobaciones:	
$25 + 38 = 63$	$63 - 25 = 38$	$63 - 38 = 25$

$$+\begin{array}{r} 1\,678 \\ 4\,573 \\ \hline 6\,251 \end{array} \qquad -\begin{array}{r} 6\,251 \\ 1\,678 \\ \hline 4\,573 \end{array} \qquad -\begin{array}{r} 6\,251 \\ 4\,573 \\ \hline 1\,678 \end{array}$$

b). También puede comprobarse —y esta prueba sirve para cualquier número de sumandos— haciendo la suma una vez en un sentido y luego en otro. Por ejemplo:

$$\begin{array}{r} 121 \\ \hline 35 \\ +\ 86 \\ \hline 121 \end{array} \begin{array}{c} \uparrow \\ \downarrow \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 187 \\ \hline 43 \\ 21 \\ +\ 62 \\ 35 \\ 26 \\ \hline 187 \end{array} \begin{array}{c} \uparrow \\ \downarrow \end{array}$$

Escala y simetría

En algunos trabajos es imprescindible aplicar una **escala** para realizarlos.
La escala es la **reducción** o **amplificación** de un diseño, mapa o plano hecho a **proporción**.
Las escalas se aplican en la elaboración de mapas, planos, maquetas, fotografías, objetos, etc.

Original

Natural

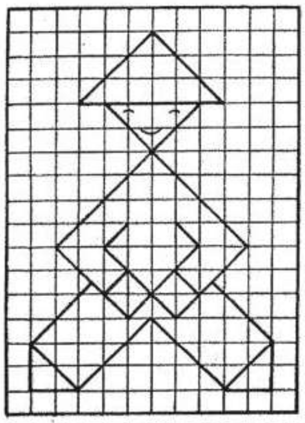
Reducción 1 : 2 ó $\frac{1}{2}$

Cada unidad de la reproducción representa dos unidades del original.

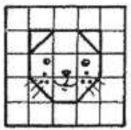
Amplificación 2 : 1 ó $\frac{2}{1}$

Cada dos unidades de la reproducción representa una unidad del original.

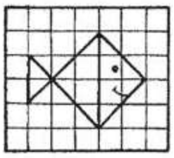
En tu cuaderno amplifica o reduce las siguientes figuras toma en cuenta la escala que se te indica.



Reduce ESCALA 1:2

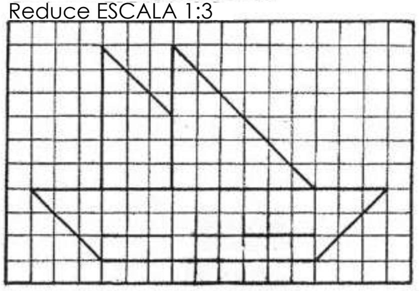


Amplifica ESCALA 3:1

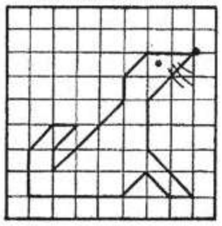


Amplifica ESCALA 4:1

Reduce ESCALA 1:3



Amplifica ESCALA 2:1



Recuerda que para conocer las dimensiones reales de un mapa o las distancias que en él se representan es importante manejar la escala a que fue trazado.

Observa los puntos que se ubican en el siguiente mapa, **calcula la** distancia que hay entre uno y otro, considera la escala 1:131,000,000 km (1 cm corresponde a 131,000,000 km).

De la Ciudad de México a Washington hay_____________km.

De Río de Janeiro a Buenos Aires hay_____________km.

De Bogotá a Lima hay_____________ km.

De Santiago a Caracas hay_____________km.

De Monterrey a Los Ángeles hay_____________km.

UNIDAD 2

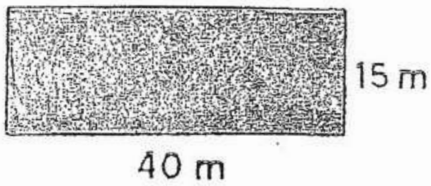
E.T. GEOMETRÍA

Escala, simetría y volumen

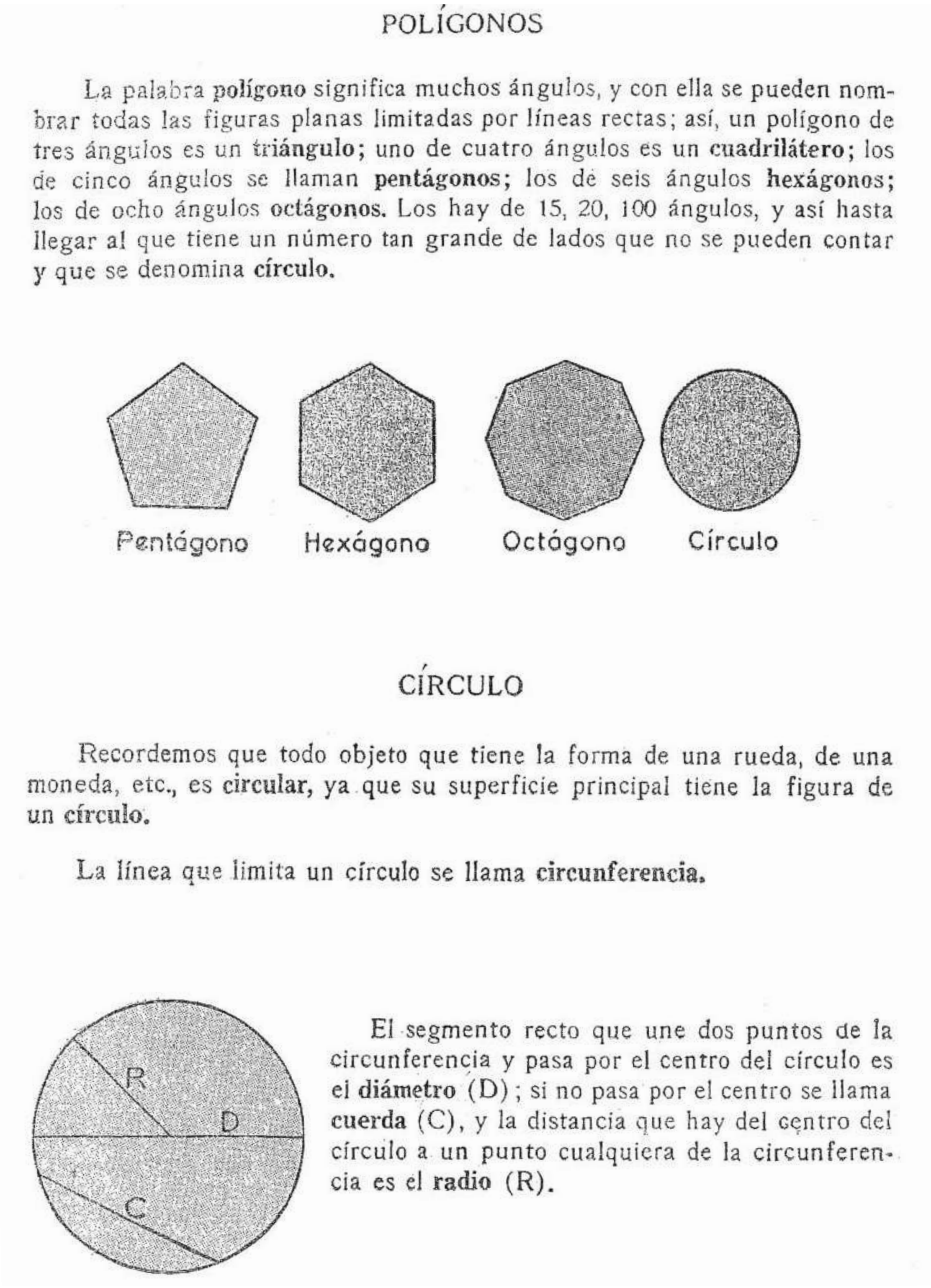
FIGURAS A ESCALA

La fotografía de una casa nos muestra cómo es ésta, pero de tamaño más pequeño; la fotografía de un automóvil, de un ferrocarril, de un edificio o de una persona, es **una copia a escala** de ese automóvil, de ese ferrocarril, de ese edificio o de esa persona. Así, cuando deseamos representar en un papel algo que no cabe con sus medidas naturales, lo trazamos **a escala.** Por ejemplo: un terreno rectangular mide de largo 40 m y de ancho 15 m, se puede dibujar de manera que 1 m esté representado por 1 mm; entonces se dice que la escala del dibujo es de **1 mm a 1 m.**

Dibujo a escala



Polígonos y círculos



POLÍGONOS

La palabra **polígono** significa muchos ángulos, y con ella se pueden nombrar todas las figuras planas limitadas por líneas rectas; así, un polígono de tres ángulos es un **triángulo**; uno de cuatro ángulos es un **cuadrilátero**; los de cinco ángulos se llaman **pentágonos**; los de seis ángulos **hexágonos**; los de ocho ángulos **octágonos.** Los hay de 15, 20, 100 ángulos, y así hasta llegar al que tiene un número tan grande de lados que no se pueden contar y que se denomina **círculo.**

Pentágono Hexágono Octágono Círculo

CÍRCULO

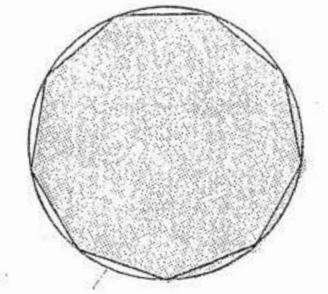
Recordemos que todo objeto que tiene la forma de una rueda, de una moneda, etc., es **circular,** ya que su superficie principal tiene la figura de un **círculo.**

La línea que limita un círculo se llama **circunferencia.**

El segmento recto que une dos puntos de la circunferencia y pasa por el centro del círculo es el **diámetro** (D); si no pasa por el centro se llama **cuerda** (C), y la distancia que hay del centro del círculo a un punto cualquiera de la circunferencia es el **radio** (R).

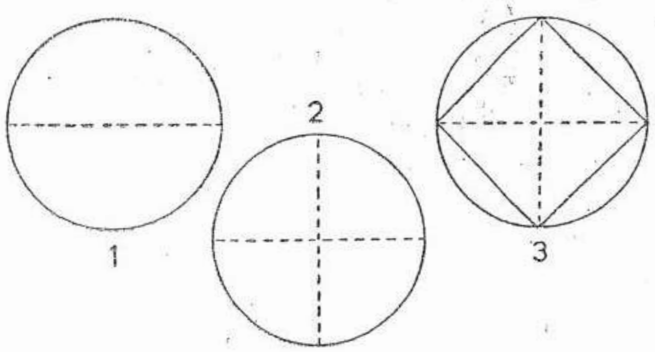
Polígonos

Cuando un polígono tiene sus vértices en una circunferencia, ese polígono está inscrito en la circunferencia (“inscrito” quiere decir trazado dentro); en ese caso la circunferencia está **circunscrita** al polígono (“circunscrito” significa trazado alrededor) .



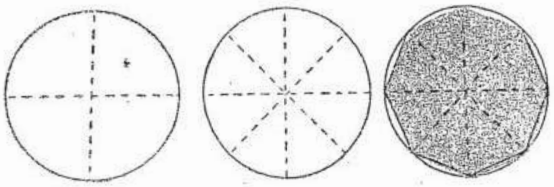
El trazo de circunferencias es muy útil para la construcción de polígonos inscritos en ellas. Así, para hacer un **cuadrado** se traza primero la circunferencia, y 1uego dos diámetros perpendiculares. Los extremos de los diámetros se unen y se forma el cuadrado.

Cuadrado inscrito



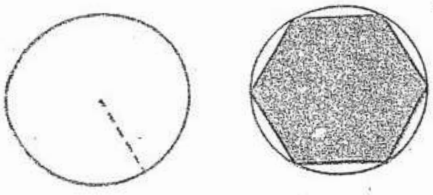
Para trazar un octágono basta trazar las bisectrices de los ángulos que forman dos diámetros perpendiculares y unir, sucesivamente, los puntos señalados en la circunferencia.

Octágono inscrito



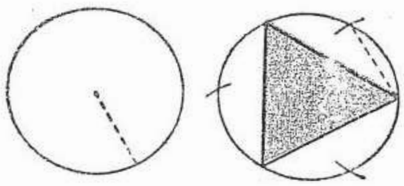
Si con el radio de una circunferencia se trazan cuerdas, una a continuación de otra, se forma un **hexágono inscrito.**

Hexágono inscrito

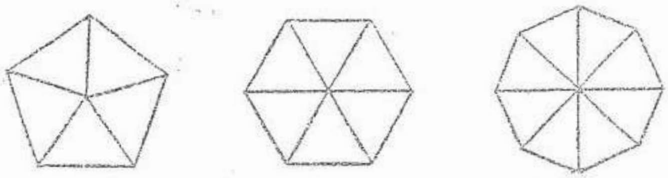


Se obtiene un **triángulo equilátero inscrito** si los arcos trazados ordenadamente en la circunferencia con la medida del radio, se unen alternadamente.

Triángulo equilátero inscrito



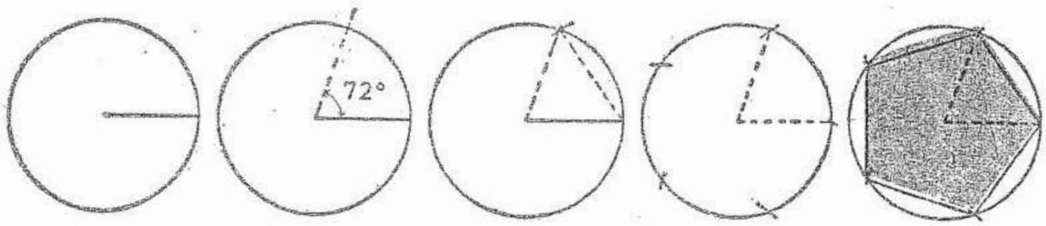
Trazando los **radios** que van a los vértices de cualquier polígono regular inscrito, el polígono queda dividido en triángulos iguales:



Pentágono Hexágono Octágono

Cada ángulo cuyo vértice está en el centro mide la quinta, la sexta o la octava parte de 360°, según los lados sean 5, 6 u 8; así, en el pentágono, cada ángulo mide 72°, en el hexágono 60° y en el octágono 45°.

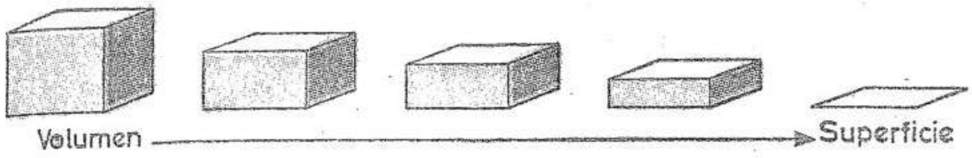
Esta propiedad nos sirve para trazar un polígono regular de cualquier número de lados. Por ejemplo, para construir un pentágono se traza una circunferencia y uno de sus radios; sobre este radio, y con vértice en el centro, se traza un ángulo de 72°; se toma la medida de la cuerda y se repite ordenadamente esta medida en toda la circunferencia; se unen los puntos y se obtiene el pentágono. La ilustración indica los pasos mencionados:



UNIDAD 2

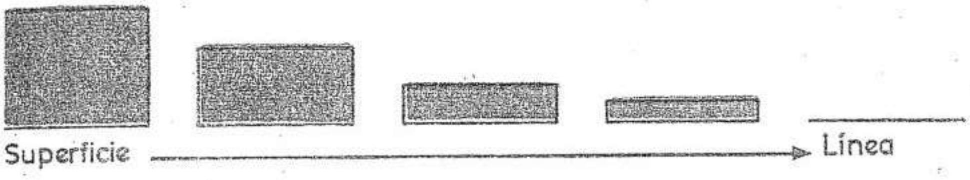
E.T. GEOMETRÍA

Cuerpo geométrico



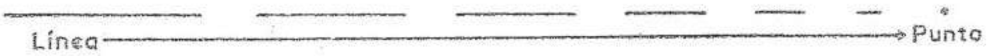
Si la altura de un **prisma** va disminuyendo y disminuyendo, acaba por desaparecer, y, al hacerlo, el volumen también desaparece y se convierte en una **superficie.**

Entonces, la **superficie** sólo se mide en **dos** dimensiones: **largo** y **ancho.**



Si el ancho de un **rectángulo** va disminuyendo y disminuyendo, llega a desaparecer, y, entonces, también desaparece la superficie y se transforma en **línea.**

La **línea** sólo se mide en **una** dimensión: **longitud.**



Cuando una línea disminuye acaba por transformarse en un **punto,** el cual no tiene ni largo ni ancho ni grueso.

Todo esto lo podemos imaginar también en sentido inverso: un **punto,** al moverse, forma una **línea;** una **línea,** al moverse, forma una **superficie;** una **superficie,** al moverse, forma un **volumen.**

Factorización

Factorizar o descomponer un número en factores primos es expresar el número como un producto de números primos.

Factorización de un número

Para factorizar un número o descomponerlo en factores efectuamos sucesivas divisiones entre sus divisores primos hasta obtener un uno como cociente.

Para realizar las divisiones utilizaremos una barra vertical, a la derecha escribimos los divisores primos y a la izquierda los cocientes.

50	2
25	5
5	5
1	

$50 = 2^1 + 5^2$

Esto quiere decir:
50 ÷ 2 = 25
25 ÷ 5 = 5
Y
5 ÷5= 1

432	2
216	2
108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

$432 = 2^4 + 3^3$

Esto quiere decir:
432 ÷ 2 = 216
216 ÷ 2 = 108
108 ÷ 2 = 54
54 ÷ 2 = 27
27 ÷ 3 = 9
9 ÷ 3 = 3
Y finalmente:
3 ÷ 3 = 1

Ejercicio: realiza las siguientes factorizaciones:

12	16	20	60	208

Unidades de tiempo

Las **unidades de tiempo** comprenden todas las unidades de medida que determinan el tiempo de algún **suceso** o **acontecimiento** natural o social.
Algunas unidades que el hombre ha considerado para medir el tiempo son: el milenio, el siglo, la década, el lustro, el año, los meses, las semanas, los días, las horas, los minutos, los segundos, etc.
La relación de valor varía de una unidad a otra.
Para convertir una unidad **mayor** en una **menor**, se **multiplica**.

3 meses = 90 días 3 x 30 = 90 días

Para convertir una unidad **menor** a otra **mayor**, se **divide**. 60 días = 2 meses 60 : 30 = 2

Estudia y maneja la siguiente tabla de unidades de tiempo.

1 milenio = 1 000 años.
1 siglo = 100 años
1 década = 10 años
1 sexenio = 6 años
1 lustro = 5 años
1 bienio = 2 años

1 año = 12 meses
1 mes = 30 días
1 semana = 7 días
1 día = 24 horas
1 hora = 60 minutos
1 minuto = 60 segundos.

Relaciona las unidades que tengan la misma equivalencia de tiempo.

8 años
96 meses
4 horas
3 sexenios
240 minutos
5 milenios
5,000 años
42 días
35 años
3,600 segundos
3 días
6 semanas
7 lustros
900 segundos
15 minutos
1 hora
18 años
72 horas

Convierte el tiempo que está en la carátula de cada reloj a la unidad registrada sobre su base.

5 años	12 siglos	8 lustros	3 semanas	24 horas	720 segundos	360 horas	800 años
meses	años	años	días	minutos	minutos	días	décadas

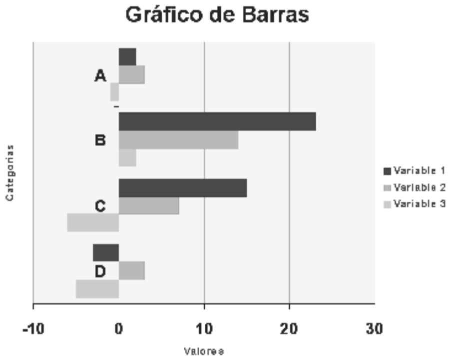
En las unidades de tiempo se manejan 30 días por mes, pero es importante que conozcas el número de días que forma cada mes.
Septiembre, abril, junio y noviembre tienen 30 días cada uno. Todos los demás meses tienen 31 días, excepto febrero que tiene 28 días o 29, si es año bisiesto.
Si las últimas cifras de un año son exactamente divisibles entre 4, el año es un año bisiesto.

Observa:
El año 19**92** es bisiesto porque **92** : 4 = 23
el año 19**96** es bisiesto porque **96** : 4 = 24
el año 19**95** **no** es año bisiesto porque el 95 **no es divisible** entre **4**.

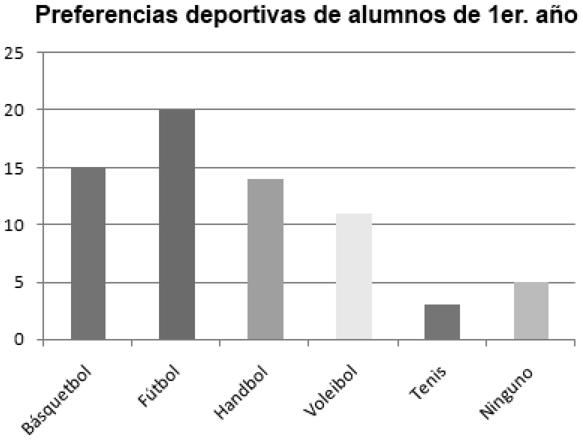
Gráficas de barras

Son de utilidad para representar datos de variables continuas o discretas. Se elaboran con rectángulos que deben tener un ancho igual en su base y una altura equivalente a la frecuencia que se busca representar. La escala horizontal no tiene que ser continua por tanto las barras o columnas pueden representarse separadamente.

Un gráfico de barras es aquella representación gráfica bidimensional en que los objetos gráficos elementales son un conjunto de rectángulos dispuestos paralelamente de manera que la extensión de los mismos es proporcional a la magnitud que se quiere representar. Los rectángulos o barras pueden estar colocados horizontal o verticalmente. En este último caso reciben también el nombre de gráficos de columnas.

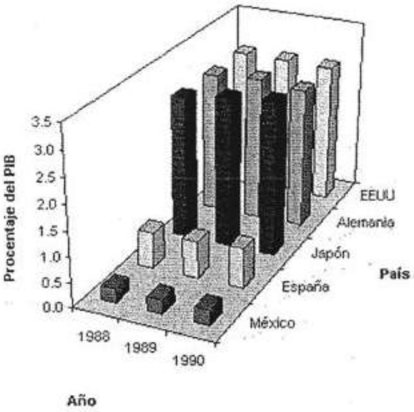


Existen varios tipos de gráficas de barras, a continuación se indican sus características principales.
Barras verticales: Se utilizan para representar valores mediante columnas verticales, que pueden estar aislados o no, dependiendo de las características de la variable (continua o discreta).



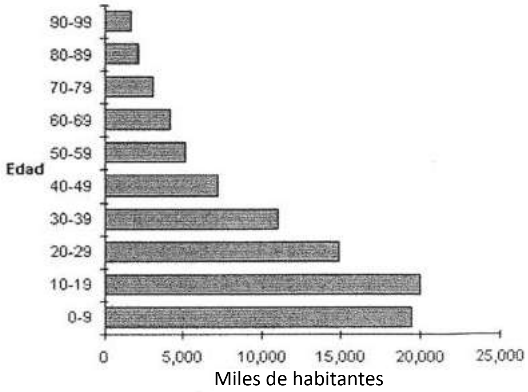
Gráficas de barras

En la siguiente gráfica se representa el porcentaje del PIB gastado en docencia e investigación por cinco países en el lapso de 1988 a 1999.



Barras horizontales: son útiles cuando los datos a representar para una categoría son muy extensos. Pueden representar valores discretos mediante barras trazadas horizontalmente. Por ejemplo:

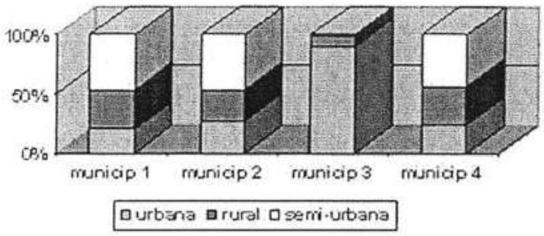
A este tipo de gráficos en particular se le llama pirámide de edades por su forma. Incluso, cuando se compara la población masculina y femenina por estratos de edades, se utiliza el lado izquierdo para la población de un sexo y el lado derecho para el otro, el resultado es una "pirámide" casi simétrica (dependerá de la población en particular).



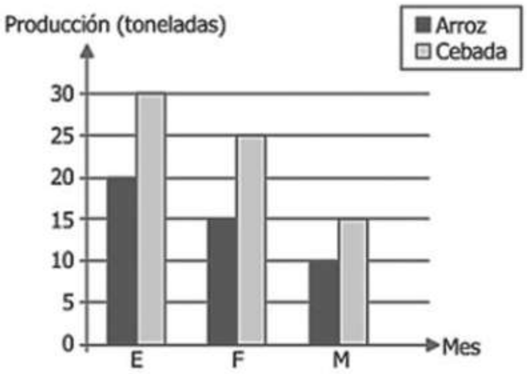
Gráficas de barras

Barras proporcionales: se utilizan para representar los porcentajes de datos que componen un total, las barras pueden disponerse horizontal o verticalmente.

Gráfico # 4. Población según zonas. Cuba, 2002.

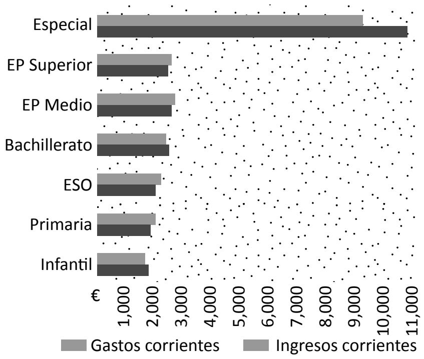


Barras comparativas: sirven para comparar valores entre categorías o series. Pueden ubicarse tanto horizontal como verticalmente.

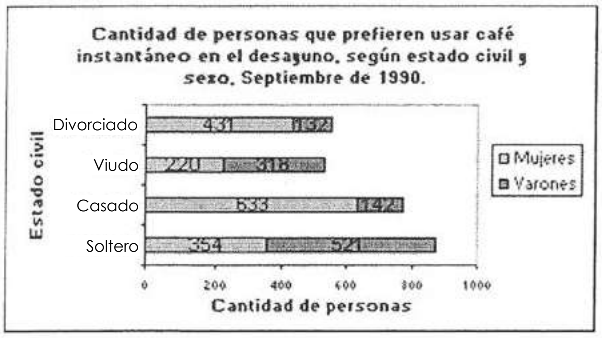


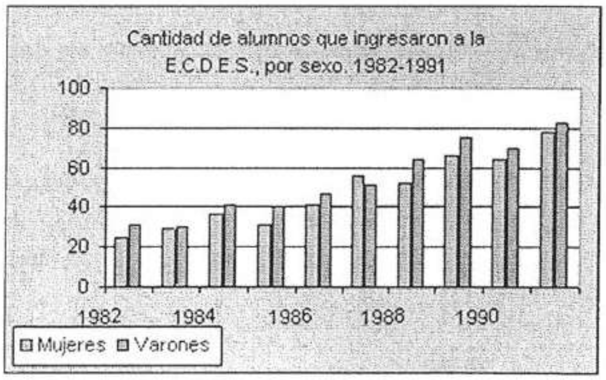
Ingresos y gastos

Gastos e ingresos Corrientes medios por alumno según nivel educativo.



Barras apiladas: se utilizan cuando se requiere representar la relación entre dos o más series y el total. Presentación horizontal o vertical.





UNIDAD 2

E.T. PROBABILIDAD Y
ESTADÍSTICA

Gráficas de barras

Cálculo de promedios especiales

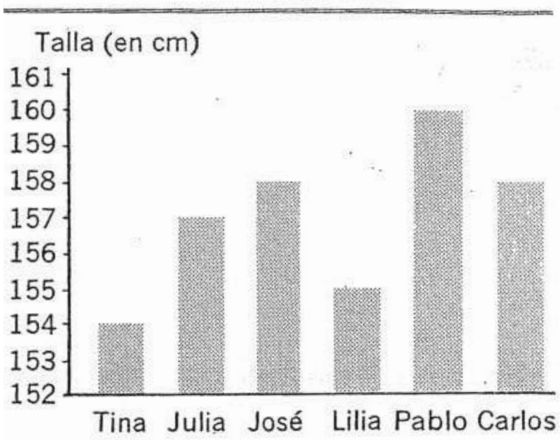
1. Las barras de la gráfica representan las alturas de algunos niños de 5º grado. Halla el promedio.

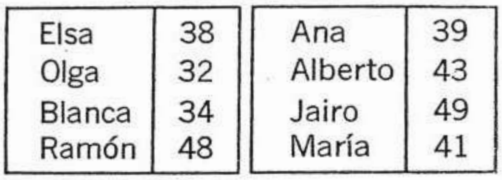
2. Julia tiene 3,834 días de edad, Ofelia 4,015 y Doris 3,924. Busca el promedio de las edades (en días) de las tres niñas.

3. La tabla de la derecha indica los pesos de 8 niños de 5º grado. Halla el promedio de sus pesos.

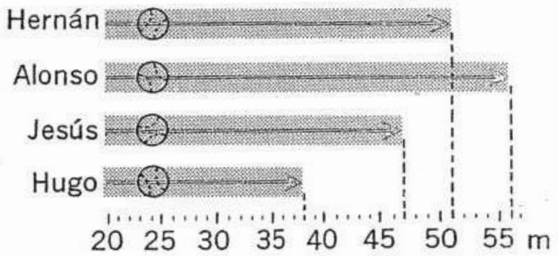
4. La gráfica muestra las distancias a las cuales lanzaron una pelota algunos niños de 5º grado. Busca el promedio de las distancias.

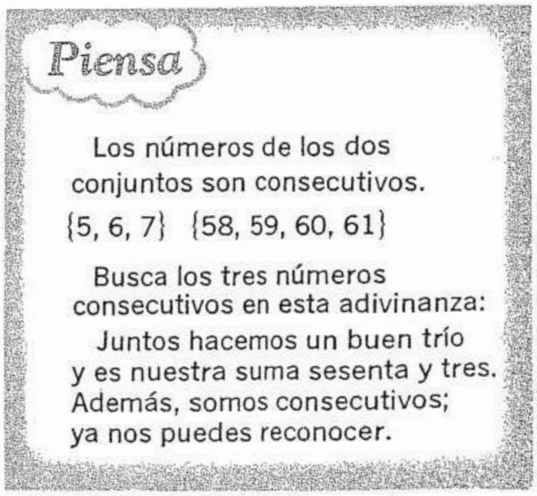
5. Estas son las “marcas” de 6 niños de 5º grado en salto largo:
   1 m, 80 cm; 1 m, 90 cm;
   1 m, 70 cm; 1 m, 95 cm;
   1 mJ 65 cm; 1 m, 86 cm.
   [A] Halla la longitud de cada salto (en cm).
   [B] Halla el promedio de la longitud de los saltos en cm.
6. [A] Busca el promedio de los pesos de los niños de tu clase (aproximando tus respuestas al número natural más cercano).
   [B] Halla también el promedio de las tallas de los niños en cm.





Elsa	38	Ana	39
Olga	32	Alberto	43
Blanca	34	Jairo	49
Ramón	48	María	41





Piensa

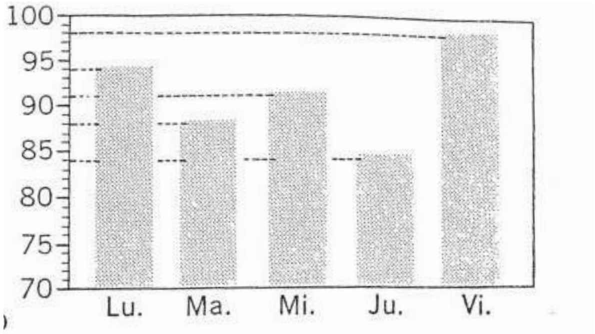
Los números de los dos conjuntos son consecutivos.

{5, 6, 7} {58, 59, 60, 61}

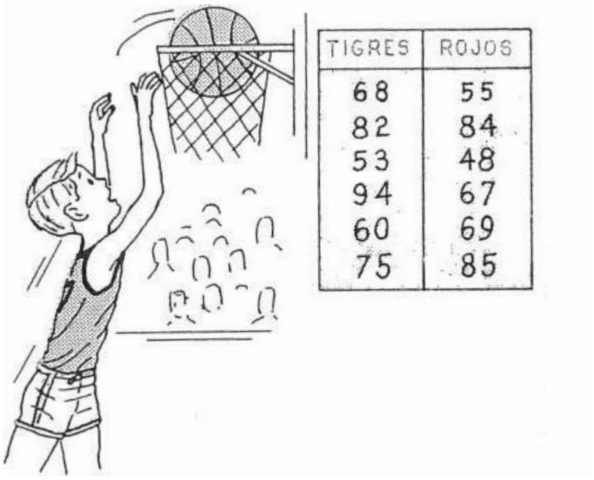
Busca los tres números consecutivos en esta adivinanza:

Juntos hacemos un buen trío
y es nuestra suma sesenta y tres.
Además, somos consecutivos;
ya nos puedes reconocer.

Gráficas de barras



4. Busca los promedios.
   [A] La gráfica de barras muestra los puntajes que logró Manolo en 5 pruebas de ortografía. ¿Cuál fue el promedio?
   [B] Los Tigres jugaron con los Rojos 6 partidos de baloncesto. En la ilustración tienes un registro de los puntajes. ¿Cuál es el promedio de puntos obtenido por los Tigres y los Rojos en cada partido?



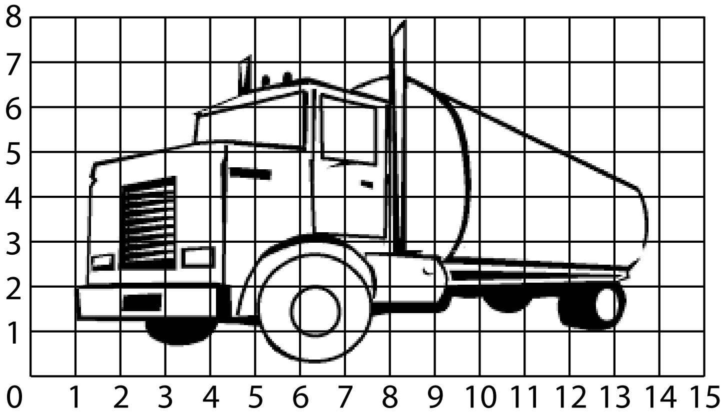
TIGRES	ROJOS
68	55
82	84
53	48
94	67
60	69
75	85

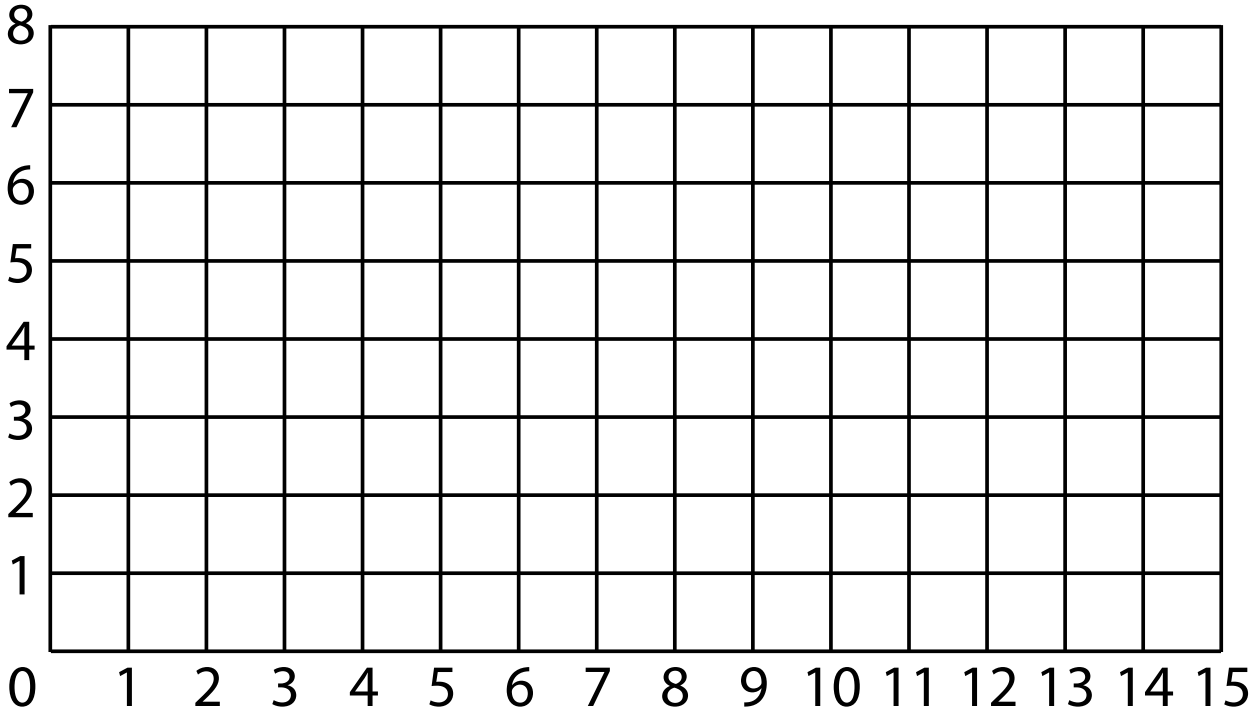
5. Resuelve los problemas. Escribe una ecuación para cada uno.
   [A] Un camión gastó 24 litros de gasolina viajando 652 km. ¿Cuál es el número promedio de kilómetros que puede viajar con 1 litro de gasolina?
   [B] Si un hombre viaja 264 kilómetros en 3 horas, ¿a qué promedio de velocidad debe conducir?
   [e] Si un velero viaja a 29 kilómetros por hora, ¿cuánto se demorará en recorrer 145 kilómetros?
   [o] Si el señor Ramos conduce a 83 kilómetros por hora, ¿cuánto tiempo gastará aproximadamente en recorrer 1079 kilómetros?
   [E] Un tren recorre en promedio 130 kilómetros por hora y viaja 780 kilómetros. ¿Cuántas horas empleó en su recorrido?

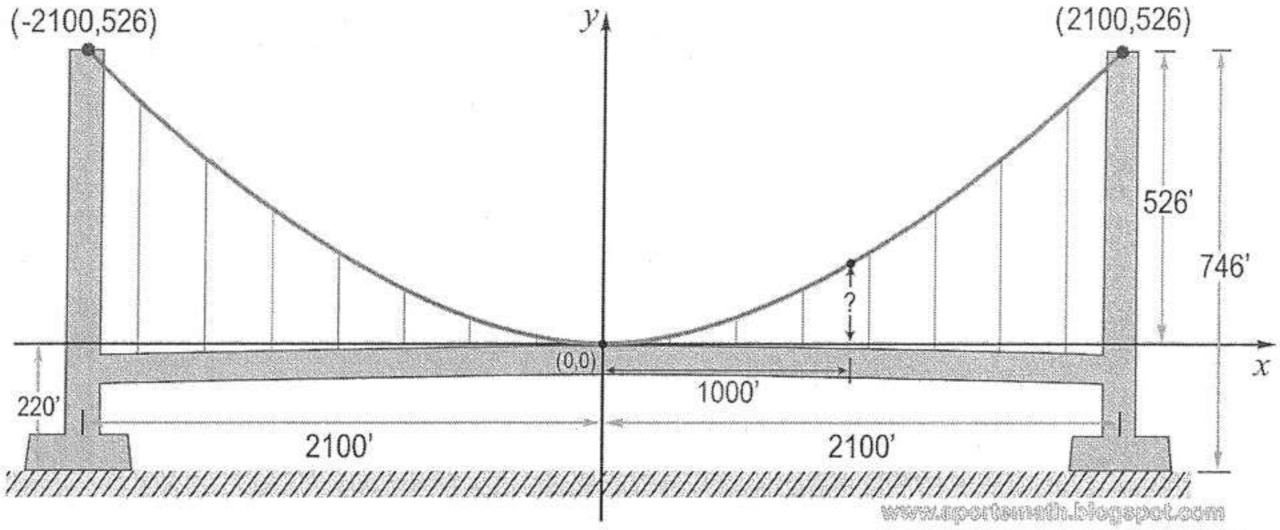
6. Resuelve estos problemas de dinero.
   [A] El señor Alvarez compró 5 cuadros, y cada uno le costó $ 24.95. ¿Cuánto pagó?
   [8] El señor Rivera pagó $ 93.96 por 4 cuadros. ¿Cuánto le costó cada uno? [e] ¿Cuál es la diferencia del precio de cada cuadro en los ejercicios A y B?

Escala

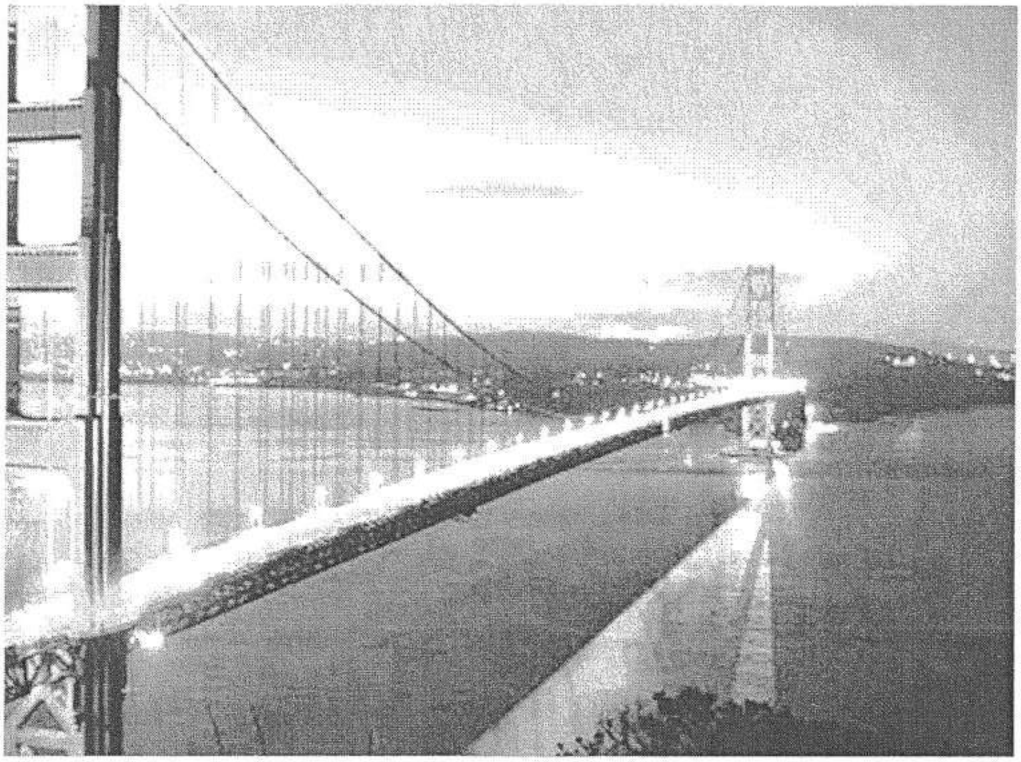
Dibuja nuevamente la pipa, más grande. Usa la cuadrícula para guiarte.







UNIDAD 3



LA SALUD EN EL ESTADO

UNIDAD 3

Palabras y conceptos

EJE TEMÁTICO	PALABRAS CLAVE	CONCEPTO
LÓGICA Y CONJUNTOS	• Posibilidad • Moral • Consecuente • Generalización • Inductivo	**Posibilidad:** Una manera alternativa de expresar la ocurrencia o no de un evento. **Inductivo:** Es una modalidad del razonamiento que consiste en obtener conclusiones generales a partir de premisas que contienen datos particulares o individuales.
ARITMÉTICA	• Partición • Secuencia • Cuotidad • Abstracción • Sumerio	**Partición:** Reparto o división de un todo en varias partes, "para realizar la partición de la herencia o la división de una cosa común requerirán además la aprobación judicial", sinónimos: partimiento. Cada una de las partes que resulta de este reparto. **Abstracción:** Formar mediante una operación intelectual una idea mental o noción de un objeto extrayendo de los objetos reales particulares los rasgos esenciales, comunes a todos ellos. Acción de abstraer o abstraerse.
GEOMETRÍA	• Circunflejo • Equilátero • Isósceles • Escaleno • Cilindro	**Equilátero:** Figura, cuerpo geométrico. Que tiene todos los lados o aristas iguales. **Isósceles:** Triángulo, trapecio. Que tiene dos de sus lados iguales.
ÁLGEBRA	• Potencia • Producto • Expresión • Monomio • Exponente	**Producto:** En matemáticas, producto es sinónimo de multiplicación. **Exponente:** El exponente de un número muestra cuántas veces el número se va a utilizar como factor en la multiplicación.
MEDICIÓN	• Voltio • Neutrón • Amplitud • Electricidad • Polo	**Voltio:** Unidad de tensión eléctrica, potencial eléctrico y fuerza electromotriz del Sistema Internacional, de símbolo V, que equivale a la diferencia de potencial entre dos puntos de un hilo conductor que transporta una corriente de intensidad de 1 ampere cuando se disipa una potencia de 1 watt. **Amplitud:** Distancia o valor máximo de una cantidad variable, de su valor medio o valor base, o la mitad del valor máximo pico a pico de una función periódica, como un movimiento armónico simple.
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA	• Campos • Disciplina • Física • Ciencias naturales • Industrial	**Campo:** Ámbito real o imaginario propio de una actividad o de un conocimiento. **Disciplina:** Arte, facultad o ciencia.

Carácter enunciativo

El juicio es un pensamiento en el que se afirma o se niega algo de algo.

CARÁCTER ENUNCIATIVO DE UN JUICIO:

Se le aplica a la frase u oración que afirma o niega alguna cosa, acerca de una persona o una cosa, significa que algo que especificaste puede cambiar.

Ejemplo: si escribo que te dejaré salir a pasear 3 veces por semana, al especificar por escrito también que esto es enunciativo más no limitativo, puedo dejarte salir sólo 2 veces o a lo mejor 4 o 5 veces por semana; hice un enunciado de algo, pero no me limitó en ningún sentido ni para darte más días o menos o dejarlo como lo escribí.

No sólo no hay objetos sin caracteres tampoco existen caracteres sin objetos. Todo carácter lo es de algún objeto o de un conjunto de objetos. De donde se sigue que, al afirmar o al negar que un carácter pertenece al objeto del juicio, obtenemos también una representación mental de la identidad o de la diferencia de los objetos en la realidad.

Al afirmar que un carácter pertenece al objeto, obtenemos la representación mental de la identidad del objeto del juicio con todos los objetos que poseen el carácter indicado en el juicio. Al negar que un carácter pertenece al objeto, obtenemos la representación mental de lo diferencia del objeto del juicio con respecto a los objetos que poseen dicho carácter.

Ejemplos de carácter enunciativo:

REFLEXIONA SOBRE EL TEMA Y ESCRIBE TUS CONCLUSIONES:

____

____

____

____

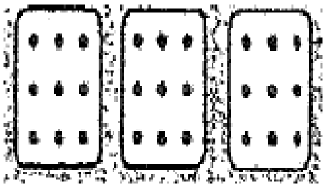
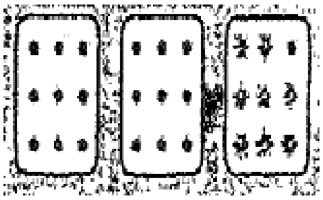
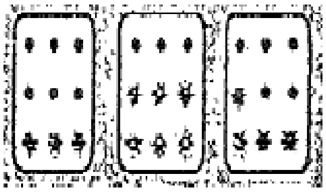
____

UNIDAD 3

E.T. ARITMÉTICA

Representar números de hasta seis cifras

Conteo base 10

<table>
<tr><th colspan="3">Número de millones</th><th colspan="3">Número de millares</th><th colspan="3"></th></tr>
<tr><td>100</td><td>10</td><td>1</td><td>100</td><td>10</td><td>1</td><td>100</td><td>10</td><td>1</td></tr>
<tr><td colspan="3"></td><td colspan="3"></td><td colspan="3"></td></tr>
</table>

Esta máquina indica el número grabado en una tarjeta. Estudia la máquina y las luces rojas y trata de descubrir el número. La máquina indica los números en la misma forma que el ábaco.

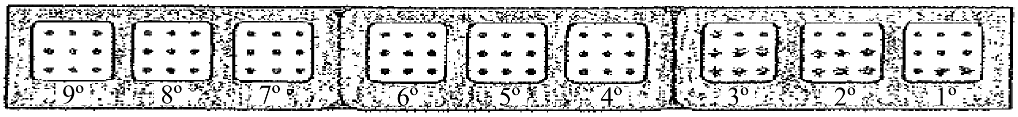
EJERCICIOS DE DISCUSIÓN

1. ¿Cuál es el número que muestra la máquina?
2. Explica cómo se podría representar ese número en el ábaco.
3. ¿En qué se parecen el ábaco y la máquina?

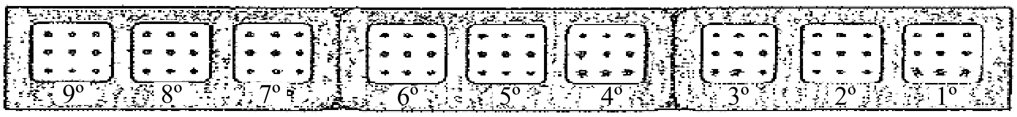
EJERCICIOS

En cada ejercicio halla el número que fue grabado en la máquina.

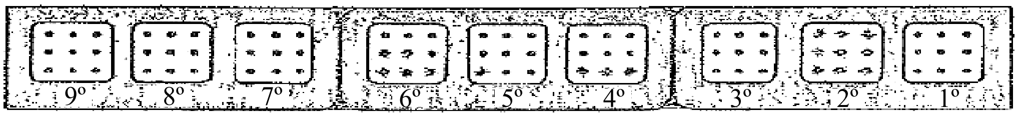
1.



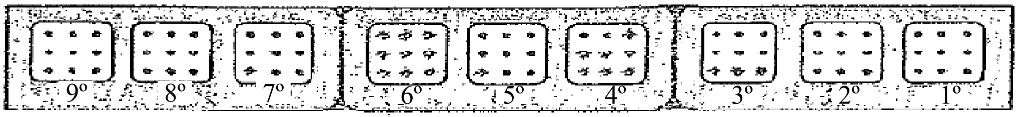
2.



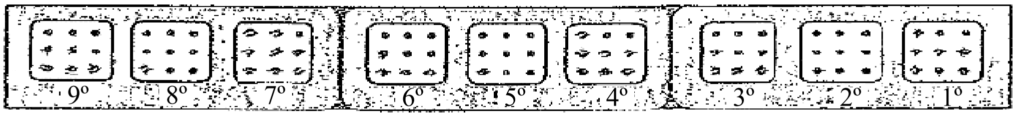
3.



4.



5.



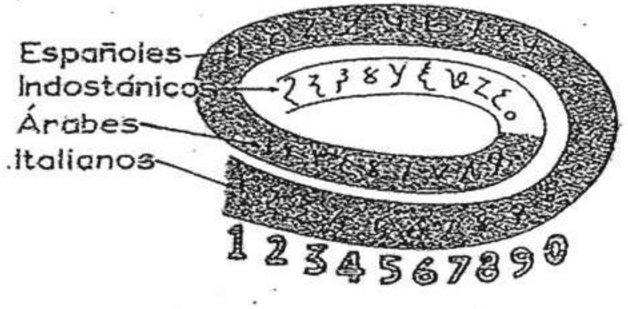
UNIDAD 3

E.T. ARITMÉTICA

Los números enteros y sus propiedades

SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL

Los números que usarnos a diario, no sólo en México, sino en el mundo entero, tienen su origen en los números indostánicos de principios de nuestra Era. Los árabes los adaptaron a sus necesidades y los introdujeron en España, de donde se difundieron por toda Europa. En los diferentes pueblos) los números sufrieron pequeñas modificaciones de forma hasta que tomaron la que hoy tienen.



Los diez signos que utilizamos en la formación de todos los números se llaman cifras o guarismos, y son:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 0

Los nueve primeros números de la serie natural, que tienen una sola cifra se llaman números dígitos, y todos los demás reciben el nombre de números compuestos.

VALOR ABSOLUTO Y VALOR RELATIVO

Se pueden formar todos los números que se desee gracias a dos propiedades de nuestro sistema de numeración, llamado sistema decimal de numeración. Esas dos propiedades consisten en lo siguiente:

lª Toda cifra representa dos valores: un valor absoluto, indicado por la figura de la cifra, y un valor relativo, que depende del lugar que la cifra ocupa. Ejemplo: 2, 28, 235 y 2,347. El valor absoluto del número de tipo más negro en los cuatro casos es dos; el valor relativo de cada uno es diferente. El del primero es dos; el del segundo, veinte; el del tercero, doscientos; y el del cuarto, dos mil.

2º El cero es el número del cual parten los demás y significa la ausencia de todo objeto, de toda,unídad; así 0 centavos, 0 pesos, 0 libros, etc., quiere decir: ningún centavo, ningún peso, ningún libro, etc.

UNIDAD 3

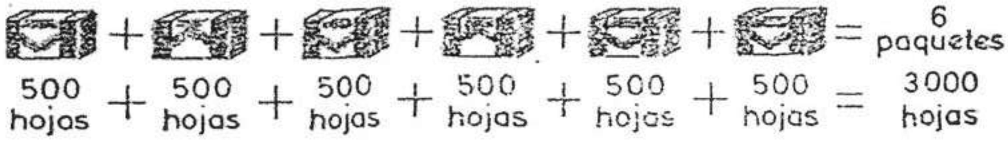
E.T. ARITMÉTICA

Los números enteros y sus propiedades

MULTIPLICACION CON NÚMEROS ENTEROS Y CON DECIMALES

Ayer vi sobre la mesa que está en la dirección de la escuela 6 paquetes de hojas de papel. Si sé que en cada paquete hay 500 hojas, ¿podré saber cuántas hojas son en total? ¡Claro, naturalmente! Hay 3000 hojas. ¿Cómo lo supe? Muy fácilmente. Pude pensar así:

Si son 6 paquetes y cada uno tiene 500 hojas:



También pude pensar de otra manera:

500 hoja	X	6	=	3,00 hojas
Número de hojas en cada paquete		Número de paquetes		

En ambas formas resuelvo el problema: en la segunda he multiplicado, en la primera he sumado. Esto es:

35 X 5 = 35 + 35 + 35 + 35 + 35 = 175

Otro caso: 123 X 4 = 123 + 123 + 123 + 123 = 492

Lo que quiere decir que la multiplicación puede entenderse como una suma abreviada de sumandos iguales; es decir, como la operación que indica cuántas veces se toma un número como sumando.

Así: 9 X 5 = 45 El 9 se toma 5 veces como sumando.

8 X 7 = 56 El 8 se toma 7 veces como sumando.

Los términos de una multiplicación se llaman factores y, el resultado, producto.

15 X 12 = 180	3,104 X 6 = 18,624
Factores Producto	Factores Producto

A veces hay más de dos factores; entonces debemos entenderlo así:

3 X 4 X 6 X 5 = ¿cuánto? 3 X 4 = 12, 12 X 6 = 72, 72 X 5 = 360

luego:

3 X 4 X 6 X 5 = 360

En el sistema vigesimal maya, la posición de los números implicaba una multiplicación. Así,

• • • = 3 X 20 X 20

• • = 7 X 20

● • • = 3 X 1

Cuando la multiplicación es de dos factores, uno se llama multiplicando y el otro, multiplicador.

La multiplicación 427 X 200 = 85,400, u otra análoga a esta, nos sirve para recordar que cuando se multiplica por números terminados en un cero o en varios ceros, se hace la multiplicación como si no hubiese esos ceros, y en el producto se agregan los ceros finales que llevan los factores. Por ejemplo:

34 X 300 = 10, 200 80 X 400 = 32,000 120 X 50 = 6,000

Si uno de los factores es cero, el resultado, también es cero. Así:

453 X 0 = 0 0 X 2,325 = 0

3 XO = 0 + 0 + 0 = 0

0 X 5 = 0 + 0 + 0 +0 +0 +0 = 0

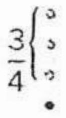
Fracciones de igual denominador

Numerador y denominador

$$\boxed{\text{NUMERADOR}} \longrightarrow \frac{3}{4} \longleftarrow \boxed{\text{DENOMINADOR}}$$

- El numeral escrito encima de la línea de una fracción representa un número llamado numerador.
- El numeral escrito debajo de la línea de una fracción representa un número llamado denominador.

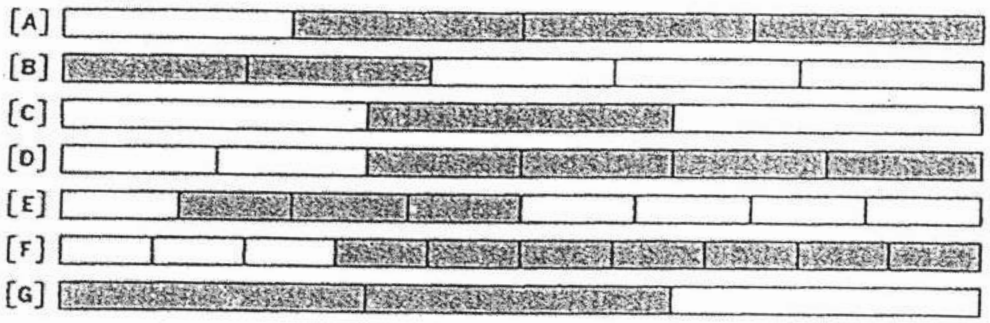
En este ejemplo, el numerador indica cuántos puntos son rojos. El denominador indica cuántos puntos hay en total.



Empleamos los denominadores para designar ciertos grupos de fracciones. Por ejemplo, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$,y $\frac{3}{4}$ se llaman cuartos.

EJERCICIOS

1. Busca una fracción que indique qué parte de cada barra está coloreada.



2. Averigua las palabras o los numerales que faltan.

[A] En el ejercicio 1A, __?__ cuartos están coloreados.

[B] En el ejercicio 1D, la barra está dividida en __?__.

[C] En el ejercicio 1B, __?__ quintos están coloreados.

[D] En el ejercicio 1G, la barra está dividida en __?__.

[E] El numerador de la fracción en el ejercicio 1E es __?__.

[F] El denominador de la fracción en el ejercicio 1C es __?__.

[G] En el ejercicio 1F, la barra está dividida en __?__.

Fracciones de igual denominador

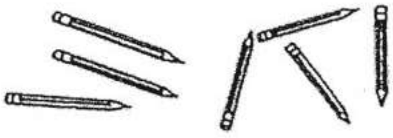
[A] ¿Qué parte de los alumnos de este grupo son niñas?

[B] ¿Cuál es el numerador de esta fracción?

[A] ¿Qué fracción de los alumnos del grupo usa anteojos?

[B] ¿Cuál es el denominador de esta fracción?

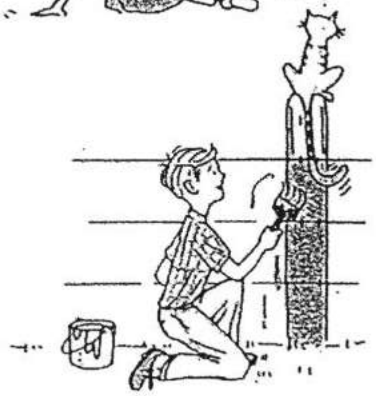
¿Qué fracción de los lápices de este conjunto es roja?



[A] ¿Qué fracción del poste está pintada?

[B] ¿Qué fracción del poste no está pintada?

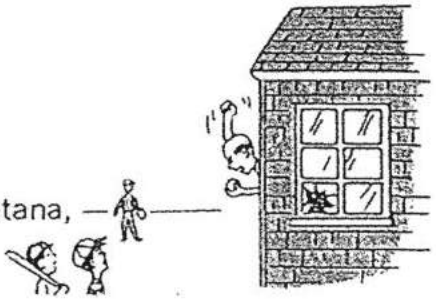
[C] Halla el numerador y el denominador de la fracción en el ejercicio 6B.



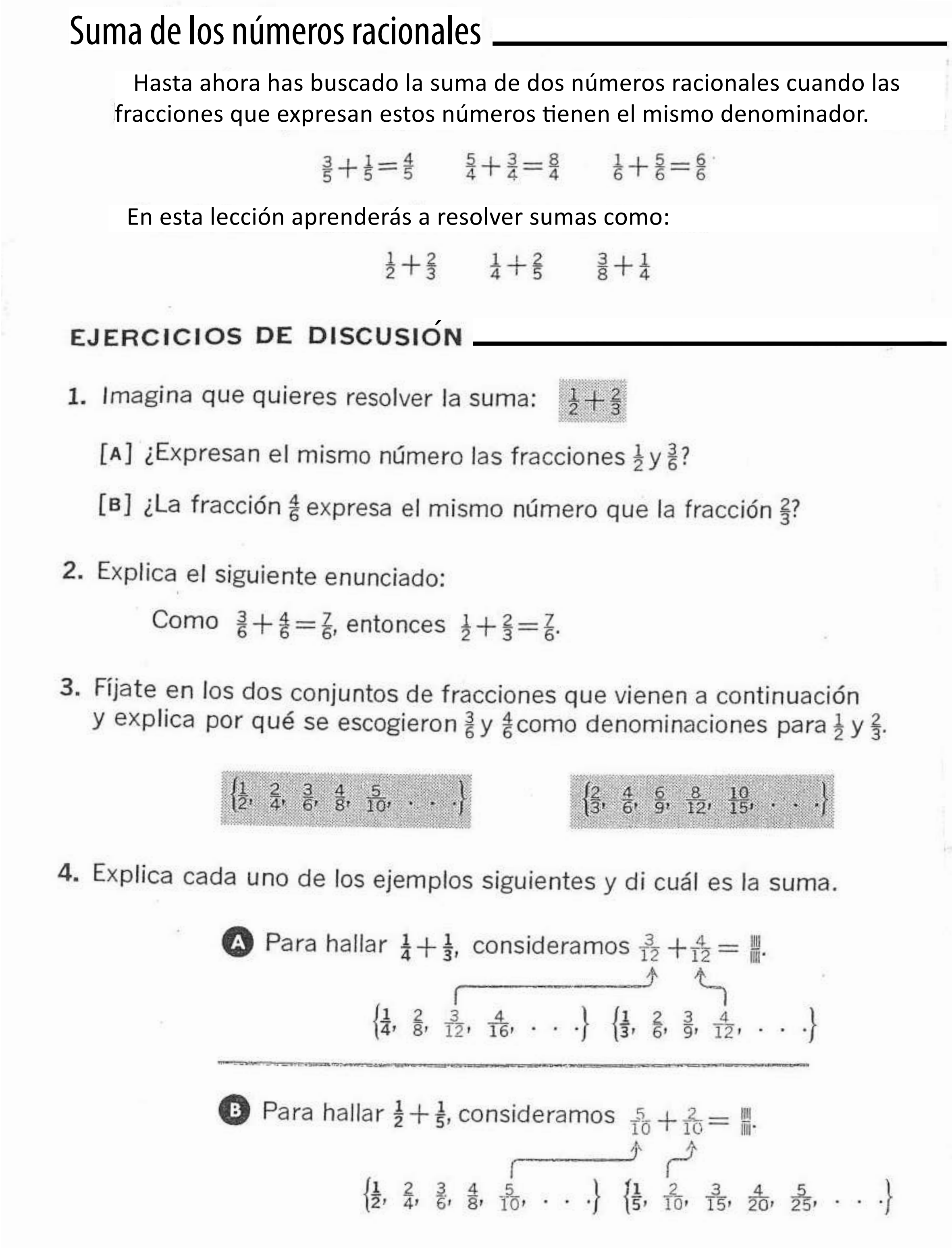
¿Qué fracción de la distancia de un poste al otro ha recorrido el equilibrista?

¿Qué fracción de la ventana está rota?

Si se hubieran roto 2 vidrios más de la ventana, ¿cuál sería el numerador de la fracción en el ejercicio 8?



Fracciones de igual denominador



Suma de los números racionales

Hasta ahora has buscado la suma de dos números racionales cuando las fracciones que expresan estos números tienen el mismo denominador.

$$\frac{3}{5}+\frac{1}{5}=\frac{4}{5} \qquad \frac{5}{4}+\frac{3}{4}=\frac{8}{4} \qquad \frac{1}{6}+\frac{5}{6}=\frac{6}{6}$$

En esta lección aprenderás a resolver sumas como:

$$\frac{1}{2}+\frac{2}{3} \qquad \frac{1}{4}+\frac{2}{5} \qquad \frac{3}{8}+\frac{1}{4}$$

EJERCICIOS DE DISCUSIÓN

1. Imagina que quieres resolver la suma: $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}$

[A] ¿Expresan el mismo número las fracciones $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{6}$?

[B] ¿La fracción $\frac{4}{6}$ expresa el mismo número que la fracción $\frac{2}{3}$?

2. Explica el siguiente enunciado:

Como $\frac{3}{6}+\frac{4}{6}=\frac{7}{6}$, entonces $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}=\frac{7}{6}$.

3. Fíjate en los dos conjuntos de fracciones que vienen a continuación y explica por qué se escogieron $\frac{3}{6}$ y $\frac{4}{6}$ como denominaciones para $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{3}$.

$$\left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \ldots\right\} \qquad \left\{\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}, \ldots\right\}$$

4. Explica cada uno de los ejemplos siguientes y di cuál es la suma.

Ⓐ Para hallar $\frac{1}{4}+\frac{1}{3}$, consideramos $\frac{3}{12}+\frac{4}{12}=$ ▥.

$$\left\{\frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \frac{3}{12}, \frac{4}{16}, \ldots\right\} \qquad \left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \ldots\right\}$$

Ⓑ Para hallar $\frac{1}{2}+\frac{1}{5}$, consideramos $\frac{5}{10}+\frac{2}{10}=$ ▥.

$$\left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \ldots\right\} \qquad \left\{\frac{1}{5}, \frac{2}{10}, \frac{3}{15}, \frac{4}{20}, \frac{5}{25}, \ldots\right\}$$

Fracciones de igual denominador

EJERCICIOS

1. Para cada ejercicio escribe una ecuación empleando fracciones que tengan el mismo denominador.

[A] Para hallar $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$, pensamos que ▨ .
$\left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \ldots\right\}$
$\left\{\frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \frac{3}{12}, \frac{4}{16}, \frac{5}{20}, \ldots\right\}$
(Respuesta: $\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$)

[B] Para hallar $\frac{3}{4}+\frac{1}{2}$, pensamos que ▨ .
$\left\{\frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}, \frac{15}{20}, \ldots\right\}$
$\left\{\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}, \ldots\right\}$

[C] Para hallar $\frac{3}{4}+\frac{1}{6}$, pensamos que ▨ .
$\left\{\frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \frac{9}{12}, \frac{12}{16}, \frac{15}{20}, \ldots\right\}$
$\left\{\frac{1}{6}, \frac{2}{12}, \frac{3}{18}, \frac{4}{24}, \frac{5}{30}, \ldots\right\}$

[D] Para hallar $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}$, pensamos que ▨ .
$\left\{\frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{10}{15}, \ldots\right\}$
$\left\{\frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \frac{3}{12}, \frac{4}{16}, \frac{5}{20}, \ldots\right\}$

[E] Para hallar $\frac{5}{6}+\frac{1}{4}$, pensamos que ▨ .
$\left\{\frac{5}{6}, \frac{10}{12}, \frac{15}{18}, \frac{20}{24}, \frac{25}{30}, \ldots\right\}$
$\left\{\frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \frac{3}{12}, \frac{4}{16}, \frac{5}{20}, \ldots\right\}$

2. Resuelve las sumas.

[A] Como $\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$ y $\frac{1}{6}=\frac{2}{12}$, sabemos que $\frac{3}{4}+\frac{1}{6}=\mathbf{c}$.
[B] Como $\frac{2}{3}=\frac{8}{12}$ y $\frac{1}{4}=\frac{3}{12}$, sabemos que $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}=\mathbf{x}$.
[C] Como $\frac{5}{6}=\frac{10}{12}$ y $\frac{1}{4}=\frac{3}{12}$, sabemos que $\frac{5}{6}+\frac{1}{4}=\mathbf{b}$.

3. Averigua los números para **a**, **b** y **c**.

[A] Para $\frac{3}{8}+\frac{1}{4}$, pensamos que $\frac{\mathbf{a}}{8}+\frac{\mathbf{b}}{8}=\frac{\mathbf{c}}{8}$.
[B] Para $\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$, pensamos que $\frac{\mathbf{a}}{6}+\frac{\mathbf{b}}{6}=\frac{\mathbf{c}}{6}$.
[C] Para $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}$, pensamos que $\frac{\mathbf{a}}{12}+\frac{\mathbf{b}}{12}=\frac{\mathbf{c}}{12}$.
[D] Para $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$, pensamos que $\frac{\mathbf{a}}{6}+\frac{\mathbf{b}}{6}=\frac{\mathbf{c}}{6}$.
[E] Para $\frac{1}{8}+\frac{1}{4}$, pensamos que $\frac{\mathbf{a}}{8}+\frac{\mathbf{b}}{8}=\frac{\mathbf{c}}{8}$.
[F] Para $\frac{3}{8}+\frac{1}{2}$, pensamos que $\frac{\mathbf{a}}{8}+\frac{\mathbf{b}}{8}=\frac{\mathbf{c}}{8}$.
[G] Para $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}$, pensamos que $\frac{\mathbf{a}}{12}+\frac{\mathbf{b}}{12}=\frac{\mathbf{c}}{12}$.

Piensa

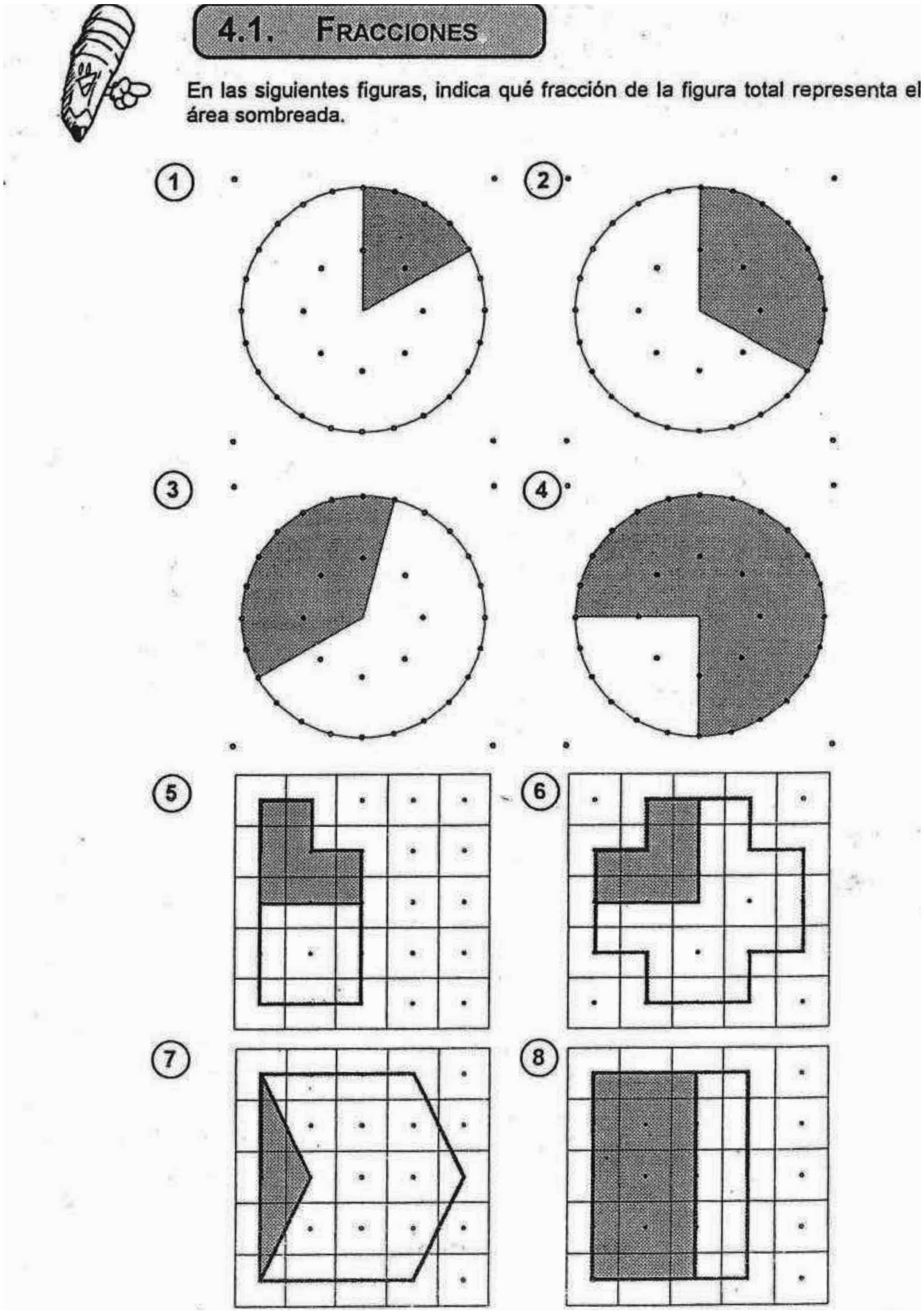
Busca números racionales para **a** y **b** de tal manera que

$\mathbf{a}+\mathbf{b}=1$

y

$\mathbf{a}-\mathbf{b}=\frac{1}{2}$.

Fracciones de igual denominador



4.1. FRACCIONES

En las siguientes figuras, indica qué fracción de la figura total representa el área sombreada.

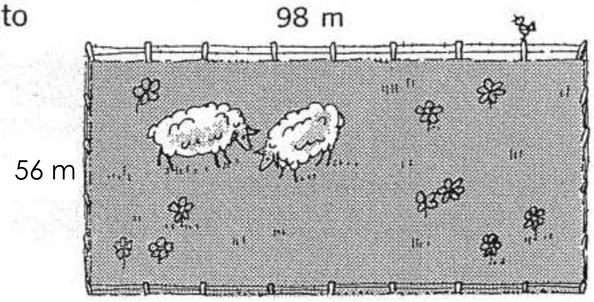
Cálculo mental

EJERCICIOS DE DISCUSIÓN

1. Imagínate que vas a comprar artículos que tienen los precios indicados aquí. Sin hallar la cantidad total, ¿cómo sabrás rápidamente si puedes pagar o no con 20 ...?

$1,95
3,45
6,50
4,90
1,05

2. Imagínate que vas a sembrar pasto en un terreno de 56 m de largo por 98 m de ancho. Para saber aproximadamente cuánta semilla tienes que comprar, debes hallar el área del terreno. ¿Cómo puedes calcular, la cantidad **aproximada** de metros cuadrados que tienes?



3. En una ciudad hay 9,026 habitantes, de los cuales 2,987 son hombres. Sin hallar todavía la diferencia exacta, ¿cómo podrías averiguar, la cantidad **aproximada** de mujeres y niños que viven en esa ciudad?

4. Una autopista tiene 388 km de largo. Si viajas a 97 km por hora, ¿cómo podrías saber, **sin conocer exactamente el cociente,** en cuántas horas recorrerás la autopista?

Para cada problema fue necesario hacer un **cálculo aproximado.** Para calcular las respuestas de problemas como estos, conviene sumar, restar, multiplicar o dividir, empleando múltiplos de 10 a 100 "aproximados" a los números de los problemas. Los ejercicios siguientes te ayudarán a practicar cálculos o aproximaciones.

Cálculo mental

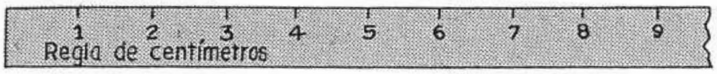
El cálculo como recreación

EJERCICIOS

1. Cuenta el número de latidos de tu corazón en un minuto. Calcula el número aproximado de palpltaclones en una hora.

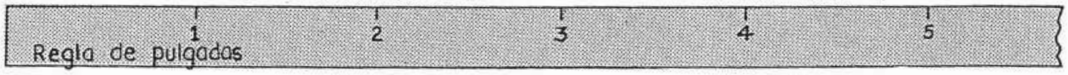
2. He aquí una de las palabras más largas jamás registradas en un diccionario. Cuenta el número de letras que quedan sobre el espacio de 1 centímetro y calcula el número de letras de la palabra.

floxipaucinihilipilificación

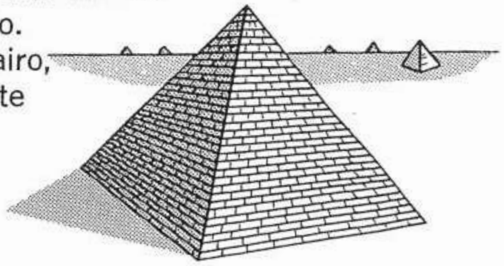


3. El nombre de una niña hawaiana es uno de los más largos que se conocen. Calcula el número aproximado de letras que tiene tal nombre.

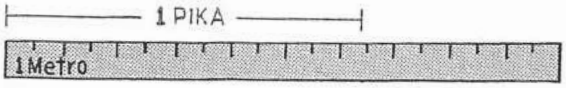
Kuuleikailialohaopiilaniwailauokekoaulumahiehiekealaomaonaopiikea

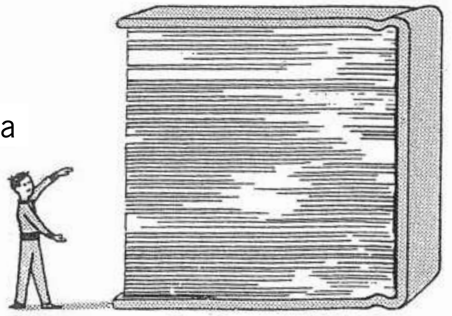


4. La ilustración muestra la longitud de una unidad llamada **pika**, que fue usada en Egipto. La pirámide de Cheops, cerca de El Cairo, tenía en un principio aproximadamente 253 "pikas" de altura. Calcula la altura de la pirámide.



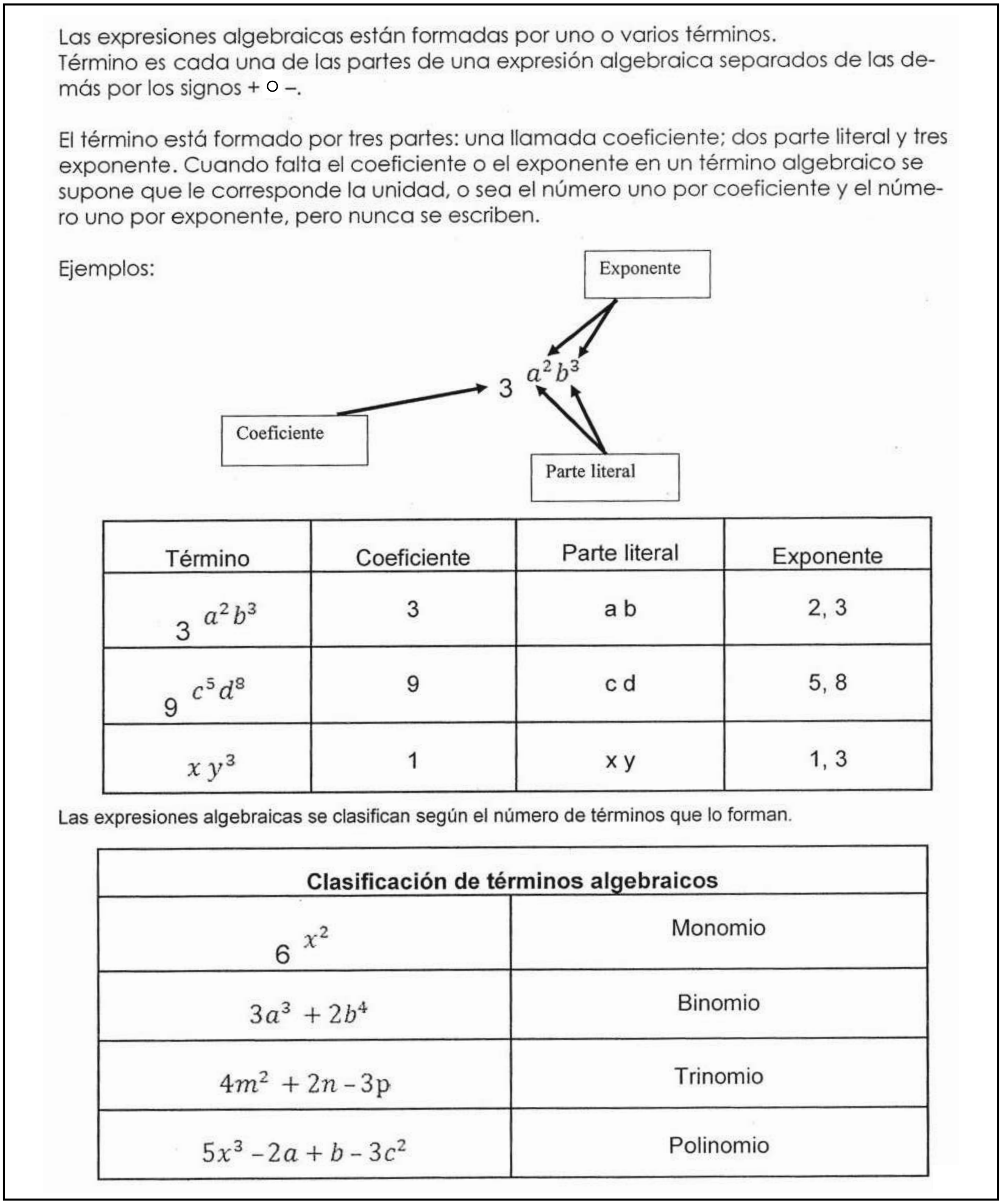
[A] en metros,★ [B] en pies.





5. Utiliza tu libro de matemáticas y tu regla para calcular el número aproximado de páginas de un libro que tenga 3 m de grueso.

Expresión escrita y expresión algebraica



Las expresiones algebraicas están formadas por uno o varios términos.
Término es cada una de las partes de una expresión algebraica separados de las demás por los signos + o –.

El término está formado por tres partes: una llamada coeficiente; dos parte literal y tres exponente. Cuando falta el coeficiente o el exponente en un término algebraico se supone que le corresponde la unidad, o sea el número uno por coeficiente y el número uno por exponente, pero nunca se escriben.

Ejemplos:

Término	Coeficiente	Parte literal	Exponente
$3\ a^2 b^3$	3	a b	2, 3
$9\ c^5 d^8$	9	c d	5, 8
$x\,y^3$	1	x y	1, 3

Las expresiones algebraicas se clasifican según el número de términos que lo forman.

Clasificación de términos algebraicos	
$6\ x^2$	Monomio
$3a^3 + 2b^4$	Binomio
$4m^2 + 2n - 3p$	Trinomio
$5x^3 - 2a + b - 3c^2$	Polinomio

Expresión escrita y expresión algebraica

Valor numérico de una expresión algebraica

El valor numérico de una expresión algebraica es el que se obtiene sustituyendo las literales por sus valores numéricos respectivos y efectuando con tales valores las operaciones indicadas.

Al efectuar las operaciones indicadas, para encontrar el valor numérico de una expresión algebraica debe seguir el orden siguiente:

1. Efectuar las potencias y raíces.
2. Realizar las multiplicaciones y divisiones.
3. Ejecutar finalmente las adiciones y sustracciones.

Ejemplos:

$a = 2$

$5a - 3 =$

$5(2) - 3 =$

$10 - 3 = 7$

$x = 3$

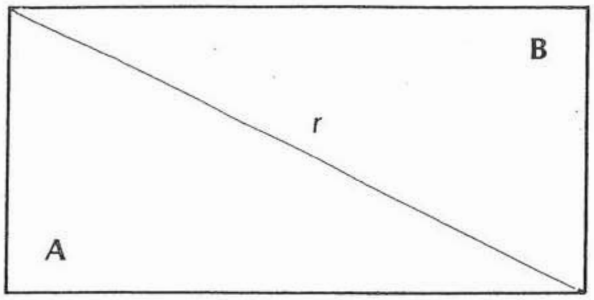
$3x^2 + 1 =$

$3(3)^2 + 1 =$

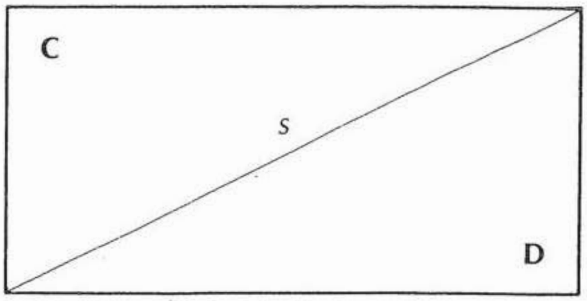
$3(9) + 1 = 7$

$27 + 1 = 28$

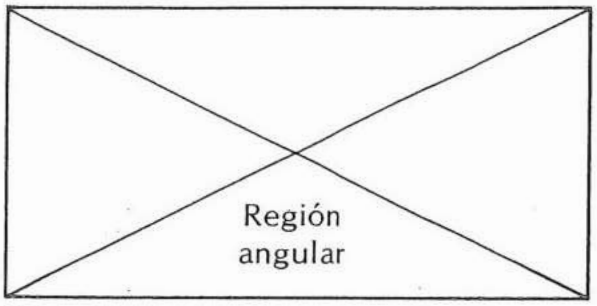
Ángulos y polígonos



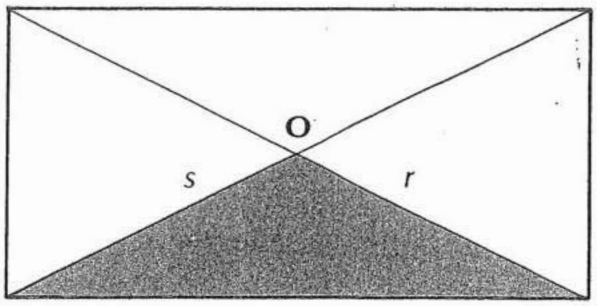
La recta *r* divide al plano en dos semiplanos **A** y **B**.



La recta *s* divide al plano en dos semiplanos **C** y **D**.



La región común a los semiplanos **A** y **D** limitada por las rectas *r* y *s* se llama *región angular*.



La región angular en color está limitada por las rectas *r* y *s*, que se unen en el punto o vértice **O**, determinando así el ángulo *r* **O** *s*.

∡ r **O** s

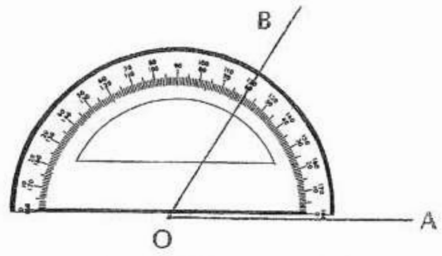
Ángulo es la abertura entre dos rectas que se intersectan.

UNIDAD 3

E.T. GEOMETRÍA

Ángulos y polígonos

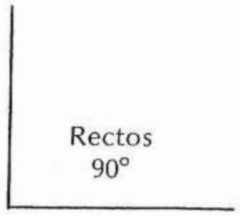
En años anteriores has aprendido a medir ángulos con tu transportador.



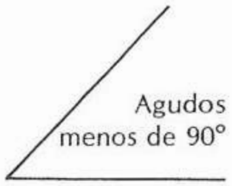
El ángulo **AOB** mide 60°

∡ **AOB** = 60°

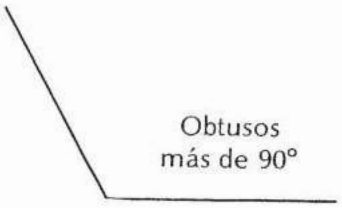
Recuerda que, según su medida, los ángulos pueden ser:



Rectos
90°



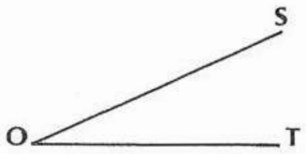
Agudos
menos de 90°



Obtusos
más de 90°

Anota la medida y clase de ángulos del conjunto que aparece a continuación:

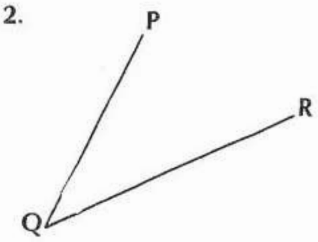
1.



∡ **SOT** Agudo

Mide 26°

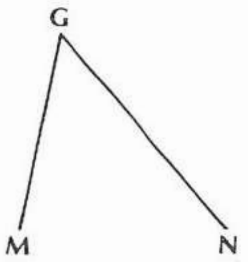
2.



∡ **PQR** ________

Mide______

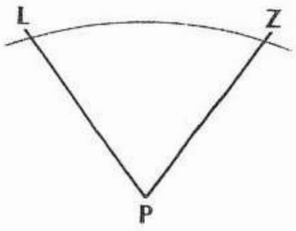
3.



∡ **NGM**______

Mide______

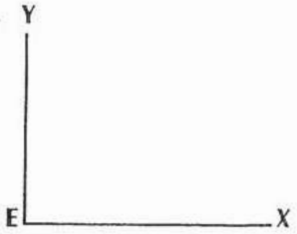
4.



∡ **LPZ**__ ______

Mide______

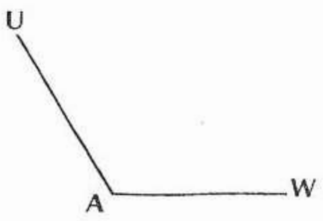
5.



∡ **YEX**________

Mide______

6.



∡ **UAW**__________

Mide______

Operaciones de conversión de moneda

Monedas de diez, de cinco y de un centavo

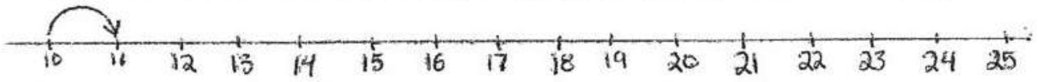
1. ¿Cuántos centavos del conjunto *A* se relacionan con cada moneda de cinco del conjunto *B*?

2. ¿Cuántos centavos del conjunto *A* se relacionan con cada moneda de diez del conjunto *B*?

Escribe los numerales que completan estas oraciones. Para ayudarte, puedes usar monedas.

3. Una moneda de cinco se relaciona con 5 centavos, así que 2 monedas de cinco se aparean con $\boxed{x}$ centavos
4. Una moneda de diez se relaciona con 10 centavos, así que 2 monedas de diez se relacionan con $\boxed{c}$ centavos
5. 3 monedas de cinco se relacionan con $\boxed{e}$ centavos
6. 3 monedas de diez se relacionan con $\boxed{e}$ centavos
7. 4 monedas de cinco se relacionan con $\boxed{z}$ centavos
8. 4 monedas de diez se relacionan con $\boxed{T}$ centavos
9. 5 monedas de cinco se relacionan con $\boxed{a}$ centavos
10. 5 monedas de diez se relacionan con $\boxed{S}$ centavos

La flecha que está sobre la recta numérica indica 10 + 1 = 11.



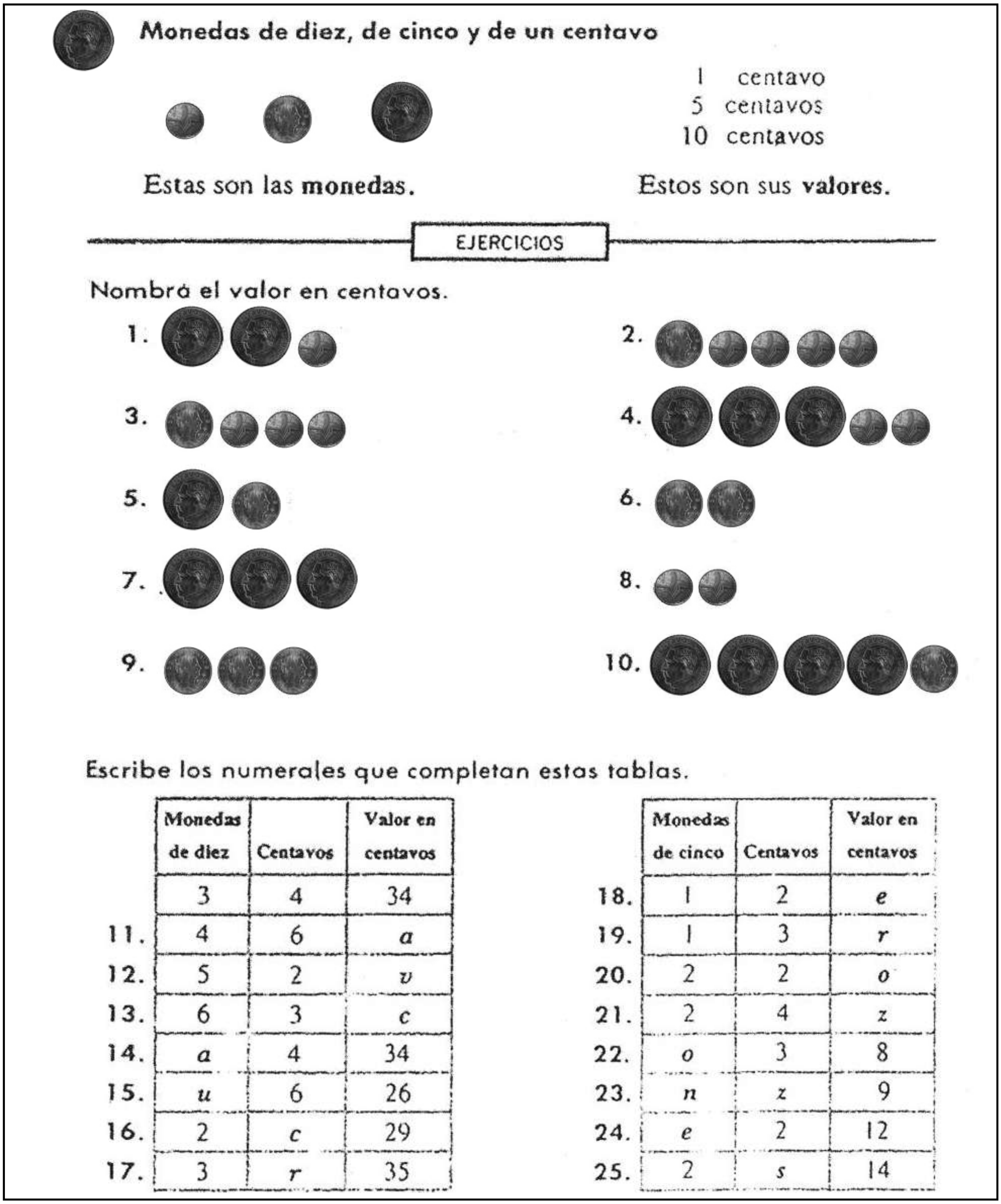
Usa la recta numérica para ayudarte a nombrar el número de centavos que hay en:

11. 1 moneda de diez y 2 centavos
12. 2 monedas de diez y 3 centavo
13. 1 moneda de diez y 4 centavos
14. 2 monedas de diez y 1 de cinco
15. 1 moneda de diez y 2 de cinco
16. 2 monedas de cinco y 1 centavo

UNIDAD 3

E.T. MEDICIÓN

Operaciones de conversión de moneda



Monedas de diez, de cinco y de un centavo

1 centavo
5 centavos
10 centavos

Estas son las **monedas**.

Estos son sus **valores**.

EJERCICIOS

Nombra el valor en centavos.

1.

2.

3.

4.

5.

6.

7.

8.

9.

10.

Escribe los numerales que completan estas tablas.

	Monedas de diez	Centavos	Valor en centavos
	3	4	34
11.	4	6	*a*
12.	5	2	*v*
13.	6	3	*c*
14.	*a*	4	34
15.	*u*	6	26
16.	2	*c*	29
17.	3	*r*	35

	Monedas de cinco	Centavos	Valor en centavos
18.	1	2	*e*
19.	1	3	*r*
20.	2	2	*o*
21.	2	4	*z*
22.	*o*	3	8
23.	*n*	*z*	9
24.	*e*	2	12
25.	2	*s*	14

Operaciones de conversión de moneda

El valor de las monedas

El valor de esta moneda es de 20 centavos. Esto se escribe como 20₵

El valor de esta moneda es de 25 centavos. Esto se escribe como 25₵

El valor de esta moneda es de 50 centavos. Esto se escribe como 50₵

El valor de esta moneda es de 100 centavos. Esto se escribe como $1.00

EJERCICIOS

Nombra el valor en centavos.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 

Escribe los numerales que completan esta tabla.

	Pesos.	Monedas de 50 ¢	Monedas de 25 ¢	Monedas de 20 ¢	Monedas de 10 ¢	Monedas de 5 ¢	Centavos	Valor en centavos
	1				2		3	123
9.				1			7	*a*
10.	2		2				4	*n*
11.	1			3		2		*c*
12.	*x*	1	*s*					175
13.		*a*				1	*n*	53
14.				*c*	1		*o*	27
15.	*e*				*r*		*s*	112
16.		*u*	*v*			*x*		80

UNIDAD 3

E.T. PROBABILIDAD Y
ESTADÍSTICA

Probabilidad de eventos

Contesta las siguientes preguntas.

Tarjetas

0 3 9 4 5 8 1 2 6 7

¿Cuántas tarjetas son? ☐

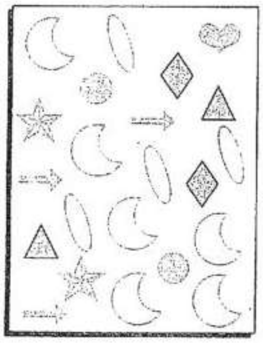
¿Cuántos números mayores que 6 hay? ☐

¿Cuántos números menores o iguales que 6 hay? ☐

¿Cuál es la probabilidad de sacar un número mayor que 6? ☐

¿Cuál es la probabilidad de sacar un número menor o igual que 6? ☐

En una caja hay varias figuras; calcula el número de casos posibles y favorables de sacar cada una de esas figuras.



¿Cuántas figuras diferentes hay? ☐

¿Cuántas figuras hay en total? ☐

Probabilidad de sacar ⬯ = ☐

Probabilidad de sacar ☆ = ☐

Probabilidad de sacar ☾ = ☐

El juego de dominó consta de 28 fichas rectangulares.

¿Cuáles son los resultados que se pueden obtener si se suman los puntos de las fichas?

0 ☐ 2 ☐ ☐ 5 ☐ ☐ 8 ☐ ☐ ☐ 12

Anota la probabilidad de cada evento.

0 → $\frac{1}{28}$

1 → ☐

2 → $\frac{2}{28}$

3 → ☐

4 → $\frac{3}{28}$

5 → $\frac{3}{28}$

6 → ☐

7 → ☐

8 → ☐

9 → ☐

10 → ☐

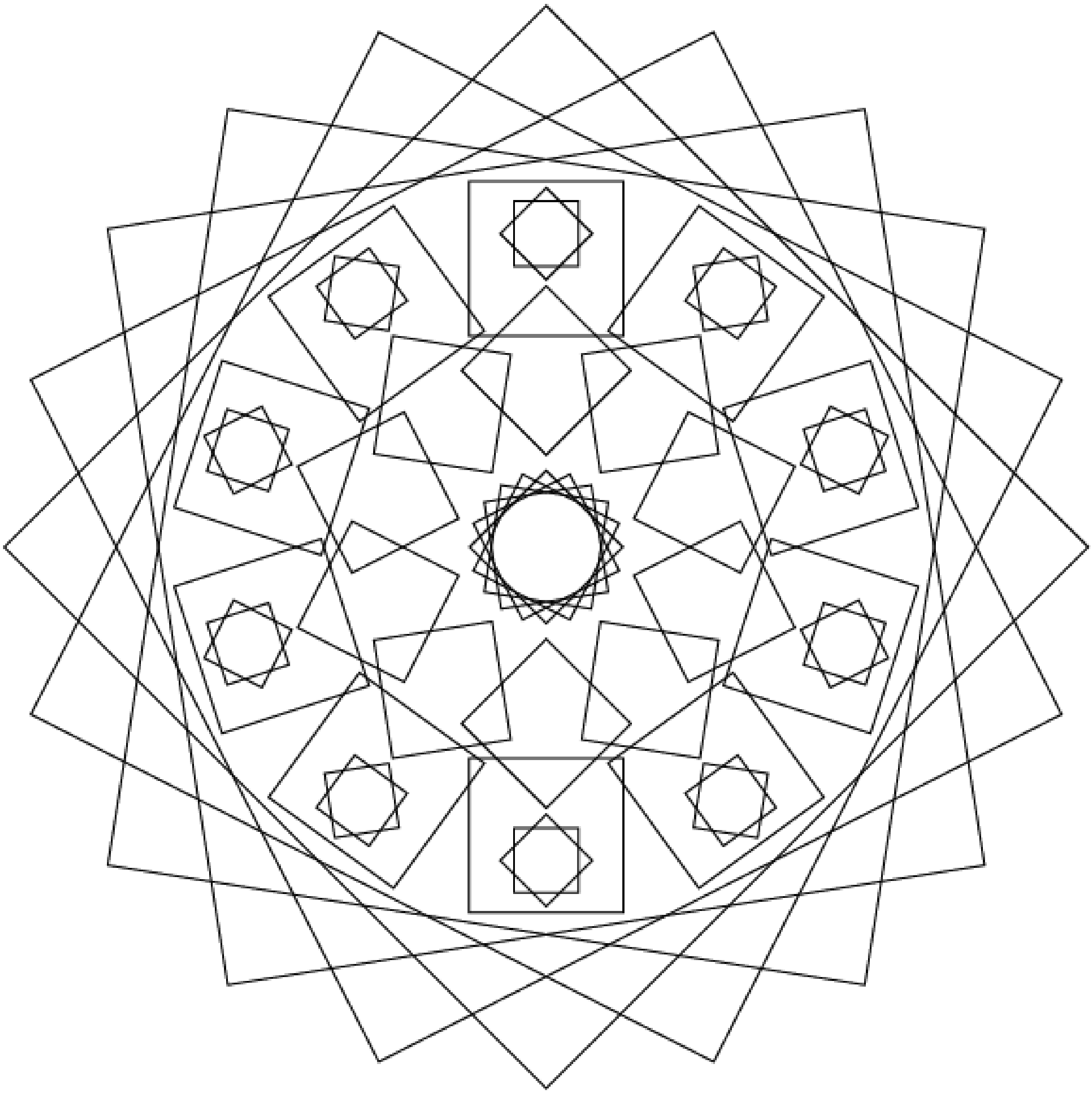
11 → ☐

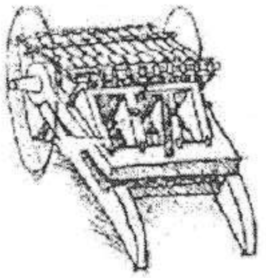
12 → ☐

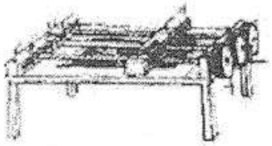
UNIDAD 3

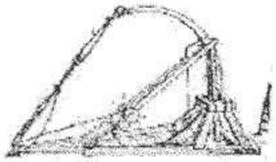
Cuadrados

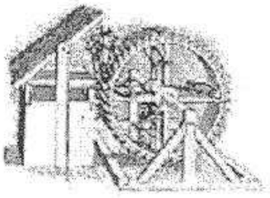
Colorea de distintos colores los cuadrados.











UNIDAD 4

MEDICINA TRADICIONAL, PRODUCCIÓN Y USOS EN EL ESTADO

UNIDAD 4

Palabras y conceptos

EJE TEMÁTICO	PALABRAS CLAVE	CONCEPTO
LÓGICA Y CONJUNTOS	• Definición • Determinación • Técnica • Premisa • Estructura	**Determinación:** Un conjunto queda determinado por una colección de atributos que los elementos del universo pueden o no poseer. Así los elementos del universo que sí posean los atributos requeridos forman el conjunto. **Premisa:** Una premisa es una expresión lingüística que puede afirmar o bien negar alguna situación o cuestión y que puede ser verdadera o falsa.
ARITMÉTICA	• Deductiva • Postulado • Veintena • Diez • Radical	**Deductiva:** Extraer un juicio a partir de hechos, proposiciones o principios, sean generales o particulares. En lógica, extraer una conclusión, general o particular, a partir de la enunciación de principios generales. **Postulado:** Principio que se admite como cierto sin necesidad de ser demostrado y que sirve como base para otros razonamientos. "los postulados de la ciencia moderna".
GEOMETRÍA	• Frontera • Transversal • Circunstancia • Poligonal • Compás	**Frontera:** Una superficie es una variedad bidimensional, es decir, un objeto topológico que localmente "se parece" al plano euclídeo, (técnicamente localmente homeomorfo al plano). Eso significa que si tomamos un área muy pequeña de la superficie es parecida al plano euclídeo, al igual que en medio de una llanura la superficie local de la tierra nos parece plana. **Transversal:** Es una línea que al menos cruza otras dos líneas.
ÁLGEBRA	• Negativo • Literal • Variable • Constante • Coeficiente	**Variable:** En matemáticas y en lógica, una variable es un símbolo constituyente de un predicado, fórmula o algoritmo o de una proposición. **Coeficiente:** Número o parámetro que se escribe a la izquierda de una variable o incógnita y que indica el número de veces que este debe multiplicarse, "en la expresión 8x, el número 8 es el coeficiente; el coeficiente puede multiplicar un monomio, un binomio o un polinomio".
MEDICIÓN	• Plomada • Decigramo • Sextante • Tacómetro • Legua	**Plomada:** Instrumento, formado por una pesa de metal colgada de una cuerda, que sirve para señalar la línea vertical, "el albañil utilizó la plomada para comprobar si el muro estaba bien recto". Sinónimos: plomo. **Tacómetro:** Instrumento para medir la velocidad de rotación de un mecanismo de la máquina al que va acoplado; generalmente, indica la velocidad en revoluciones por minuto. Sinónimos: cuentavueltas, taquímetro.
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA	• Espacial • Matemáticas • Medicina • Nutrición • Agronomía	**Espacial:** Perteneciente o relativo al espacio. **Matemáticas:** Ciencia deductiva que estudia las propiedades de los entes abstractos, como números, figuras geométricas o símbolos, y sus relaciones.

Carácter aseverativo

Lo que se afirma o se niega en un juicio dado, acerca de su objeto es siempre un carácter, propiedad o cualidad, y en la relación judicativa dada, el concepto que se refiere a ese carácter afirmado o negado, recibe el nombre de concepto predicado.

El que un concepto desempeñe el papel de sujeto o de predicado, depende de la relación concreta en que se encuentra con otro concepto en un juicio dado. Así, en el juicio "el animal es un ser biológico," animal es el concepto sujeto, porque expresa a la clase de procesos que denominamos animales, clase de la cual afirmamos el **carácter** de que está constituida por seres biológicos.

En cambio, en el juicio "el león es un animal", el objeto del juicio es la clase de los leones, representada por el concepto sujeto "león", mientras que el concepto "animal" viene siendo el predicado o carácter que afirmamos acerca de la clase de los leones, pues equivale a decir que los leones tienen los caracteres, propiedades o cualidades que distinguen a los animales, entre ellos el de ser seres biológicos.

Ejemplo:

1.- La clorofila está presente en todas las plantas.

2.- El helecho es una planta.

3.- El helecho contiene clorofila.

Escribe el carácter aseverativo a los siguientes enunciados:

1.- Los animales cuadrúpedos tienen cuatro patas.

2.- El perro tiene cuatro patas.

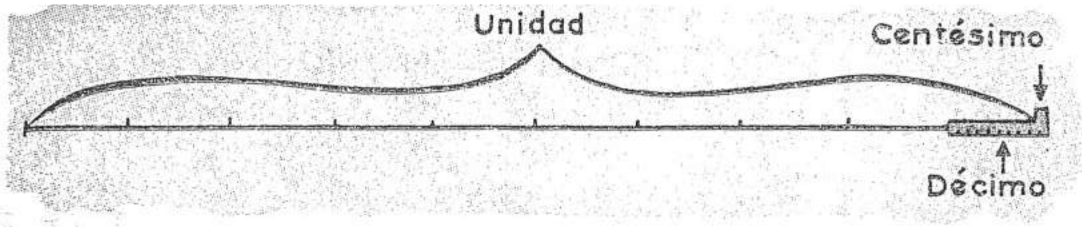
3.- ____

1.- Los minerales se extraen de la tierra.

2.- ____

3.- ____

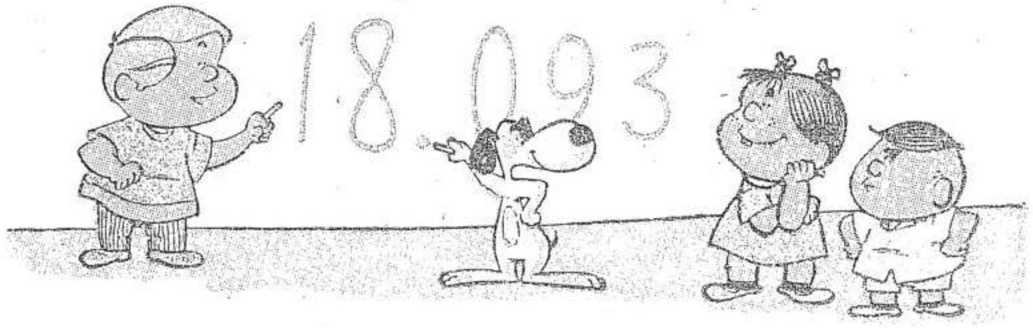
Sistema de numeración decimal



1 : 10 = .1 (1 décimo)	1 unidad = 10 décimos
1 : 100 = .01 (1 centésimo)	1 unidad = 100 centésimos
1 : 1,000 = .001 (1 milésimo)	1 unidad = 1,000 milésimos
1 : 10,000 = .0001 (1 diezmilésimo)	1 unidad = 10,000 diezmilésimos
1 : 100,000 = .00001 (1 cienmilésimo)	1 unidad = 100,000 cienmilésimos

Para separar en un número la parte entera de la fraccionaria, se coloca entre ellas un **punto,** al que se llama **punto decimal.**

	MILLARES											
Unidades de millón	Centenas	Decenas	Unidades	Centenas	Decenas	Unidades	Punto decimal	Décimos	Centésimos	Milésimos	Diezmilésimos	Cienmilésimos



UNIDAD 4

E.T. ARITMÉTICA

Sistema de numeración decimal

Números decimales

1 Escribe el número que se forma.

8 cienmilésimos, 3 **D**, 4 diezmilésimos, 5 **U**, 2 centésimos.	3 5 . 0 2 0 4 8
1 centésimo, 6 millonésimos, 7 décimos, 2 **U**, 9 diezmilésimos.	
9 milésimos, 3 décimos, 8 **D**, 2 centésimos, 4 diezmilésimos.	
3 millonésimos, 5 décimos, 6 milésimos, 7 centésimos, 8 cienmilésimos, 1 diezmilésimo.	
9 **D**, 7 milésimos, 2 diezmilésimos, 3 **U**, 4 centésimos.	
2 centésimos, 5 **D**, 6 millonésimos, 3 décimos, 9 cienmilésimos.	

2 Subraya el número que se indica.

Quince enteros, diecinueve diezmilésimos.

15.0019 15.019 15.00019

Noventa enteros, tres mil cinco millonésimos.

90.30005 90.003005 90.030005

Setenta y seis enteros, doscientos diecinueve milésimos.

67.219 76.000219 76.219

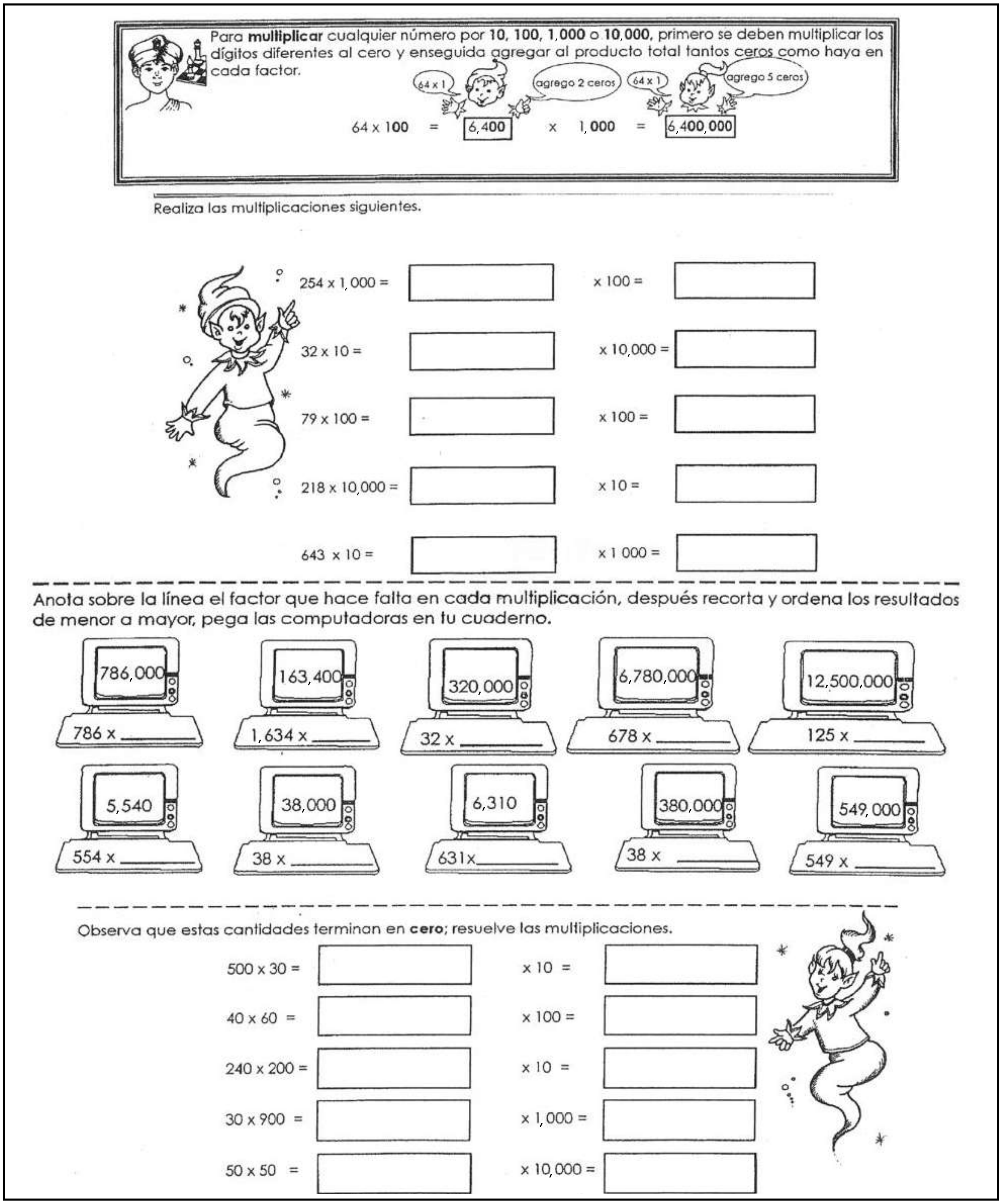
Trescientos dos enteros, ciento veintitrés cienmilésimos.

302.12300 302.00123 302.000123

Ochocientos dos enteros, cinco milésimos.

802.005 802.500 802.5

Operaciones con números naturales



Para **multiplicar** cualquier número por **10**, **100**, **1,000** o **10,000**, primero se deben multiplicar los dígitos diferentes al cero y enseguida agregar al producto total tantos ceros como haya en cada factor.

64 x 1 — agrego 2 ceros — 64 x 1 — agrego 5 ceros

64 x **100** = 6,400 x **1,000** = 6,400,000

Realiza las multiplicaciones siguientes.

254 x 1,000 = ☐ x 100 = ☐
32 x 10 = ☐ x 10,000 = ☐
79 x 100 = ☐ x 100 = ☐
218 x 10,000 = ☐ x 10 = ☐
643 x 10 = ☐ x 1 000 = ☐

Anota sobre la línea el factor que hace falta en cada multiplicación, después recorta y ordena los resultados de menor a mayor, pega las computadoras en tu cuaderno.

786,000 — 786 x ______
163,400 — 1,634 x ______
320,000 — 32 x ______
6,780,000 — 678 x ______
12,500,000 — 125 x ______
5,540 — 554 x ______
38,000 — 38 x ______
6,310 — 631x______
380,000 — 38 x ______
549,000 — 549 x ______

Observa que estas cantidades terminan en **cero**; resuelve las multiplicaciones.

500 x 30 = ☐ x 10 = ☐
40 x 60 = ☐ x 100 = ☐
240 x 200 = ☐ x 10 = ☐
30 x 900 = ☐ x 1,000 = ☐
50 x 50 = ☐ x 10,000 = ☐

Porcentajes

Las expresiones .01 y $\frac{1}{100}$ son equivalentes, y se leen igual: ambas son **un centésimo.**

También son iguales .03 y $\frac{3}{100}$ y se leen: tres centésimos.

Hay otra forma de escribirlas, empleando el signo %, que se lee: **por ciento.** También % significa **centésimos,** aunque se lea de modo distinto:

1%	(uno por ciento)	significa	.01	o	$\frac{1}{100}$
3%	(tres por ciento)	significa	.03	o	$\frac{3}{100}$
15%	(quince por ciento)	significa	.15	o	$\frac{15}{100}$

Al referirnos a **tanto por ciento** estamos comparando distintas cantidades con **100;** es decir, 100 es la unidad de comparación. Por ejemplo: siendo 100 la unidad de comparación y 3, 6, 10, 20 y 50 las cantidades por comparar, las razones que expresan esta relación serán:

$$\frac{3}{100}\ ,\quad \frac{6}{100}\ ,\quad \frac{10}{100}\ ,\quad \frac{20}{100}\quad y\quad \frac{50}{100}$$

Las cuales pueden expresarse, como acabamos de indicar, en por ciento. Basta con quitar el denominador 100 sustituyéndolo por el signo %; esto es, 3%, 6%, 10%, 20% y 50%.

De aquí que resulte muy sencillo encontrar el equivalente de una razón **en por ciento,** ya que sólo necesita transformarse en otra cuyo denominador sea 100. Ejemplo: $\frac{1}{4} = x\ \%$ $\quad \frac{1}{4} = \frac{x}{100}$. Para encontrar a x podemos aprovechar las propiedades de los quebrados o las de las proporciones:

$$x = \frac{100 \times 1}{4} \qquad x = 25, \qquad \text{esto es, } \frac{1}{4} = 25\%$$

Otro ejemplo:

$$\frac{1}{5} = y\ \% \qquad \frac{1}{5} = \frac{y}{100} \qquad y = 20 \quad \frac{1}{5} = 20\%$$

Porcentajes

También resulta sencilla la operación contraria; es decir, encontrar la razón o la fracción decimal equivalente a un por ciento determinado.

Ejemplo: 75 % = ¿cuánto? 75 % significa .75 ó $\frac{75}{100}$, y simplificando el quebrado hallamos $\frac{3}{4}$; así que

$$75\ \% = .75 = \frac{3}{4}$$

Otro ejemplo: $60\ \% = .60 = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$

Los problemas de tanto por ciento, se pueden resolver por proporciones, sabiendo que la variación siempre es directamente proporcional.

Ejemplo:

A mayor porcentaje de elaboración de dulces sanos, mayor número de dulces; a mayor porcentaje de descuento en una compra mayor cantidad de dinero es descontado.

Ejemplo:

- En la tienda escolar, existen 80 dulces de tamarindo, en una semana se vendió el 75 %.

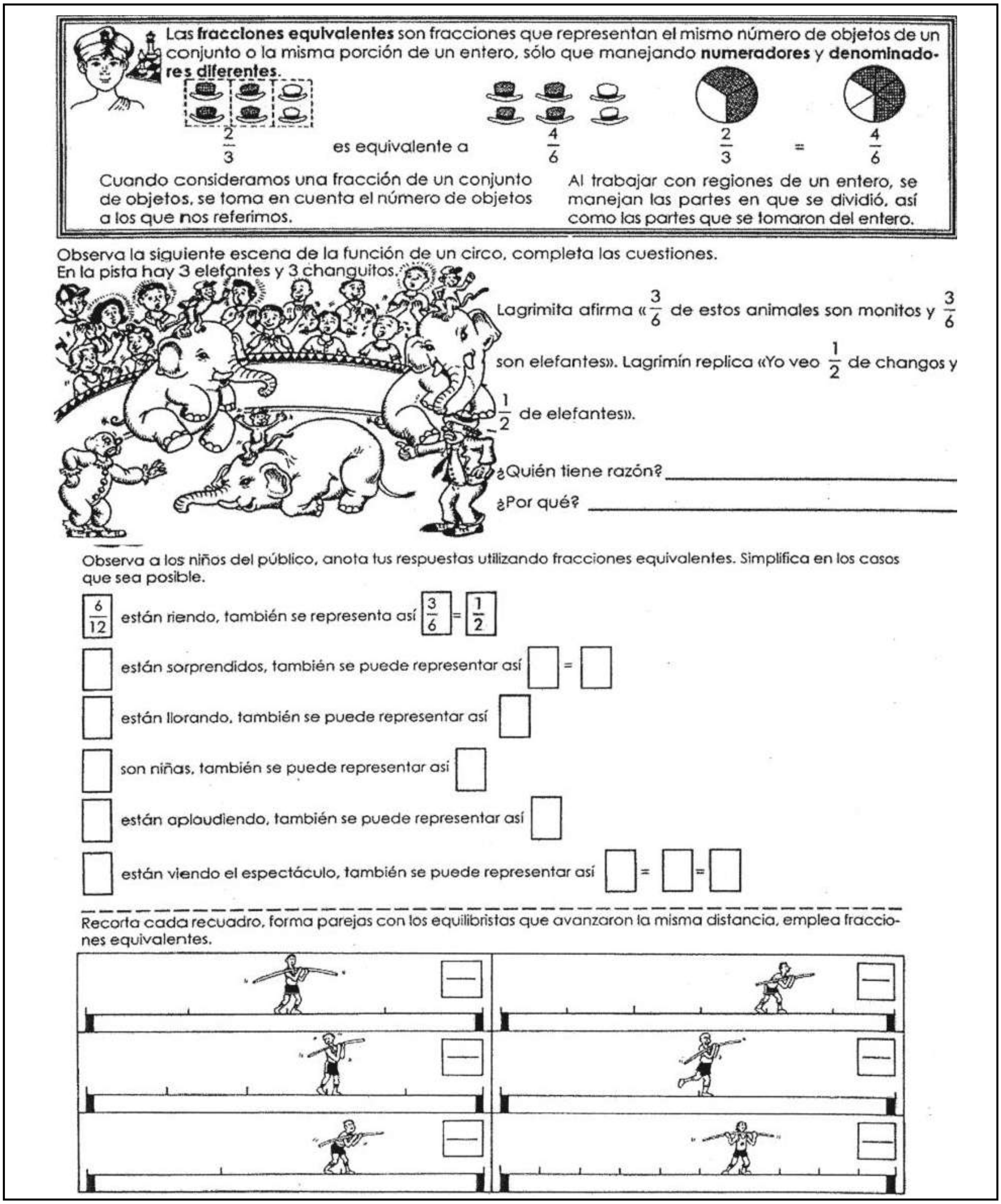
¿Cúantos dulces se vendieron y cuantos dulces quedan en la tienda escolar?

- En el huerto escolar la cosecha fue de 35 rábanos, 25 calabazas , 15 cebollas y 25 lechugas con las cuales se elaborara una ensalada para compartir con todo el grupo. De un total del 100%, ¿qué porcentaje representa cada verdura?

UNIDAD 4

E.T. ARITMÉTICA

Fracciones equivalentes



Las **fracciones equivalentes** son fracciones que representan el mismo número de objetos de un conjunto o la misma porción de un entero, sólo que manejando **numeradores** y **denominadores diferentes**.

$\frac{2}{3}$ es equivalente a $\frac{4}{6}$ $\qquad$ $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$

Cuando consideramos una fracción de un conjunto de objetos, se toma en cuenta el número de objetos a los que nos referimos.

Al trabajar con regiones de un entero, se manejan las partes en que se dividió, así como las partes que se tomaron del entero.

Observa la siguiente escena de la función de un circo, completa las cuestiones. En la pista hay 3 elefantes y 3 changuitos.

Lagrimita afirma «$\frac{3}{6}$ de estos animales son monitos y $\frac{3}{6}$ son elefantes». Lagrimín replica «Yo veo $\frac{1}{2}$ de changos y $\frac{1}{2}$ de elefantes».

¿Quién tiene razón? ____________________

¿Por qué? ____________________

Observa a los niños del público, anota tus respuestas utilizando fracciones equivalentes. Simplifica en los casos que sea posible.

$\boxed{\frac{6}{12}}$ están riendo, también se representa así $\boxed{\frac{3}{6}} = \boxed{\frac{1}{2}}$

☐ están sorprendidos, también se puede representar así ☐ = ☐

☐ están llorando, también se puede representar así ☐

☐ son niñas, también se puede representar así ☐

☐ están aplaudiendo, también se puede representar así ☐

☐ están viendo el espectáculo, también se puede representar así ☐ = ☐ = ☐

Recorta cada recuadro, forma parejas con los equilibristas que avanzaron la misma distancia, emplea fracciones equivalentes.

Estimación de resultados

Para comprobar una multiplicación, consideramos que el orden de los factores no altera el resultado, y por lo mismo podemos cambiar el orden del multiplicando y del multiplicador y ver si los productos son iguales; por ejemplo:

$$
\begin{array}{rcr}
218 & & 342 \\
\times\ 342 & & \times\ 218 \\
\hline
436 & & 2\,736 \\
8\,720 & & 3\,420 \\
65\,400 & & 68\,400 \\
\hline
74\,556 & \text{Productos iguales} & 74\,556
\end{array}
$$

Los ceros en que terminan los productos parciales, o sean, los señalados con tipo más negro, en la práctica no se escriben.

No sólo los números enteros pueden multiplicarse; igual puede hacerse con los que tienen fracción decimal: .045 × 3 = ¿cuánto? Para realizar la operación hay que tomar 3 veces 45 milésimos; y 45 milésimos 3 veces equivalen a 135 milésimos, o sea, .135; luego .045 × 3 = .135. Otro ejemplo: .9 × 8 = 7.2, pues, nueve décimos 8 veces son 72 décimos, los que forman 7 enteros más 2 décimos.

Esto significa que el producto tiene **tantas cifras decimales como sus factores**; así:

$$
\begin{array}{lrl}
 & 3.24 & \text{dos cifras decimales} \\
 & \times\ 73.6 & \text{una cifra decimal} \\
\cline{2-2}
 & 1944 & \\
\text{Productos parciales} & 972 & \\
 & 2268 & \\
\cline{2-2}
\text{Producto total} & 238.464 & \text{tres cifras decimales}
\end{array}
$$

UNIDAD 4

E.T. ARITMÉTICA

Estimación de resultados

OBSERVACIÓN

La multiplicación $5 \times 3 = 15$ significa que el 5 se toma 3 veces y da 15.

La multiplicación $3 \times 5 = 15$ significa que el 3 se toma 5 veces y da 15.

De aquí es fácil pensar que si $3 \times 5 = 15$ y $5 \times 3 = 15$, resulta que $5 \times 3 = 3 \times 5$, lo que nos dice que: **podemos alterar el orden de los factores sin que el producto se altere.** Por ejemplo:

$4 \times 215 = 215 \times 4 = 860$ $\quad$ $327 \times 6 = 6 \times 327 = 1\,962$

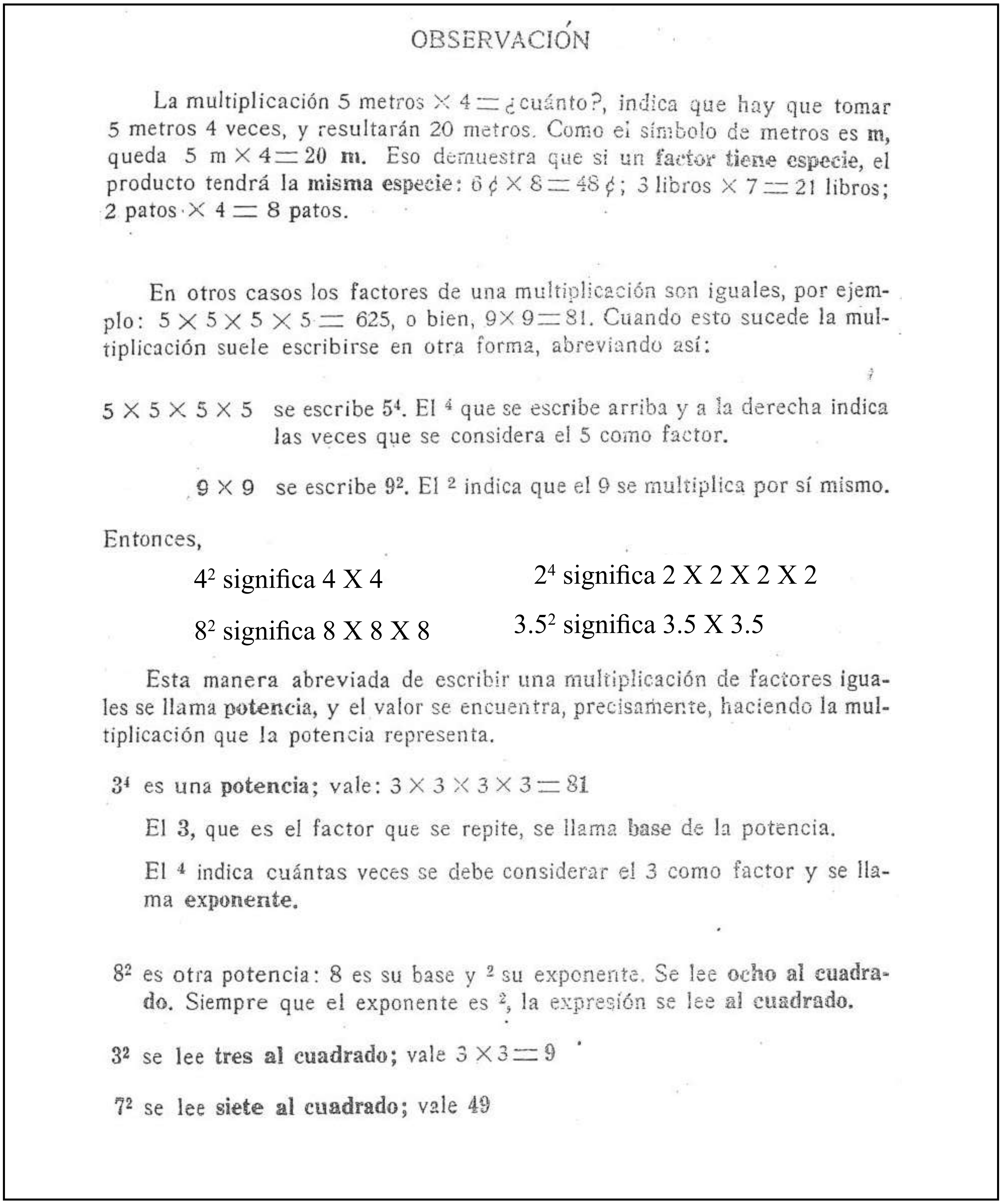
Cuando los factores son números de dos o más cifras, entonces la operación se dispone de otra manera:

$$\begin{array}{rl} 384 & \text{multiplicando} \\ \times\;236 & \text{multiplicador} \\ \hline \end{array}$$

El miltiplicador se forma de 200 + 30 + 6; así que debemos multiplicar por sus tres partes, con lo que se obtienen tres multiplicaciones cuyos resultados se llaman **productos parciales,** y a la suma de ellos, q eu es el resultado de toda la multiplicación, se le llama **producto total.** Esto es,

$$\begin{array}{rcl} & & \begin{array}{r}384\\ \times\;236\\ \hline\end{array} \\ \begin{array}{r}384\times 6\\384\times 30\\384\times 200\end{array} & \begin{array}{c}=\\=\\=\end{array} & \left.\begin{array}{r}2\,304\\11\,520\\76\,800\end{array}\right\}\text{Productos parciales} \\ & & \begin{array}{r}\hline 90\,624\end{array}\quad \text{Producto total}\end{array}$$

Estimación de resultados



OBSERVACIÓN

La multiplicación 5 metros × 4 = ¿cuánto?, indica que hay que tomar 5 metros 4 veces, y resultarán 20 metros. Como el símbolo de metros es **m**, queda 5 m × 4 = **20 m.** Eso demuestra que si un **factor tiene especie**, el producto tendrá la **misma especie**: 6 ¢ × 8 = 48 ¢; 3 libros × 7 = 21 libros; 2 patos × 4 = 8 patos.

En otros casos los factores de una multiplicación son iguales, por ejemplo: 5 × 5 × 5 × 5 = 625, o bien, 9 × 9 = 81. Cuando esto sucede la multiplicación suele escribirse en otra forma, abreviando así:

5 × 5 × 5 × 5 se escribe 5^4. El ^{4} que se escribe arriba y a la derecha indica las veces que se considera el 5 como factor.

9 × 9 se escribe 9^2. El ^{2} indica que el 9 se multiplica por sí mismo.

Entonces,

4^2 significa 4 X 4

2^4 significa 2 X 2 X 2 X 2

8^2 significa 8 X 8 X 8

3.5^2 significa 3.5 X 3.5

Esta manera abreviada de escribir una multiplicación de factores iguales se llama **potencia**, y el valor se encuentra, precisamente, haciendo la multiplicación que la potencia representa.

3^4 es una **potencia**; vale: 3 × 3 × 3 × 3 = 81

El **3**, que es el factor que se repite, se llama base de la potencia.

El ^{4} indica cuántas veces se debe considerar el 3 como factor y se llama **exponente.**

8^2 es otra potencia: 8 es su base y ^{2} su exponente. Se lee **ocho al cuadrado.** Siempre que el exponente es ^{2}, la expresión se lee **al cuadrado.**

3^2 se lee **tres al cuadrado;** vale 3 × 3 = 9

7^2 se lee **siete al cuadrado;** vale 49

UNIDAD 4

E.T. ÁLGEBRA

Igualdades y ecuaciones

Una igualdad, (=), es una relación de equivalencia entre dos expresiones, numéricas o literales, que se cumple para algún, alguno o todos los valores. Cada una de las expresiones recibe el nombre de miembro.

igualdad
una expresión = otra expresión
primer miembro segundo miembro

· Si la igualdad se cumple entre números se denomina identidad numérica.

Ejemplo 1: 2 +4 +5 = 1 +10

· Una identidad literal es una igualdad que se cumple para todos los valores.

Ejemplo 2: Las identidades notables

Cuadrado de una suma
Cuadrado de una diferencia
Diferencia de cuadrados

Si la igualdad se cumple entre números se denomina identidad numérica.
Ejemplo 1: 2 +4 +5 = 1 +10

· Una identidad literal es una igualdad que se cumple para todos los valores.

Ejemplo 2: Las identidades notables

Cuadrado de una suma
Cuadrado de una diferencia
Diferencia de cuadrados

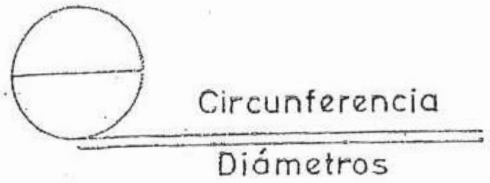
· Cuando la igualdad se convierte en identidad numérica sólo para determinados valores se la llama ecuación. A las letras se les llama indeterminadas o incógnitas.

Ejemplos:
A) 3 + 2a = 2a + 1+ 2
B) 10b = 5b + 5b
C) 2a + 5b = (1+1)a+(4+1)b

Realiza ejemplos de ecuaciones e igualdad:

A)____________________________________
B)______________________________________
C)_____________________________________

Perímetro del círculo

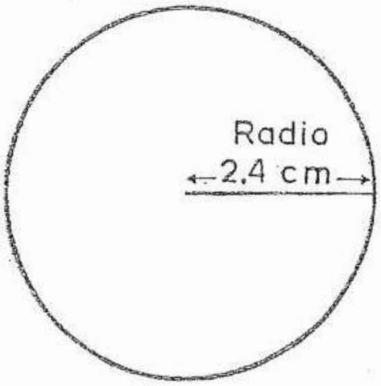


En el círculo de la ilustración está trazado un diámetro. Traza en tu cuaderno círculos de distintos tamaños. Si con un cordel medimos el perímetro de cada círculo, encontramos que el diámetro es casi igual a la tercera parte del perímetro.

Esto quiere decir que el perímetro de un círculo, o sea, la circunferencia, es **casi igual a tres diámetros**. Exactamente es un poco mayor que los tres diámetros; es 3.1416 veces más grande que un diámetro. A este número se le designa con la letra griega **pi** y su signo es π.

Por lo tanto, un diámetro cabe π veces en la circunferencia, o sea, **circunferencia $= \pi \times$ diámetro.**

Si al diámetro lo llamamos **d** y a la circunferencia C, podemos escribir: $C = \pi \times d$, que es la fórmula que nos sirve para encontrar el perímetro de un círculo, es decir, su circunferencia.

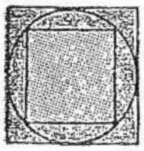


¿Cuánto mide la circunferencia de este círculo? Primero vemos que el **diámetro** equivale a **dos radios**; esto es, $d = 2 \times 2.4$ cm $= 4.8$ cm.

Como $C = \pi \times d$ encontramos:

$C = 3.1416 \times 4.8$ cm $\qquad C = 15.07968$ cm.

Como dato curioso debemos decir que desde la antigüedad se conocía el valor de π. En Mesopotamia se le dio el valor de 3 para los cálculos rápidos; en Egipto de 3.14, que ya es bastante exacto.



Algunos pueblos de la antigüedad calculaban el perímetro del círculo sumando los perímetros de la figura inscrita y de la circunscrita y sacando la mitad a esta suma.

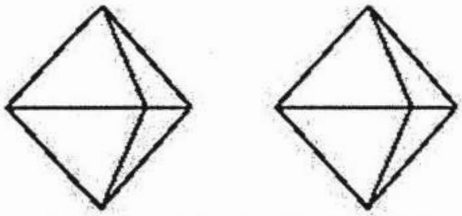
(Ejercicios IX, X, XI, XII y XIII de medidas de longitud aplicadas a perímetros.)

UNIDAD 4

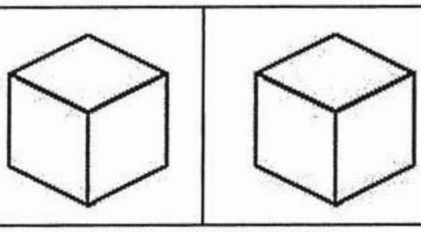
E.T. GEOMETRÍA

Noción de congruencia

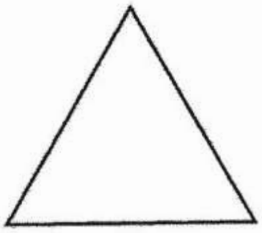
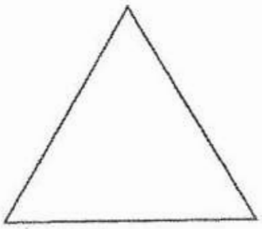
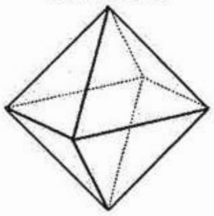
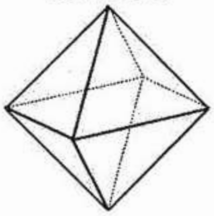
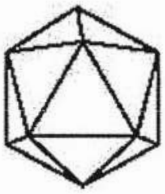
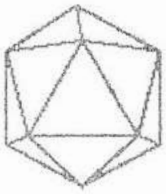
En matemáticas, dos figuras de puntos son congruentes si tienen los lados iguales y el mismo tamaño (o también, están relacionados por un movimiento) si existe una isometría que los relaciona: una transformación que es de translaciones, rotaciones y reflexiones. Por así decirlo, dos figuras son congruentes si tienen la misma forma y tamaño, aunque su posición u orientación sean distintas. Las partes coincidentes de las figuras congruentes se llaman homólogas o correspondientes.



FIGURAS CONGRUENTES



FIGURAS CONGRUENTES

REALIZA UNA FIGURA CONGRUENTE SIGUIENDO LA IMAGEN Y USANDO LA REGLA.	
	
OCTAEDRO 	OCTAEDRO 
	

UNIDAD 4

E.T. MEDICIÓN

Unidad de fuerza: magnitud

MAGNITUDES

La masa, la longitud, el volumen, la temperatura, la velocidad, la población de una ciudad y la estatura, son algunas de las propiedades que tienen ciertos cuerpos, objetos, grupos de personas o regiones; este tipo de propiedades se denominan MAGNITUDES. Las magnitudes se pueden expresar a través de números. La cantidad, entonces, es el valor numérico que adopta la magnitud.

Por ejemplo: la estatura de una niña del curso es una magnitud. Si esta niña mide 1,5 m (uno coma cinco metros), esta es la cantidad.

PROPORCIÓN

La proporción es una relación entre dos magnitudes (que pueden expresarse en números). Por ejemplo, en algunos vehículos es la relación entre el número de kilómetros recorridos en cierta ciudad por cada litro de gasolina es 10 km / l. Es decir, 10 kilómetros por cada litro de gasolina. Esta proporción, comúnmente, es distinta fuera de la ciudad, donde tal proporción (en este vehículo) puede alcanzar los 15 km / l.

Otro ejemplo de proporción es la cantidad de energía eléctrica promedio que se consume en un hogar 289,04 kWh / mes, lo cual se lee: 289,04 KILOVATIOS HORA AL MES.

Escribe algunas magnitudes que encuentres de manera cotidiana:

ELEMENTO DONDE SE ENCUENTRA	MAGNITUD
refrigerador	Gasto de 127 kWh

UNIDAD 4

E.T. PROBABILIDAD Y
ESTADÍSTICA

Probabilidad de eventos

La probabilidad de eventos es el número de veces que se puede dar la ocurrencia,sucesos, eventos o experimentos, con ella ubicamos cuáles son las mismas probabilidades de ocurrencia o las probabilidades de eventos simples donde son nulas las posibilidades de ocurrencias.

Eventos incompatibles

Supongamos que tiras un dado y quieres determinar la probabilidad de que aparezca un número múltiplo de tres o divisor de 10.

Para que sea múltiplo de tres, tenemos los casos: 3, 6

Para que sea un divisor de 10, tenemos los casos: 1, 2, 5

Observa que es imposible que se cumplan ambos eventos, ya que no hay ningún elemento común. En este caso se dice que son eventos incompatibles.

La probabilidad de que aparezca un número múltiplo de tres o divisor de 10 es, entonces:

$$\frac{2}{6}+\frac{3}{6}=\frac{5}{6}$$

En general, si A y B son eventos incompatibles, la probabilidad del evento “A o B” se calcula mediante la suma de sus probabilidades.

Se supone que puede ocurrir A o puede ocurrir B, pero la intersección es vacía, pues no hay elementos compatibles.

Por tanto: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Eventos compatibles

Supongamos ahora que vamos a extraer una carta de un mazo inglés de 52 cartas y queremos determinar la probabilidad de sacar un as o un trébol.

Para que sea un as hay cuatro posibilidades, pero la probabilidad es

Para sacar un trébol hay trece posibilidades, pero la probabilidad es

Pero en este caso hay un elemento que es común a ambos eventos (el as de trébol), y por lo tanto los casos favorables serían 4 + 13 –1 = 16; en términos de probabilidades sería equivalente a afirmar que:

$$P(\text{As}) + P\ (\text{Trebol}) - P(\text{As y Trebol}) = \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$$

Por lo tanto, si A y B son eventos compatibles, es decir, si pueden ocurrir ambos simultáneamente, la probabilidad se calcula mediante la suma de las probabilidades, menos la probabilidad de que se cumplan ambos, esto es:

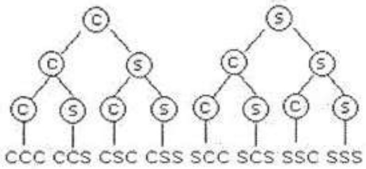
Eventos independientes

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Se dice que dos eventos son independientes cuando la ocurrencia de uno no afecta la ocurrencia del otro.

Si tiramos una moneda tres veces, la probabilidad de que en todas las ocasiones salga cara responde a eventos independientes, ya que el resultado de un lanzamiento no afecta lo que vaya a ocurrir en el próximo.

Si configuramos un “diagrama de árbol” para el conteo de todas las posibilidades en el lanzamiento de tres monedas, obtenemos el siguiente gráfico:



Según este diagrama, la probabilidad de obtener tres resultados cara es, $\frac{1}{8}$ lo que es equivalente a multiplicar la probabilidad de obtener cara en cada lanzamiento:

P(cara, cara y cara) =

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$$

En términos de la frecuencia relativa, lo anterior es equivalente a pensar que al lanzar una moneda una cantidad de veces, la mitad de ellas saldría cara (idealmente) la mitad de estas veces volvería a salir cara en el segundo lanzamiento, y la mitad de estas saldría cara en la tercera oportunidad; por lo tanto, la mitad de la mitad de la mitad de los lanzamientos saldría cara. De aquí que la frecuencia relativa de las veces que saldría cara en los tres lanzamientos es:

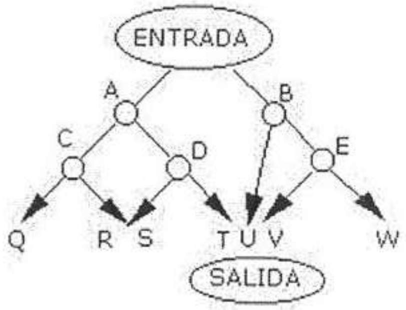
$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$$

En general, si A y B son eventos independientes, entonces la probabilidad de que ocurran ambos es igual a la multiplicación de sus probabilidades, es decir, se cumple que:

$$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B)$$

Probabilidad condicionada

Supongamos que tenemos un ratón de laboratorio que se desplaza por el laberinto que se muestra en la siguiente figura →



¿Cuál es la probabilidad de que pueda salir del laberinto si cada camino tiene la misma probabilidad de ser elegido por el ratón?

Al entrar, el ratón puede tomar indistintamente el camino A o B, por lo tanto: P(A) = 1/2 y P(B) = 1/2½.

Al llegar a A, la probabilidad de elegir el camino C o D es la misma; por lo tanto, la probabilidad de elegir el camino C, dado que eligió el camino A, lo que anotamos P(C/A), es 1/2; de la misma forma P (D/D) = 1/2.

La probabilidad de elegir los caminos C y A es:

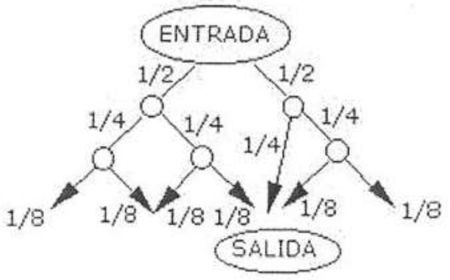
P(A C) = P(A) • P(C/A) = 1/2 • 1/2 = 1/4.

Por ejemplo, la probabilidad de que el ratón salga por W es igual a:

P(B E) = P(B) • P(E/B) = 1/2 • 1/4 = 1/8.

Si calculamos cada una de las probabilidades, tenemos

La siguiente situación:



Por lo tanto, la probabilidad de que el ratoncillo salga del laberinto es:

P(T o U o V) = P(T) + P(U) + P(V) = 1/8 + 1/4¼ + 1/8 = 4/8 = 1/2.

En general, la probabilidad del evento de que ocurra B sabiendo que ocurrió A: P(B/A) se calcula mediante la igualdad:

$$P(A \cap B) - P(A) \text{ x } P\left({}^{B}\!/\!{}_{A}\right)$$

Ejemplo:

En una tómbola hay 12 bolitas rojas y seis negras. Si se sacan dos en forma consecutiva, sin reponer la primera, ¿cuál es la probabilidad de que la primera sea roja y la segunda sea negra?

La probabilidad de que la primera sea roja es 12/18 y de que la segunda sea negra, dado que la primera fue roja, es 6/17, por lo tanto:

$$P(R \cap N) - P(R) \text{ x } P\left({}^{N}\!/\!{}_{R}\right) - {}^{12}\!/\!{}_{18} \text{ x } {}^{6}\!/\!{}_{17} \text{ x } {}^{4}\!/\!{}_{17}$$

Ejercicios:

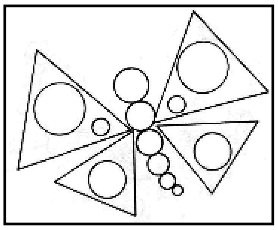
-En una bolsa se ponen 12 bolitas numeradas correlativamente del 1 al 12.

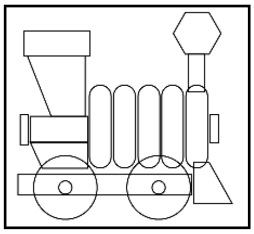
Calcula la probabilidad de obtener un número menor que 5 o múltiplo de 5 al sacar una de ellas.

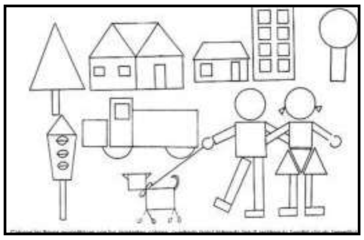
-Calcular la probabilidad de obtener dos ases de un naipe de 52 cartas, sin devolver la primera carta al naipe.

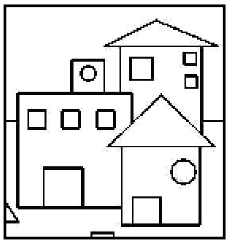
-Al lanzar dos dados, ¿cuál es la probabilidad de obtener un puntaje menor que 5 ó mayor que 10?

Con el compás, la regla y la escuadra









Traza tu propio modelo.

UNIDAD 5

EL CUIDADO DEL MEDIO AMBIENTE EN EL ESTADO

UNIDAD 5

Palabras y conceptos

EJE TEMÁTICO	PALABRAS CLAVE	CONCEPTO
LÓGICA Y CONJUNTOS	• Fuente • Comprobación • Asintótica • Práctica • Equivalencia	**Comprobación:** Confirmación o prueba de la existencia, veracidad o exactitud de una cosa. **Equivalencia:** Es la igualdad en el valor, estimación, potencia o eficacia de dos o más cosas.
ARITMÉTICA	• Conjunto • Vulgar • Común • Fracción • Analítica	**Conjunto:** Agrupación de personas, animales o cosas considerados como un todo homogéneo, sin distinguir sus partes. **Fracción:** Número que expresa una cantidad determinada de porciones que se toman de un todo dividido en partes iguales; se representa con una barra oblicua u horizontal que separa la primera cantidad (el numerador) de la segunda (el denominador), "un tercio (1/3) y cinco novenos (5/9) son fracciones". Sinónimos: quebrado.
GEOMETRÍA	• Caras • Vértice • Aristas • Simetría • Semiperímetro	**Simetría:** Correspondencia de posición, forma y tamaño, respecto a un punto, una línea o un plano, de los elementos de un conjunto o de dos o más conjuntos de elementos entre sí. **Semiperimetro:** En geometría, el semiperímetro de un polígono es la mitad de su perímetro. A pesar de que tiene una simple derivación a partir del perímetro, el semiperímetro aparece con bastante frecuencia en las fórmulas de los triángulos y otras figuras que se le da un nombre distinto.
ÁLGEBRA	• Parciales • Elevados • Positivos • Dato • Símbolos	**Positivos:** Significa en matemáticas, mayor que cero. **Dato:** Colección de hechos, como pueden ser valores o medidas.
MEDICIÓN	• Durómetro • Centigramo • Pirémetro • Acre • Barril	**Durómetro:** Un durómetro es un aparato que mide la dureza de los materiales, existiendo varios procedimientos para efectuar esta medición. Los más utilizados son los de Rockwell, Brinell, Vickers y Microvickers. **Pirómetro:** Instrumento que sirve para medir temperaturas muy elevadas.
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA	• Literatura • Astronomía • Antropología • Historia • Militar	**Literatura:** Arte que emplea como medio de expresión una lengua. Conjunto de las producciones literarias de una nación, de una época o de un género. **Antropología:** Ciencia que trata de los aspectos biológicos y sociales del hombre.

Elementos formales del juicio

Los elementos formales del juicio se dividen en dos:

- Juicios verdaderos
- Juicios falsos

Al examinar la cualidad atributiva del juicio debemos tener presente que lo que se afirma o se niega en un juicio no se refiere gnoseológicamente a los conceptos que lo integran, sino a los procesos de la realidad objetiva expresados en ello. Aquello acerca de lo cual se afirma o se niega algo, se denomina objeto de juicio y está expresado en un juicio dado por un concepto determinado, que para diferenciarlo dentro de esa relación judicativa se llama concepto sujeto.

Tanto lo objetivo, como lo subjetivo y lo verbal puede ser objeto de un juicio.

Lo que se afirma o se niega en un juicio dado acerca de su objeto es siempre un carácter, propiedad o cualidad, y en la relación judicativa dada, el concepto que se refiere a ese carácter afirmado o negado recibe el nombre de concepto predicado.

Ejemplos:

Juicios verdaderos	Juicios falsos
-Mañana saldrá el Sol.	-Se puede vivir sin aire.
-La Luna cambia de fases.	-Cuando no hay nubes llueve.
-El pez necesita agua para vivir.	-El agua no moja.
-La Tierra gira alrededor del Sol.	-Para vivir no se necesita oxígeno.
-La gravedad nos atrae a la Tierra.	-El unicornio existe.

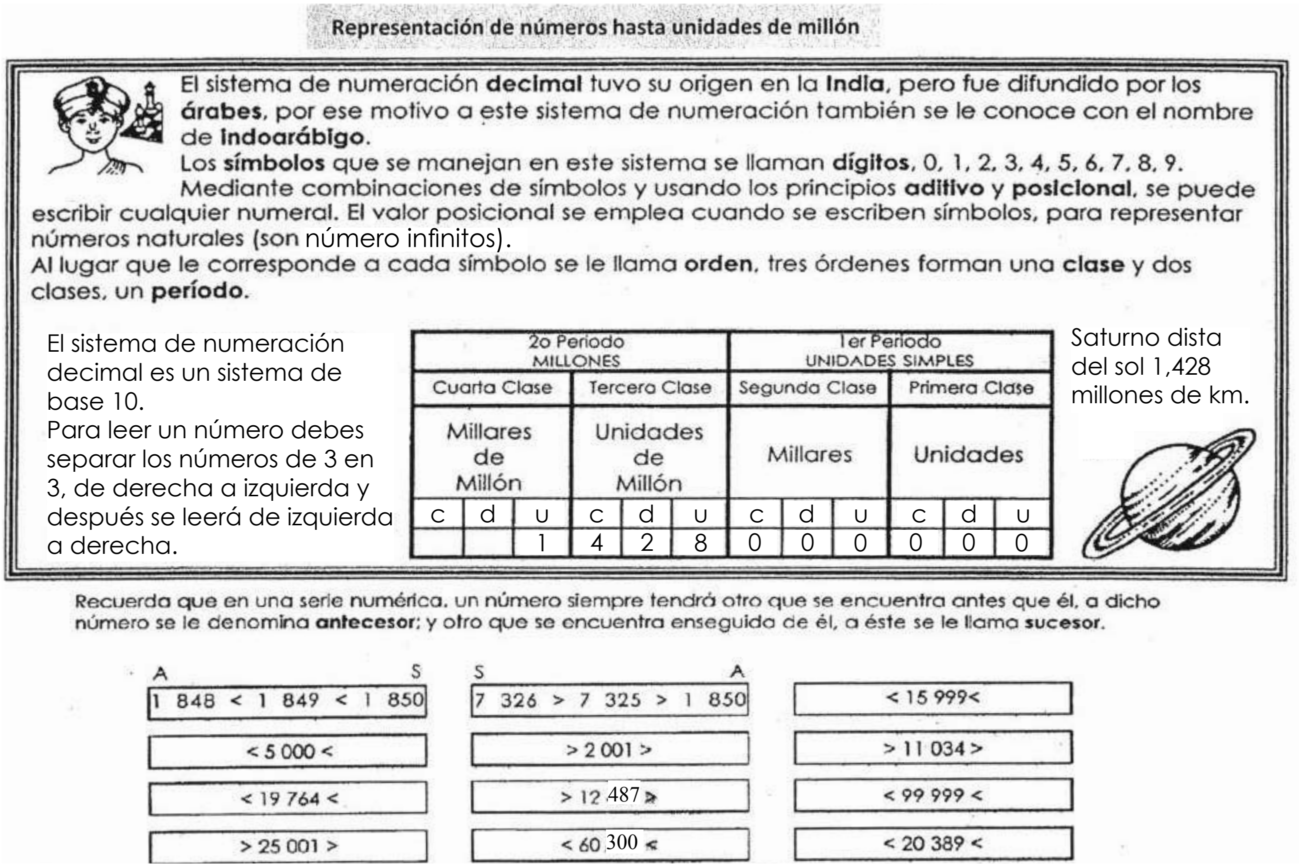
Realiza algunos ejemplos de juicios verdaderos y falsos.

Juicios verdaderos	Juicios falsos

UNIDAD 5

E.T. ARITMÉTICA

Representación de números hasta de doce cifras



Representación de números hasta unidades de millón

El sistema de numeración **decimal** tuvo su origen en la **India**, pero fue difundido por los **árabes**, por ese motivo a este sistema de numeración también se le conoce con el nombre de **Indoarábigo**.

Los **símbolos** que se manejan en este sistema se llaman **dígitos**, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Mediante combinaciones de símbolos y usando los principios **aditivo** y **posicional**, se puede escribir cualquier numeral. El valor posicional se emplea cuando se escriben símbolos, para representar números naturales (son número infinitos).

Al lugar que le corresponde a cada símbolo se le llama **orden**, tres órdenes forman una **clase** y dos clases, un **período**.

El sistema de numeración decimal es un sistema de base 10.
Para leer un número debes separar los números de 3 en 3, de derecha a izquierda y después se leerá de izquierda a derecha.

2o Periodo MILLONES						1er Periodo UNIDADES SIMPLES					
Cuarta Clase			Tercera Clase			Segunda Clase			Primera Clase		
Millares de Millón			Unidades de Millón			Millares			Unidades		
c	d	u	c	d	u	c	d	u	c	d	u
		1	4	2	8	0	0	0	0	0	0

Saturno dista del sol 1,428 millones de km.

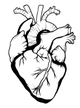
Recuerda que en una serie numérica, un número siempre tendrá otro que se encuentra antes que él, a dicho número se le denomina **antecesor**; y otro que se encuentra enseguida de él, a éste se le llama **sucesor**.

A S	S A	
1 848 < 1 849 < 1 850	7 326 > 7 325 > 1 850	< 15 999<
< 5 000 <	> 2 001 >	> 11 034 >
< 19 764 <	> 12 487 >	< 99 999 <
> 25 001 >	< 60 300 <	< 20 389 <

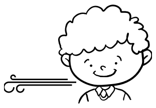
Escribe con letra las cantidades que se requieren en cada afirmación, consulta los datos en las imágenes de la izquierda

12,472 km

139,822 km



4,500



11,376

6,853 km

Himalaya

8,848 m

6,437 km

México

5,636 m

42,550,00 km^2

953,700,000

El diámetro del planeta Tierra mide ______________________________ km.

El diámetro del planeta Júpiter mide ______________________________ km.

El corazón humano efectúa __________________ latidos durante una hora.

Ricardo respira aproximadamente ____________ dm^3 de aire en todo el día.

El río Nilo tiene una longitud de ______________________________ km.

Mientras que la longitud del río Amazonas es de ____________________ km.

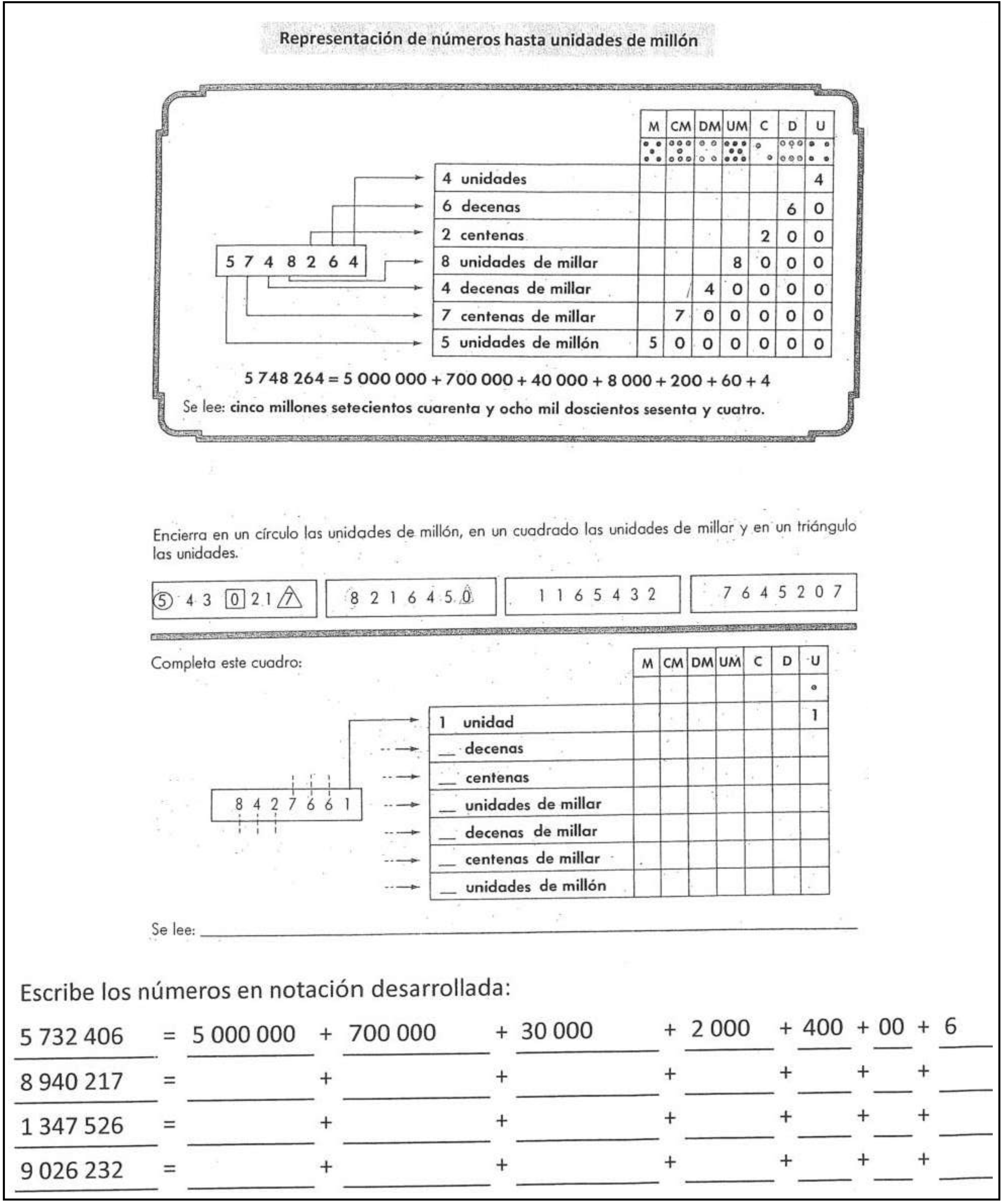
El monte Everest tiene una altitud de ______________________________ m.

Y la del Pico de Orizaba es de ______________________________ m.

América tiene una extensión territorial de ________________________ km^2.

Y cuenta con una población de ________________________ habitantes.

Representación de números hasta de doce cifras



Representación de números hasta unidades de millón

5 7 4 8 2 6 4

	M	CM	DM	UM	C	D	U
	●●●●●	○○○○○○○	○○○○	●●●●●●●●	○○	○○○○○○	●●●●
4 unidades							4
6 decenas						6	0
2 centenas					2	0	0
8 unidades de millar				8	0	0	0
4 decenas de millar			4	0	0	0	0
7 centenas de millar		7	0	0	0	0	0
5 unidades de millón	5	0	0	0	0	0	0

5 748 264 = 5 000 000 + 700 000 + 40 000 + 8 000 + 200 + 60 + 4

Se lee: **cinco millones setecientos cuarenta y ocho mil doscientos sesenta y cuatro.**

Encierra en un círculo las unidades de millón, en un cuadrado las unidades de millar y en un triángulo las unidades.

⑤ 4 3 $\boxed{0}$ 2 1 △7

8 2 1 6 4 5 0

1 1 6 5 4 3 2

7 6 4 5 2 0 7

Completa este cuadro:

8 4 2 7 6 6 1

	M	CM	DM	UM	C	D	U
							○
1 unidad							1
__ decenas							
__ centenas							
__ unidades de millar							
__ decenas de millar							
__ centenas de millar							
__ unidades de millón							

Se lee: ______________________________

Escribe los números en notación desarrollada:

5 732 406 = 5 000 000 + 700 000 + 30 000 + 2 000 + 400 + 00 + 6

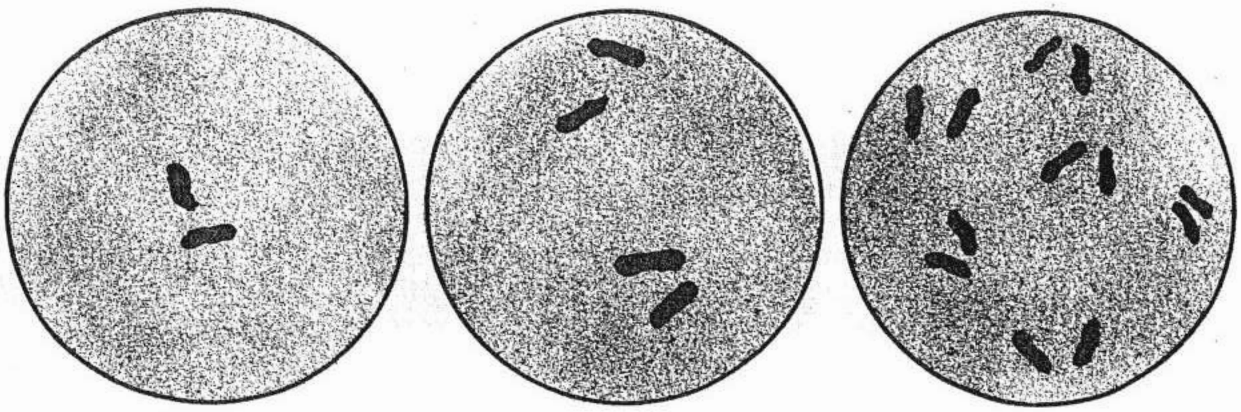
8 940 217 = ______ + ______ + ______ + ______ + ______ + ______ + ______

1 347 526 = ______ + ______ + ______ + ______ + ______ + ______ + ______

9 026 232 = ______ + ______ + ______ + ______ + ______ + ______ + ______

Notación exponencial

Potenciación

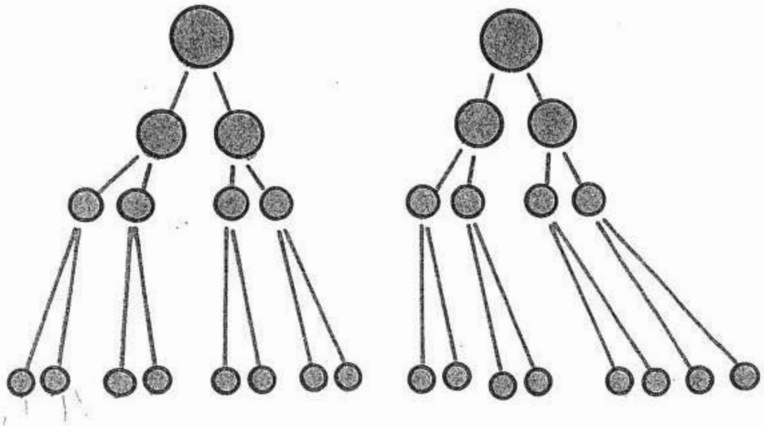


Entre los organismos unicelulares se encuentran las bacterias. Cuando una bacteria alcanza cierto tamaño empieza a dividirse en dos. Cada una se duplica a sí misma, dos se vuelven cuatro, cuatro se transforman en ocho, ocho en dieciséis, y así sucesivamente. De una sola bacteria pueden surgir millones en pocas horas.

Un proceso similar de multiplicación por sí mismo lo encontramos dentro de las matemáticas, en la *potenciación*.

La *potenciación* es una multiplicación repetida en la que los factores son iguales.

Observa:



$\longrightarrow \underline{2}$

$\longrightarrow \underline{2}^2 = 2 \times 2 = 4$

$\longrightarrow \underline{2}^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

$\longrightarrow \underline{2}^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$

UNIDAD 5

E.T. ARITMÉTICA

Notación exponencial

Al producto de **factores iguales** se le llama ***potenciación.***

$$3 \times 3 = 3^3 = 9$$

$$5 \times 5 \times 5 = 5^3 = 125$$

$$7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^4 = 2{,}401$$

El factor se repite en este caso 3, 5, 7, se llama base.

El número pequeño colocado en la parte superior derecha de la base ($^{2,\ 3,\ 4}$) recibe nombre de **exponente** y nos indica cuántas veces se va a repetir la base como factor, o cuántos factores iguales hay.

El producto de factores iguales (9, 125, 2,401) se denomina **potencia.**

Cuando el exponente es ^{2} se lee al cuadrado, o a la segunda potencia; cuando el exponente es ^{3} se lee al cubo, o a la tercera potencia. Los exponentes ^{4},^{5},^{6},... se leen a la cuarta, a la quinta, a la sexta potencia, y así sucesivamente.

Ejemplos de lectura:

92 = nueve al cuadrado.

73 = siete al cubo

84 = ocho a la cuarta potencia.

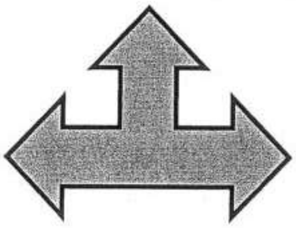
105 = diez a la quinta potencia.

Si la base tiene exponente cero la potencia siempre es 1.

$2^0 = 1$

$38^0 = 1$

$4{,}000^0 = 1$



La potencia es igual a la base si el exponente es 1.

Ejemplo:

$23^1 = 23$

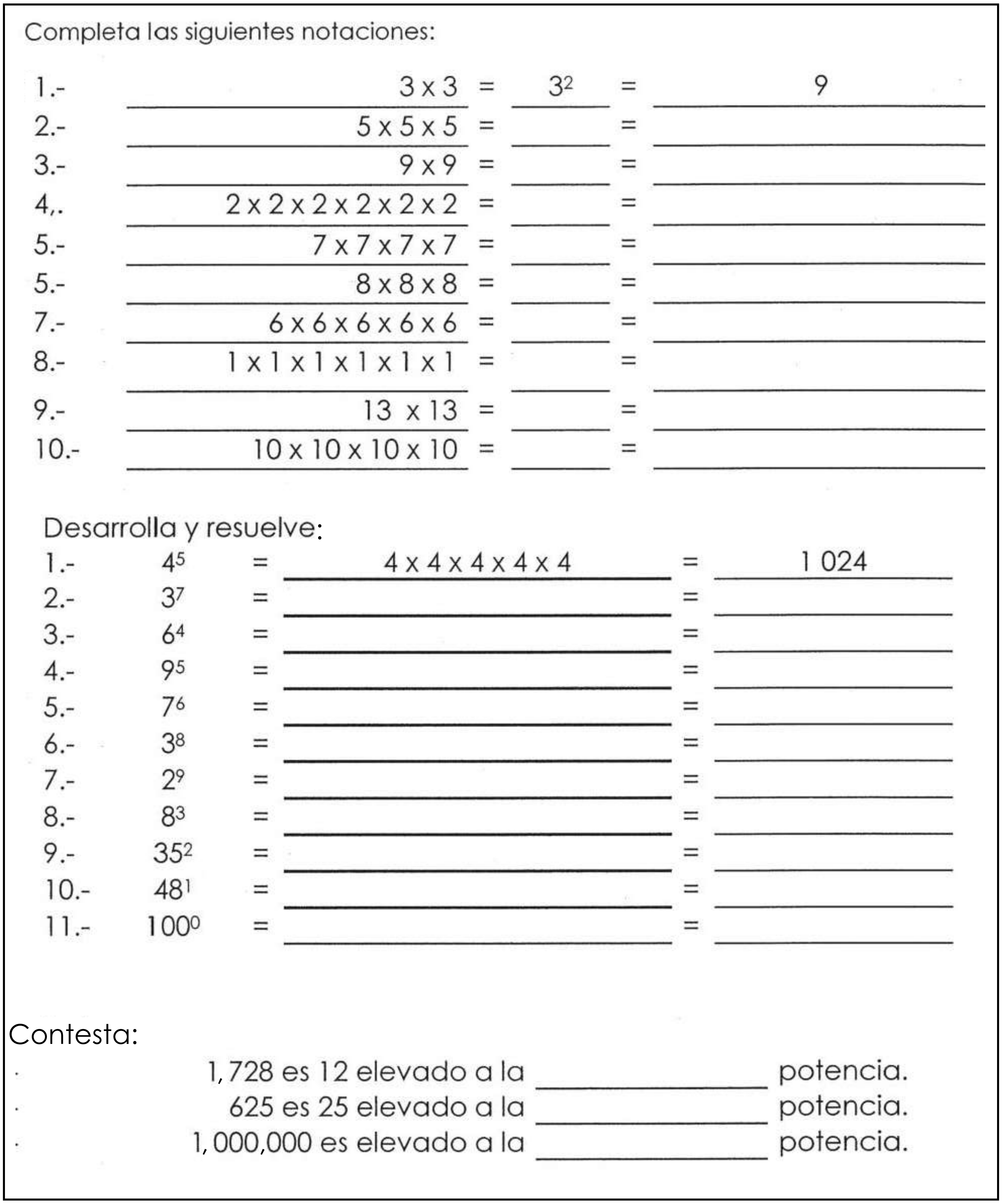
$7^1 = 7$

$9{,}000^1 = 9{,}000$

UNIDAD 5

E.T. ARITMÉTICA

Notación exponencial



Completa las siguientes notaciones:

1.- 3 x 3 = 3^2 = 9
2.- 5 x 5 x 5 = ______ = ______
3.- 9 x 9 = ______ = ______
4,. 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 = ______ = ______
5.- 7 x 7 x 7 x 7 = ______ = ______
5.- 8 x 8 x 8 = ______ = ______
7.- 6 x 6 x 6 x 6 x 6 = ______ = ______
8.- 1 x 1 x 1 x 1 x 1 x 1 = ______ = ______
9.- 13 x 13 = ______ = ______
10.- 10 x 10 x 10 x 10 = ______ = ______

Desarrolla y resuelve:

1.- 4^5 = 4 x 4 x 4 x 4 x 4 = 1 024
2.- 3^7 = ______ = ______
3.- 6^4 = ______ = ______
4.- 9^5 = ______ = ______
5.- 7^6 = ______ = ______
6.- 3^8 = ______ = ______
7.- 2^9 = ______ = ______
8.- 8^3 = ______ = ______
9.- 35^2 = ______ = ______
10.- 48^1 = ______ = ______
11.- 100^0 = ______ = ______

Contesta:

· 1,728 es 12 elevado a la ______ potencia.
· 625 es 25 elevado a la ______ potencia.
· 1,000,000 es elevado a la ______ potencia.

La división

La ilustración de la derecha muestra a 6 niños en una fiesta. La señora que está al frente lleva 54 dulces para repartirlos entre los niños, de manera que cada uno reciba una misma cantidad; la señorita que está cerca de la puerta lleva 12 gelatinas que también serán repartidas entre los niños.

¿Tú sabes cuántos dulces y cuántas gelatinas tendrá cada niño? ¡Naturalmente! Si son 6 niños y 54 dulces y 12 gelatinas, a cada niño le tocarán 9 dulces y 2 gelatinas.

La operación efectuada es una división y se puede escribir de dos maneras:

$54 : 6 = 9$ $\quad \frac{54}{6} = 9$ $\qquad 12 : 6 = 2$ $\quad \frac{12}{6} = 2$

¿Recuerdas los nombres de los términos de una división? Son estos:

$$\begin{matrix} \text{dividendo} \\ \text{divisor} \end{matrix} \quad \frac{54}{6} = 9 \quad \text{cociente}$$

Encontrar el **cociente,** o sea el resultado de una división, es encontrar el número que multiplicado por el **divisor** dé el **dividendo;** esto es:

$$\frac{48}{6} = 8 \quad \text{porque } 8 \times 6 = 48$$

La división

DIVISIÓN DE NÚMEROS DECIMALES POR LA UNIDAD SEGUIDA DE CEROS. Para dividir un número decimal por la unidad seguida de ceros: 10, 100, 1.000, ..., se desplaza la coma a la izquierda tantos lugares como ceros tenga la unidad.
Ejemplos: Calcula.

81.2 : 10 =

81.2 : 100 =

81.2 : 1,000 =

81.2 : 10,000 =

81.2 : 100,000 =

81.2 : 1,000,000 =

5.3 : 10 =

5.3 : 100 =

5.3 : 1,000 =

5.3 : 10,000 =

5.3 : 100,000 =

5.3 : 1,000,000 =

24.2 : 10 =

2.42242 : 100 =

0.242242 : 1,000 =

DIVISIÓN DE UN NÚMERO DECIMAL POR UNO NATURAL. Para dividir un número decimal por un número natural se hace la división como si fuesen números naturales, pero se pone una coma en el cociente al bajar la primera cifra decimal.
Ejemplos: Calcula las siguientes divisiones.

4.326 : 3 =

32.156 : 4 =

267.05 : 5 =

39.120 : 6 =

412.16 : 7 =

52.632 : 8 =

Esta propiedad nos sirve para comprobar una división, ya que basta multiplicar el cociente por el divisor, y si está bien hecha la operación, debe resultar el dividendo.

Dividendo		Divisor		Cociente	Comprobación
135	:	4	=	34	34 X 4 = 136

Cuando en una división el divisor cabe exactamente en el dividendo por ejemplo, 60 : 4 = 15, se dice que el dividendo es múltiplo del divisor en este caso 60 es múltiplo de 4), y que el divisor es factor del dividendo 4 es factor de 60).

$$\frac{42}{7} = 6$$

42 es múltiplo de 7
7 es factor de 42

Siempre que esto sucede, es decir, cuando el dividendo es múltiplo del divisor o este es factor del dividendo, se dice que hay divisibilidad. Así:

35 : 7 = 5 hay divisibilidad
72 : 9 = 8 hay divisibilidad
25. : 6 = 4 y sobra 1, no hay divisibilidad.

Se puede saber si un número es divisible entre 2, 3, 4, 5, 6 etc., sin haber la división.

Un número es divisible entre 2 si termina en 0 o en cifra par.

Los números 42, 38, 520, 164 son divisibles entre 2, porque 2 es factor de ellos, y ellos son múltiplos de 2. En cambio, 35, 47, 25 y 15 no son divisibles entre 2 por no terminar en 0 o en cifra par.

También las divisiones que **no son exactas** pueden comprobarse. Basta multiplicar el cociente por el divisor y **agregar** al producto el **residuo**; con esto se obtiene el dividendo.

Dividendo		Divisor		Cociente	Residuo	Comprobación:
138	:	4	=	34	2	$34 \times 4 + 2 = 138$
79	:	8	=	9	7	$9 \times 8 + 7 = 79$
44	:	6	=	7	2	$7 \times 6 + 2 = 44$

El cociente no se altera si tanto el dividendo como el divisor se multiplican por un mismo número. Por ejemplo:

$$\frac{8}{2} = 4 \qquad \frac{8 \times 10}{2 \times 10} = \frac{80}{20} = 4$$

$$\frac{8}{2} = 4 \qquad \frac{8 \times 100}{2 \times 100} = \frac{800}{200} = 4$$

Esto es muy importante, pues se aplica siempre que los números que se dividen son decimales. Por ejemplo:

$36 : .9 =$ ¿cuánto? Es igual a dividir $360 : 9 = 40$

$$\frac{4.6}{.2} = \frac{46}{2} = 23 \qquad \frac{.84}{.07} = \frac{84}{7} = 12$$

En una división puede suceder que el dividendo sea menor que el divisor; entonces el resultado no tiene cifras enteras. Ejemplo:

$$\frac{2}{4} = .5 \quad \text{ya que} \quad .5 \times 4 = 2$$

Si el divisor es 10, 100, 1,000, el dividendo se hace 10, 100, 1,000 veces menor, y esto se indica corriendo el punto decimal a la izquierda por cada cero del divisor. Así:

$45 : 10 = 4.5$ $632 : 100 = 6.32$ $93 : 1\,000 = .093$

Un número es divisible entre 3 si la suma de sus cifras es un múltiplo de 3; por ejemplo:

	Suma de cifras		
345	12	(12 : 3 = 4)	es divisible entre 3
612	9	(9 : 3 = 3)	es divisible entre 3
214	7	(7 : 3 = 2 y sobra 1)	no es divisible entre 3

Un número es divisible entre 4 si sus dos últimas cifras son ceros o forman un número múltiplo de 4.

	Dos últimas cifras		
316	16	(16 : 4 = 4)	es divisible entre 4
500	00		es divisible entre 4
214	14	(14 : 4 = 3 y sobran 2)	no es divisible entre 4
824	24	(24 : 4 = 6)	no es divisible entre 4

Todo número que termine en **0** o en **5** es divisible entre 5. Así, por ejemplo, 525, 3,880, 450 y 315 son divisibles entre 5, y los números 534, 6,789, 2,346 y 18 **no** son divisibles entre 5.

(Ejercicios III y IV de división.)

Cuando una división **no es exacta,** como $\frac{35}{8} = 4$ y sobran 3, entonces el dividendo **no es múltiplo del divisor,** ni éste es factor del dividendo, y por lo mismo, **no hay divisibilidad.** Lo que sobre del dividendo se llama **residuo.** En el ejemplo, el residuo es 3.

Dividendo		Divisor		Cociente	Residuo
45	:	7	=	6	3
32	:	3	=	10	2

Reparto proporcional

Es un procedimiento de cálculo que permite repartir una cierta cantidad, en partes proporcionales a otras.

Se dice que el reparto es simple cuando las cantidades repartidas son proporcionales a números simples.

Dependiendo de la relación que exista entre la cantidad a repartir, y las partes proporcionales; el reparto proporcional puede ser:

Reparto proporcional simple directo.

Reparto proporcional simple inverso.

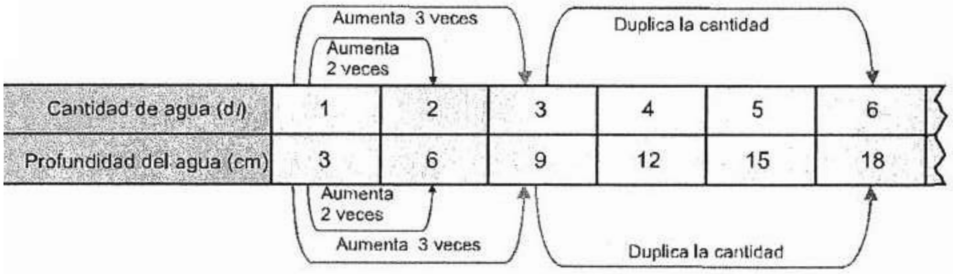
REPARTO PROPORCIONAL SIMPLE DIRECTO

El reparto es directo cuando a mayor sea el número proporcional; más le corresponde al o viceversa.

Repartir el número "N", entre las partes proporcionales: a, b, y c.

$$N \left\{ \begin{array}{l} a \\ b \\ c \end{array} \right.$$

Como ejemplos: compara las medidas de cantidad de agua y profundidad para llenar pilas de agua.



Cantidad de agua (d*l*)	1	2	3	4	5	6
Profundidad del agua (cm)	3	6	9	12	15	18

La cantidad representada en QL y la profundidad representada en cm aumenta en la misma proporción.

Cuando dos cantidades cambian, de tal forma que al aumentar una de ellas por un factor (2, 3,...,) la otra aumenta por el mismo factor; estas son **directamente proporcionales.**

La profundidad del agua en el recipiente es **directamente proporcional** a la cantidad de agua depositada.

Las relaciones entre los números, tienen la siguiente proporción.

$$\square : \triangle = \overset{\text{Tantas veces}}{\square} : \overset{\text{Tantas veces}}{\triangle}$$

En esta tabla siempre se mantiene la equivalencia entre diferentes razones.

1 : 3 = 2 : 6 = 3 : 9 = ...

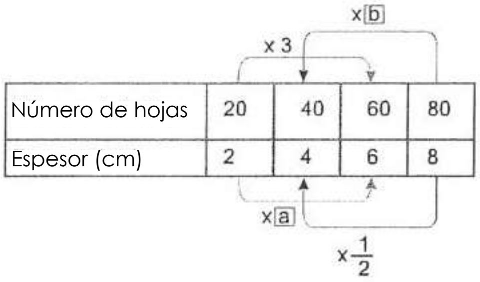
UNIDAD 5

E.T. ARITMÉTICA

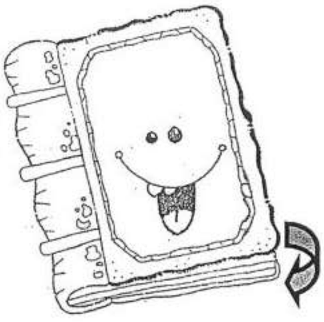
Reparto proporcional

Ejemplo sobre la relación de el número de hojas y el espesor de un libro.

Relación entre el número de hojas y su espesor en cm.



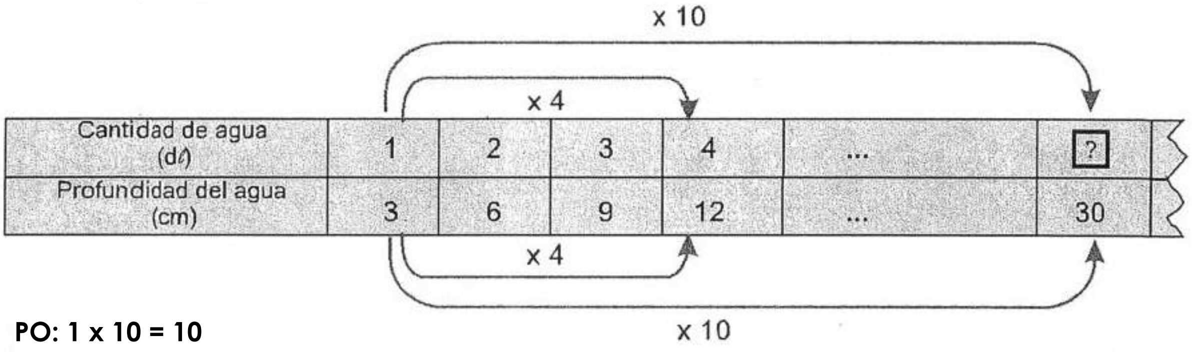
Número de hojas	20	40	60	80
Espesor (cm)	2	4	6	8



Ejercicio:

Si la profundidad aumenta 10 veces, aumenta 10 veces la cantidad de agua.

Las cantidades cambian de tal forma que al aumentar una de ella por un factor, la otra aumenta por el mismo factor.

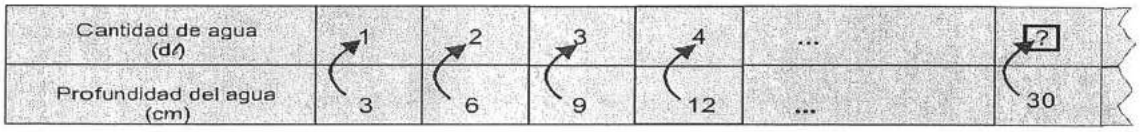


Cantidad de agua (dℓ)	1	2	3	4	...	?
Profundidad del agua (cm)	3	6	9	12	...	30

PO: 1 x 10 = 10
R: 10 d de agua

¿ Qué cantidad de agua necesita para que la profundidad llegue a 30 cm? ________________

La razón entre las dos magnitudes es siempre igual.



Cantidad de agua (dℓ)	1	2	3	4	...	?
Profundidad del agua (cm)	3	6	9	12	...	30

$\frac{3}{1} = 3$ $\frac{6}{2} = 3$ $\frac{9}{3} = 3$ $\frac{12}{4} = 3$ $\frac{30}{\boxed{?}} = 3$

Podernos dividir la profundidad entre el resultado de la razón para encontrar la cantidad de agua:

$\frac{3}{3} = 1$ $\frac{6}{3} = 2$ $\frac{9}{3} = 3$ $\frac{12}{3} = 4$

PO: $\frac{30}{3}$ = 30 + 3 = 10

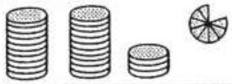
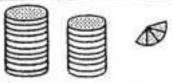
¿ Qué cantidad de agua necesita para que la profundidad llegue a 30 cm?

Números naturales como fracciones

Fracciones y decimales

En esta unidad vas a conocer los **decimales.** En las anteriores aprendiste que las fracciones se emplean para designar los números racionales. Los decimales también se usan para designar los números racionales.

Los ejemplos que aparecen a continuación te muestran cómo se emplean los decimales para representar décimas. La coma se llama **coma decimal.**

Vemos	Pensamos	Escribimos		Décimos
		Al usar quebrados	Al usar decimales	
	2d, 3u y 8 décimas	$23\frac{8}{10}$	23.8	veintitrés y ocho décimas
	1d, 8u y 4 décimas	$18\frac{4}{10}$	18.4	dieciocho y cuatro décimas
	1 y 2 décimas	$1\frac{2}{10}$	1.2	uno y dos décimas
	7 décimas	$\frac{7}{10}$	0.7	siete décimas

EJERCICIOS

Por cada ejercicio debes dar el numeral mixto correcto y el decimal correcto.

1. Para 8 decenas, 3 unidades y 6 décimas, escribimos __ o __.
(Respuesta: $83\frac{6}{10}$, 83,6)
2. Para 1 decena, 2 unidades y 5 décimas, escribimos __ o __.
3. Para 3 decenas, 0 unidades y 7 décimas, escribimos __ o __.
4. Para 9 decenas, 7 unidades y 1 décima, escribimos __ o __.
5. Para 8 decenas, 7 unidades y 3 décimas, escribimos __ o __.
6. Para 1 decena, 4 unidades y 3 décimas, escribimos __ o __.
7. Para 5 decenas, 1 unidad y 8 décimas, escribimos __ o __.
8. Para 6 decenas, 2 unidades y 4 décimas, escribimos __ o __.

UNIDAD 5

E.T. ARITMÉTICA

Números naturales como fracciones

Ya hemos visto que las sumas como $23+\frac{8}{10}$ se escriben en forma más simple colocando una coma decimal después de 23. Convenimos en que el dígito colocado a la derecha de la coma decimal indica el número de décimas. A continuación se indica cómo podemos ampliar nuestro sistema de **valor de posición** para obtener una forma simple de escribir sumas como:

$$9876+\frac{4}{10}+\frac{3}{100}+\frac{2}{1000}.$$

El 4 en el lugar de las **décimas** quiere decir $\frac{4}{10}$.
El 3 en el lugar de las **centésimas** quiere decir $\frac{3}{100}$.
El 2 en el lugar de las **milésimas** quiere decir $\frac{2}{1000}$.

EJERCICIOS

1. Copia el enunciado y escribe la palabra y el número que faltan.

[A] 28.45: El 2 en el lugar de las _?_ significa __.
[B] 28.45: El 4 en el lugar de las _?_ significa __.
[C] 531.64: El 5 en el lugar de las _?_ significa __.
[D] 531.64: El 4 en el lugar de las _?_ significa __.
[E] 2876.354: El 2 en el lugar de las _?_ significa __.
[F] 2876.354: El 4 en el lugar de las _?_ significa __.
[G] 5.04: El 4 en el lugar de las _?_ significa __.
[H] 26.008: El 8 en el lugar de las _?_ significa __.
[I] 0.326: El 2 en el lugar de las _?_ significa __.
[J] 0.605: El 5 en el lugar de las _?_ significa __.

2. Cada _ cubre alguno de los numeradores y denominadores. Copia cada ejercicio y busca los numeradores o denominadores que faltan.

[A] $3.5=3+\frac{5}{\ }$
[B] $64.7=64+\frac{\ }{10}$
[C] $6.29=6+\frac{2}{\ }+\frac{9}{\ }$
[D] $5.08=5+\frac{\ }{10}+\frac{\ }{100}$
[E] $6{,}079=6+\frac{7}{\ }+\frac{9}{\ }$
[F] $0{,}367=\frac{3}{\ }+\frac{6}{\ }+\frac{7}{\ }$

Números naturales como fracciones

Ejercicios con decimales

1. Copia cada ejercicio y busca los numeradores que faltan.

[A] $8.6 = 8\frac{\ }{10}$
[B] $7.9 = 7\frac{\ }{10}$
[C] $0.4 = \frac{\ }{10}$
[D] $0.05 = \frac{\ }{100}$
[E] $20.7 = 20\frac{\ }{10}$
[F] $56.8 = 56\frac{\ }{10}$
[G] $17.6 = 17\frac{\ }{10}$
[H] $156.4 = 156\frac{\ }{10}$
[I] $15.04 = 15\frac{\ }{100}$
[J] $9.07 = 9\frac{\ }{100}$
[K] $1.007 = 1\frac{\ }{1000}$
[L] $0.008 = \frac{\ }{1000}$

2. Escribe cada número racional como en los ejemplos.

(Ejemplo 1: $13{,}28 = 13 + \frac{2}{10} + \frac{8}{100}$)
(Ejemplo 2: $4{,}725 = 4 + \frac{7}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000}$)

[A] 4.62
[B] 7.83
[C] 9.25
[D] 3.14
[E] 8.62
[F] 86.2
[G] 7.32
[H] 73.2
[I] 7.81
[J] 7.812
[K] 7.846
[L] 70.84
[M] 926.4
[N] 92.64
[O] 9.264
[P] 9.064
[Q] 76.8
[R] 7.68
[S] 0.768
[T] 0.076
[U] 43.4
[V] 43.04
[W] 4.304
[X] 4.004

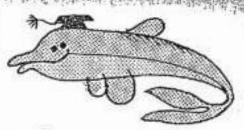
3. Halla el decimal correcto para cada suma.

[A] $7 + \frac{2}{10}$
[B] $7 + \frac{2}{10} + \frac{6}{100}$
[C] $7 + \frac{2}{10} + \frac{6}{100} + \frac{7}{1000}$
[D] $3 + \frac{5}{10}$
[E] $3 + \frac{5}{10} + \frac{1}{100}$
[F] $3 + \frac{5}{10} + \frac{1}{100} + \frac{9}{1000}$
[G] $6 + \frac{7}{10} + \frac{8}{100}$
[H] $6 + \frac{7}{10} + \frac{8}{100} + \frac{1}{1000}$
[I] $8 + \frac{2}{10} + \frac{3}{100} + \frac{6}{1000}$
[J] $8 + \frac{2}{10} + \frac{0}{100} + \frac{6}{1000}$
[K] $8 + \frac{2}{10} + \frac{6}{1000}$
[L] $8 + \frac{0}{10} + \frac{0}{100} + \frac{6}{1000}$
[M] $8 + \frac{6}{1000}$
[N] $9 + \frac{6}{100}$
[O] $7 + \frac{8}{1000}$
[P] $4 + \frac{1}{10} + \frac{5}{1000}$
[Q] $765 + \frac{2}{10}$
[R] $76 + \frac{5}{10} + \frac{2}{100}$
[S] $7 + \frac{6}{10} + \frac{5}{100} + \frac{2}{1000}$
[T] $7 + \frac{5}{100} + \frac{2}{1000}$
[U] $7 + \frac{5}{10} + \frac{2}{1000}$

4. Busca un decimal para cada suma.

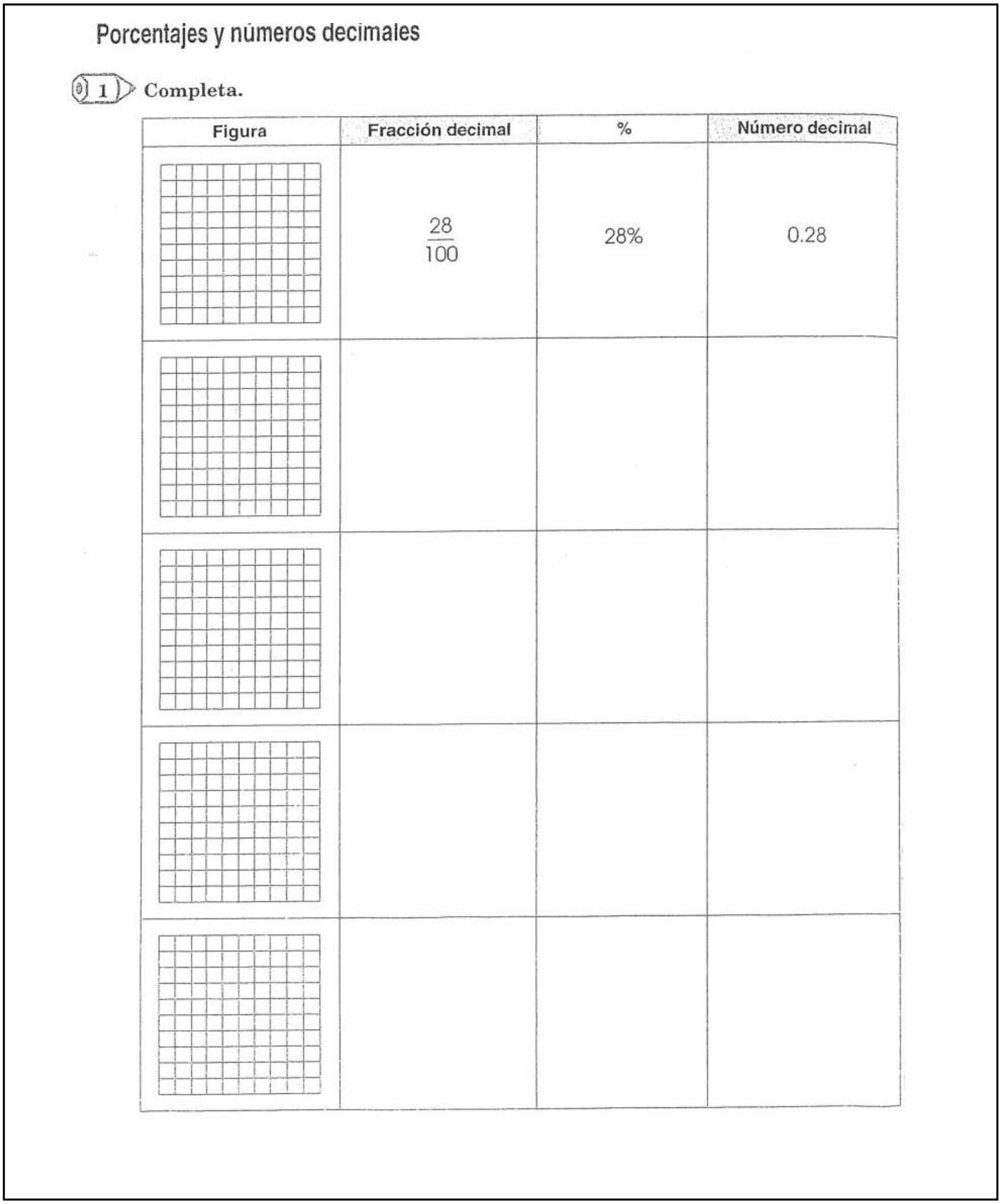
[A] $\frac{2}{10} + \frac{3}{100} + \frac{6}{1000} + \frac{7}{10.000}$
[B] $\frac{5}{10} + \frac{3}{100} + \frac{8}{10.000} + \frac{9}{100.000}$
[C] $100.000 + \frac{1}{100.000}$
[D] $1000 + \frac{1}{1000} + \frac{1}{1.000.000}$

Piensa



Escribe un decimal para $\frac{1}{25}$, y un quebrado para 0,000001.

Números naturales como fracciones



Porcentajes y números decimales

1 **Completa.**

Figura	Fracción decimal	%	Número decimal
	$\frac{28}{100}$	28%	0.28

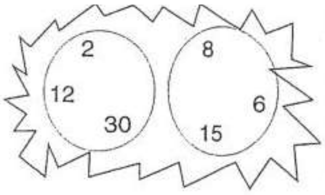
Cálculo mental y estimación de resultados

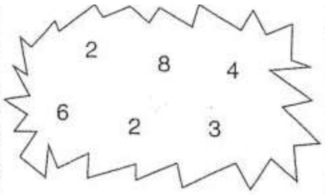
Multiplicación de números naturales

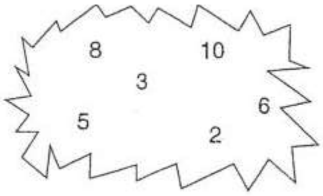
1 **Resuelve y anota la letra de cada multiplicación en el círculo donde aparece su resultado.**

Ⓔ 67982×56	Ⓞ 40756×102	Ⓖ 86372×806	Ⓘ 378904×68	Ⓝ 10586×42
○ 69 615 832	Ⓔ 3 806 992	○ 444 612	○ 25 765 472	○ 4 157 112

2 **Forma dos grupos de tres números cuyo producto sea el mismo.**







2 × 12 × 30 = 720

8 × 6 × 15 = 720

___ × ___ × ___ = 48

___ × ___ × ___ = ___

___ × ___ × ___ = ___

___ × ___ × ___ = ___

3 **Encuentra los números que faltan.**

$$\begin{array}{rrrrr} & & 8 & \square & 5 \\ & & \times & 7 & 9 \\ \hline & \square & 8 & 7 & 5 \\ 6 & 1 & 2 & \square & \\ \hline 6 & 9 & 1 & 2 & 5 \end{array} \qquad \begin{array}{rrrr} & & \square & \square \\ & \times & 4 & 6 \\ \hline & 4 & 9 & 2 \\ 3 & 2 & 8 & \\ \hline 3 & 7 & 7 & 2 \end{array} \qquad \begin{array}{rrrrr} & & 7 & 2 & \square \\ & & \times 1 & 3 & 6 \\ \hline & & 4 & \square & 5 \; 0 \\ & \square & 1 & 7 & 5 \\ 7 & \square & 5 & & \\ \hline 9 & 8 & 6 & 0 & 0 \end{array}$$

4 **Completa la tabla.**

× →	100	10	1 000
45			
1 767			
8 970			
9			

División de números naturales

1 Resuelve las divisiones.

$$75 \overline{)8176} \quad \overset{109}{} \quad 0676 \quad 01$$

109
75 | 8176
0676
01

218 | 30224

302 | 46789

236 | 8793

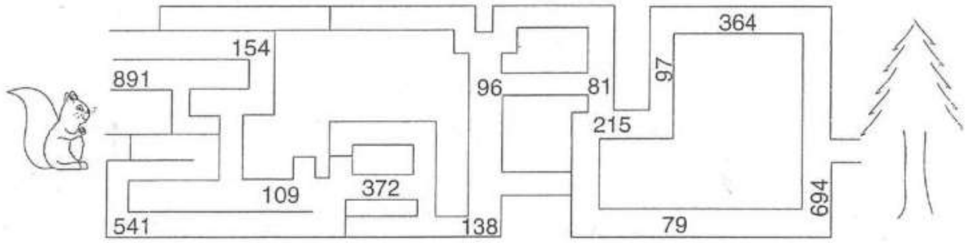
46 | 31960

81 | 7776

89 | 19135

452 | 3570

- Encuentra la salida; une con una línea los cocientes de las divisiones anteriores.



2 Resuelve las divisiones que se indican.

$\frac{4\,364}{136}$

56 783 ÷ 24

Divisor → 561
Dividendo → 7 890

69 689 ÷ 567

Divisor → 74
Dividendo → 9 853

$\frac{15\,647}{139}$

UNIDAD 5

E.T. ARITMÉTICA

Sistema de numeración antigua

Desde los más remotos tiempos el hombre tuvo necesidad de saber **contar**. Aquí vemos a un hombre de las tribus primitivas anotando una cuenta.

LOS NÚMEROS

LA NUMERACIÓN HABLADA Y LA NUMERACIÓN ESCRITA

La idea de **número** está directamente relacionada con la de **contar.**

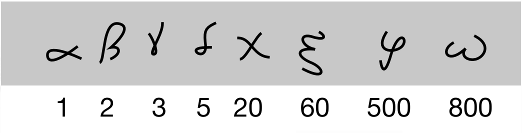
Contar es una operación mental, y la capacidad para hacerla va desarrollándose en todas las personas a medida que crecen. Un niño, desde muy pequeño, distingue si hay **muchas** o **pocas** cosas, **muchos** o **pocos** objetos, pero no sabe contarlos. Luego empieza a percibir que de algunos hay **más,** y de otros **menos**; después observa que un mismo objeto se repite, y desde ese momento principia a contar. Comienza contando objetos que están a su alcance, diciendo, por ejemplo: "Mi mano tiene **cinco** dedos"; "Todos tenemos **dos** brazos"; "Ahí están **tres** señores"; "El salón tiene **cuatro** ventanas", etc. Ya para entonces el niño entiende claramente que el hecho de **contar** tiene como resultado un **número.**

Aprendemos a contar antes de saber escribir; así, nombramos los números antes de escribirlos. Esto indica que hay la **numeración hablada,** la cual empleamos desde nuestros primeros años, y la **numeración escrita,** que nos permite representar los números por medio de signos.

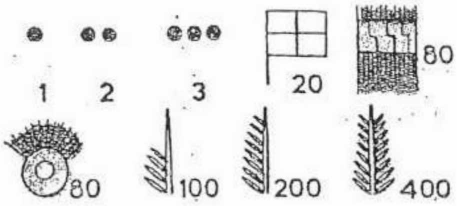
Los **números** surgieron en la vida de la humanidad desde que apareció ésta, o sea, desde el momento en que el hombre pudo distinguir cuántos hijos tenía, cuántas personas conocía, cuántos animales cazaba, cuántos pasos tenía que caminar para encontrar agua, etc. Esto indica que el conocimiento de los números es **indispensable** en todas las actividades humanas.

Sistema de numeración antigua

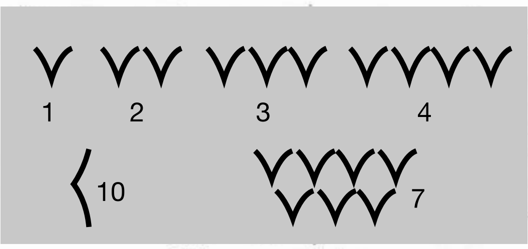
Simultáneamente con los primeros intentos de expresión escrita realizados por el hombre, éste ideó diferentes sistemas de numeración, de los cuales nos da noticia la historia.



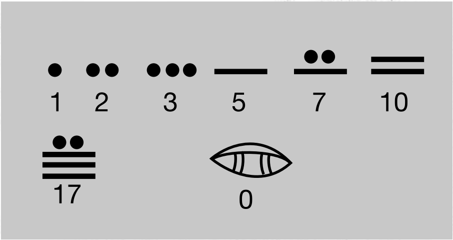
Números griegos



Números aztecas



Números asirios



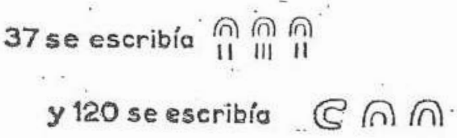
Números mayas

La **numeración** es un modo de expresar los números de acuerdo con un **orden** que la presente en forma exacta, breve y sencilla.

La manera más sencilla de ordenar los números enteros es la de **ir agregando** una unidad a cada número para obtener el que le sigue con mayor valor:

1 $\quad 1 + 1 =$ **2** $\quad 2 + 1 =$ **3** $\quad 3 + 1 =$ **4** $\quad 4 + 1 =$ **5**

Y así sucesivamente. Los números que aquí aparecen más negros son los que forman la serie. Ésta se llama **serie de los números naturales.**



Desde hace unos 2 400 años, muchos pueblos del mundo tenían ya establecido su propio sistema de numeración. Aquí vemos ejemplos tomados del sistema egipcio.

Sistema de numeración antigua

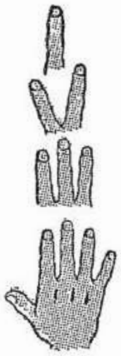
SISTEMAS DE NUMERACIÓN

REFERENCIA HISTÓRICA. NUMERACIÓN ROMANA Y NÚMEROS ORDINALES.

Muchos de los pueblos de los cuales se habla en la lección anterior, estuvieron separados de los demás por miles de kilómetros y no llegaron a relacionarse sino después de transcurridos cientos de años; sin embargo, es curioso comprobar que la mayoría de ellos llegó a tener, como base de su sistema de numeración, el número 10, o sus múltiplos y submúltiplos.

Tal vez el hombre, cuando empezó a contar, lo hizo valiéndose de los **dedos de sus manos;** acaso por ello la base de su sistema fue el 5, por considerar que la cuenta de los dedos de una mano era lo más conveniente; o fue el 10, cuando pensó que la cuenta de los dedos de ambas manos era lo más importante; o bien fue el 20, al contar los dedos de las manos y los de los pies, lo que estimó ser la base más indicada.

En la **numeración romana primitiva** se observa lo siguiente:



un dedo significaba **uno** (después se transformó en el signo **I**).

dos dedos indicaban **dos** (con el tiempo se convirtió en **II**).

tres dedos significaban **tres** (más tarde se convirtió en **III**).

la mano indicaba **cinco** (posteriormente se transformó en **V**).

Siglos antes de la era cristiana, fueron **nueve** los signos que usaron los romanos para formar todos los números. Los signos eran:

I........	1	V........	5	C........	100
II........	2	X........	10	D........	500
III........	3	L........	50	M........	1,000

Sistema de numeración antigua

Las reglas para la formación de los **números romanos** son sencillas:

1. Las unidades simples, **I, II** y **III**, pueden colocarse después de los signos **V, X, L, C, D** y **M**; y cada uno de éstos puede colocarse después de otro de igual o mayor valor y sumarlos; así:

VI = V + I (6) XIII = X + III (13) LII = L + II (52)

2. Si los números I, X y C preceden a otro **inmediato de valor superior**, indican que deben restarse de éste; por ejemplo:

IX = X — I (9) XL = L — X (40) CD = D — C (400)

XLIX = L — X + IX (49)

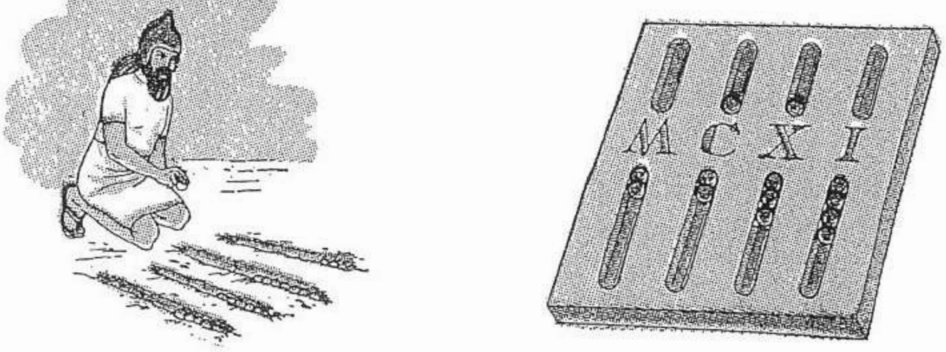
3. Los signos I, X, C y M sólo pueden emplearse tres veces consecutivas; por ejemplo:

3 es **III**, 30 es **XXX**, 300 es **CCC**.

De ahí que para escribir 4, 40 y 400, lo hagamos restando lo necesario de la unidad **mayor** más cercana:

4 es **IV**, 40 es **XL**, 400 es **CD**.

4. Los signos V, L y D nunca se anteponen. Tampoco se repiten, ya que **X** está en lugar de VV, **C** en lugar de LL, y **M** en vez de DD.



ÁBACO ASIRIO

ÁBACO ROMANO

Los romanos, para hacer cálculos rápidos, empleaban el **ábaco romano**, que tuvo su origen en el **ábaco asirio**. En el romano, las bolitas de arriba equivalen a 5 de las de abajo. En el ábaco asirio leemos 5,673 y, en el romano, 2,784.

UNIDAD 5

E.T. ARITMÉTICA

Sistema de numeración antigua

El uso de los números romanos ha perdurado a través, de los siglos. Actualmente los empleamos para numerar los volúmenes de una colección de libros y los capítulos de los mismos; para marcar las horas en muchos relojes; para indicar siglos. Acompañan a los nombres de los papas y de los reyes. Los usamos, principalmente para representar los números que fijan un orden.

REGLAS PARA ESCRIBIR NÚMEROS ROMANOS. Los antiguos romanos utilizaban siete letras mayúsculas para escribir los números. Estas letras son:
I - V- X - L - C - D - M y sus valores:
1- 5- 10 - 50 - 100 - 500 - 1,000, respectivamente.

Hoy en día, los números romanos se utilizan para nombrar los siglos, para algunos relojes y para numerar los capítulos y los tomos de las enciclopedias. Por ejemplo: el capítulo IX del tomo XXVI de la enciclopedia de Ciencias Naturales.

Las reglas que debes seguir para escribir los números romanos son las siguientes:

1ª) REGLA DE LA REPETICIÓN. A) Las letras I, X, C y M se pueden repetir dos o tres veces. Cuando van juntas se suman sus valores. Ejemplos: III= 3; XX = 20; CCC = 300; MM = 2,000. B) Las letras V, L, D no se pueden repetir, por lo cual sería incorrecto escribir: VV = 10; LL = 100; DD = 1,000.

2ª) REGLA DE LA SUMA. Si escribes una letra a la derecha de otra, que sea de igual o menor valor que ella, se suman los valores de ambas. Ejemplos: VI = 5 + 1 = 6; LX = 50 + 10 = 60; DCC = 500 + 100 + 100 = 700.

3º) REGLA DE LA RESTA. A) Si escribes una letra a la izquierda de otra de más valor, se restan sus valores. Ejemplos: IX = 10 - 1 = 9; XL = 50 - 10 = 40; CM = 1,000 - 100 = 900. B) Las letras I, X y C. -La letra I sólo se puede escribir delante de V, X. IV = 4; IX = 9 - La letra X sólo se puede escribir delante de L, C. XL = 50 - 10 = 40; XC = 100 - 10 = 90. La letra C sólo se puede escribir delante de D, M. CD = 500 - 100 = 400; CM = 1,000 - 100 = 900.

4º) REGLA DE LA MULTIPLICACIÓN. Una raya horizontal colocada encima de una letra o grupo de letras multiplica su valor por 1,000. V= 5 x 1,000 = 5,000; L= 50 x 1,000 = 50,000.

UNIDAD 5

E.T. ÁLGEBRA

Igualdad y ecuaciones

¿Qué son las igualdades?

Pedro y Verónica fueron al mercado a comprar fruta. Al momento de pagar, ellos pensaron cómo hacerlo, ya que podían pagar la fruta que están comprando de dos formas distintas:

10 + 10 + 5 + 2 = 27

20 + 6 + 1 = 27

Por tanto, esas dos operaciones se pueden escribir colocando el signo igual entre ellas:

10 + 10 + 5 + 2 = 20 + 6 + 1

Decimos que esta es una igualdad numérica.

En toda igualdad, la expresión que se encuentra a la izquierda del igual se llama primer miembro. La que se encuentra a la derecha se llama segundo miembro.

Por tanto, en nuestra igualdad:

$$\overbrace{10 + 10 + 5 + 2}^{\text{Primer miembro}} = \overbrace{20 + 6 + 1}^{\text{Segundo miembro}}$$

Cada miembro de una igualdad está formado por uno o más términos: 10, 20 y 6 son algunos de los términos de esta igualdad.

Una igualdad numérica es una relación entre dos expresiones numéricas que dan el mismo resultado.

UNIDAD 5

E.T. ÁLGEBRA

Igualdad y ecuaciones

Ecuaciones: ideas básicas

Utilizamos ecuaciones cuando tratamos de averiguar una cierta cantidad, desconocida, pero de la que sabemos que cumple cierta condición.

La cantidad desconocida se llama incógnita y se representa por "x" (o cualquier otra letra) y la condición que cumple se escribe como una igualdad algebraica a la que llamamos ecuación.

Resolver una ecuación es encontrar el o los valores de la o las incógnitas con los que se cumple la igualdad.

Una ecuación es una igualdad que contiene letras cuyo valor desconocemos. Esas letras se llaman incógnitas.

La solución de una ecuación es el valor que ha de tomar la incógnita para que se verifique la igualdad numérica.

Resolver una ecuación es hallar su solución.

Ejemplos:

$a + 7 = 10$

¿Cuál es el valor de "a"?

El valor de la letra a es la resta de 10 menos 7= 3.

¿Por qué?

$7 + 3 = 10$

Resuelve los siguientes ejercicios

A) $3 + b = 9$

B) $5 + a + a = 25$

C) $7 + b = 11$

D) $4 + 7 + b = 12$

E) $4+5+b= 16$

E) $5+ 12 + a = 26$

Encuentra los números en las ecuaciones de igualdad:

Ejemplo:

$2 + B = 5 + 2$ b= $\underline{7}$

A) $5 + 4 + a = 5 + 5$ a=__________

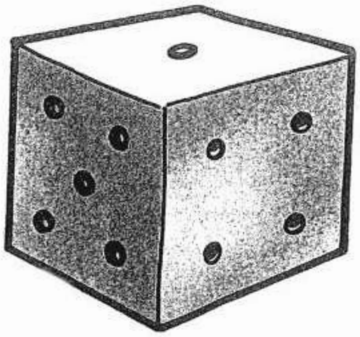
B) $3 + 7 + 9 + c = 9 + 5 + 5$ C=__________

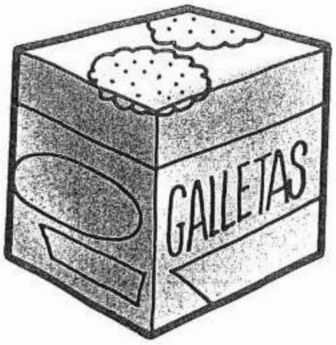
C) $12 + 30 + 51 + a = 13 + 15 + 10 + 25 + 32$ a=__________

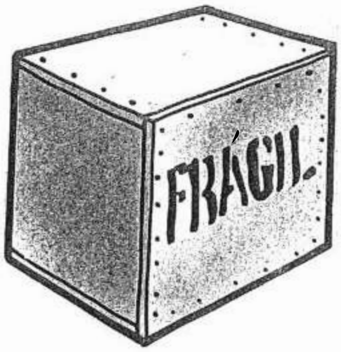
UNIDAD 5

E.T. GEOMETRÍA

Área y volumen de prismas y cilindros





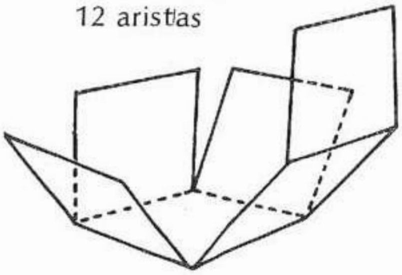


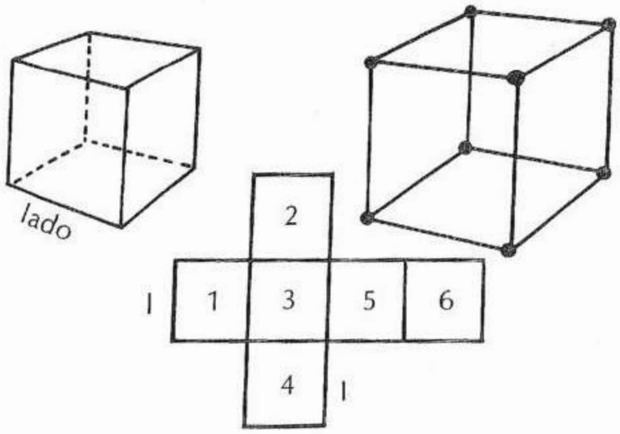
El dado, la caja de galletas y el cajón tienen forma de hexaedro o cubo.

El cubo es un poliedro regular que tiene 6 caras iguales que son cuadrados.

Observa el cubo y verás que tiene:

6 caras
8 vértices
12 aristas





Puedes ver que en el cubo también se cumple la relación de Euler:

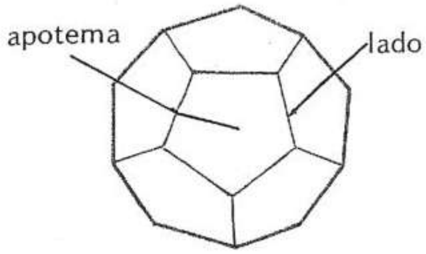
$$\text{CARAS} + \text{VÉRTICES} = \text{ARISTAS} + 2$$
$$6 + 8 = 12 + 2$$

Para obtener el área total del hexaedro debes tener en cuenta que está formado por ______ cuadrados.

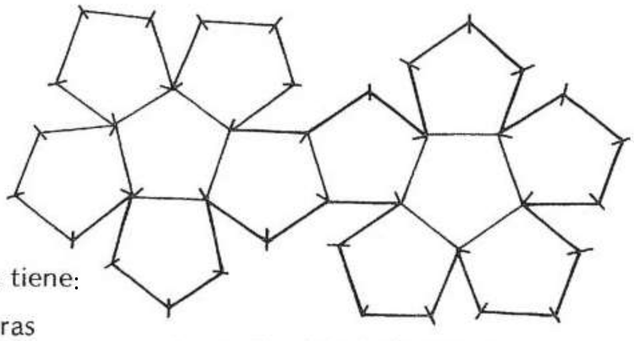
Si la fórmula para obtener el área de un cuadrado es l^2 y el hexaedro tiene 6 cuadrados, la fórmula para obtener la superficie del mismo será $6\ l^2$.

El área total de un hexaedro se obtiene con la fórmula $6\ l^2$

Dodecaedro



El dodecaedro es un poliedro regular que tiene 12 caras que son pentágonos regulares iguales.



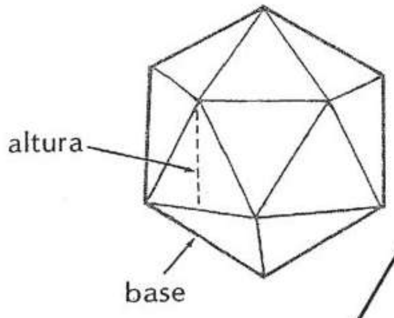
Si lo analizas, podrás observar que tiene:

12 caras
30 vértices
30 aristas

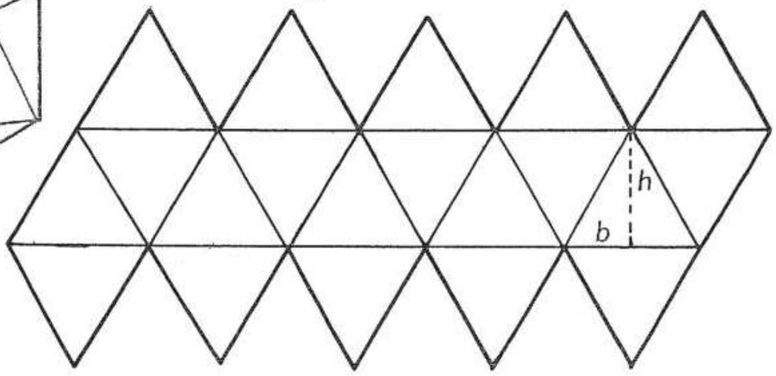
Desarrollo del dodecaedro.

Para encontrar su área total se aplica la fórmula $12(\frac{p\ a}{2}) = 6(p\ a)$.

Icosaedro



El icosaedro es un poliedro regular que tiene 20 caras que son triángulos equiláteros iguales.



En este caso, también puedes ver que tiene:

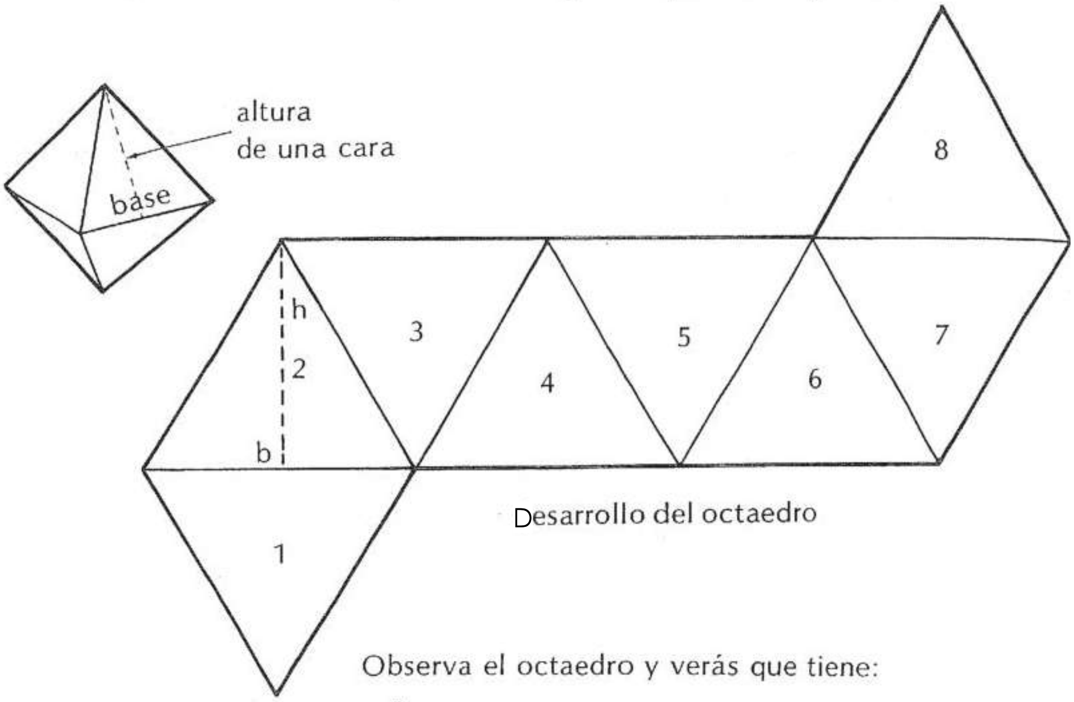
20 caras
12 vértices
30 aristas

Desarrollo del icosaedro.

Para encontrar su área total se aplica la fórmula $20\ (\frac{b\ h}{2}) = 10\ (b\ h)$.

Octaedro regular

El octaedro regular tiene 8 caras que son triángulos equiláteros iguales.



Desarrollo del octaedro

Observa el octaedro y verás que tiene:

8 caras
6 vértices
12 aristas

Puedes observar que en el octaedro también se cumple la relación de Euler:

CARAS + VÉRTICES = ARISTAS + 2
8 + 6 = 12 + 2

Para obtener el área total de un octaedro debes observar qué forma tienen sus caras.

El octaedro está formado por ______ triángulos.

Si la fórmula para obtener la superficie o área de un triángulo es $\frac{b\,h}{2}$ y el octaedro tiene 8 triángulos, la fórmula para obtener la superficie total del mismo será $8(\frac{b\,h}{2})$.

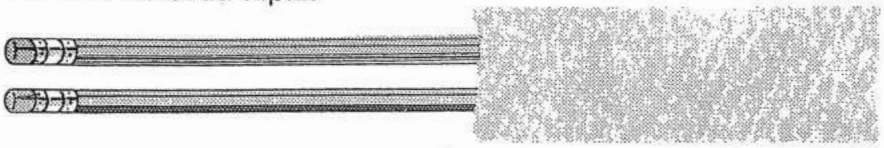
El área total del octaedro se obtiene con la fórmula $8(\frac{b\,h}{2}) = 4\,b\,h$.

Segmentos congruentes

Segmentos congruentes

EJERCICIOS DE DISCUSIÓN

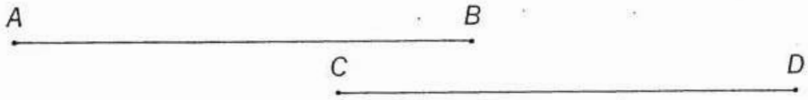
1. Imagínate que tienes un lápiz rojo y uno gris y apenas puedes ver un extremo de cada lápiz.



[A] ¿Qué puedes decir de los lápices si alguien afirma que el lápiz rojo **no** es más corto que el gris?

[B] ¿Qué puedes decir de los lápices si alguien afirma que ninguno de los dos es más corto que el otro?

2. Imagínate que tienes dos segmentos *AB* y *CD*.



[A] ¿Qué puedes decir si alguien te dice que $\overleftrightarrow{AB}$ no es más largo que $\overleftrightarrow{CD}$?

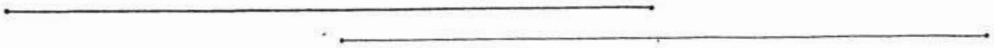
[B] Si ninguno de los dos segmentos es más largo que el otro, podrías afirmar que los extremos de $\overleftrightarrow{AB}$ distan lo mismo que los de $\overleftrightarrow{CD}$?

Dos segmentos son congruentes entre sí, si sus extremos se hallan a la misma distancia.

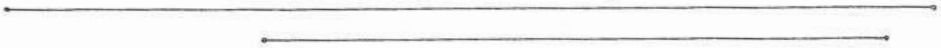
EJERCICIOS

En cada ejercicio, traza uno de los segmentos en una hoja delgada de papel. Coloca este dibujo sobre el otro segmento, y luego di si los dos segmentos son o no congruentes.

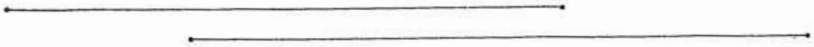
1.



2.

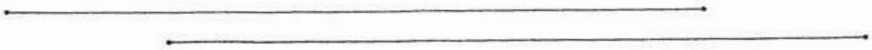


3.



4.

5.



UNIDAD 5

E.T. GEOMETRÍA

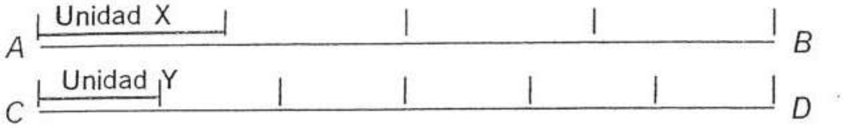
Longitud

Longitud

Para hallar la longitud de un segmento (u objeto) contamos el número de segmentos unitarios que se necesitan para "cubrir" el segmento.

EJERCICIOS DE DISCUSIÓN

1. [**A**] Empleando la unidad X, ¿cuál es la longitud del segmento *AB*?
[**B**] Empleando la unidad Y, ¿cuál es la longitud del segmento *CD*?



2. Los segmentos *AB* y *CD* son congruentes.

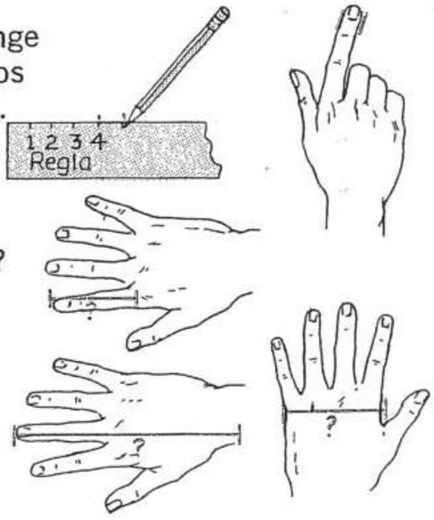
[**A**] Explica por qué para expresar la longitud de $\overleftrightarrow{CD}$ encontraste un número mayor que para expresar la longitud de $\overleftrightarrow{AB}$.

[**B**] Si empleas la unidad Y, ¿cuál es la longitud de $\overleftrightarrow{AB}$?

La longitud de un objeto depende del segmento que se use para medir dicho objeto. Los siguientes ejercicios muestran cómo hallamos la longitud, empleando segmentos unitarios de varios tamaños.

EJERCICIOS

1. Marca un segmento del tamaño de la falange de tu dedo índice, repitiéndolo por lo menos 16 veces en el borde de una hoja de papel. Utilízalo como regla para completar los ejercicios 1**A** a 1**E**. Aproxima tus mediciones a la siguiente unidad.

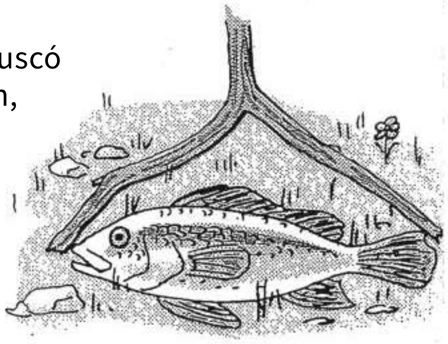


[**A**] ¿Cuál es la longitud de tu dedo índice?
[**B**] ¿Cuáles son la longitud y el ancho de tu libro de matemáticas?
[**C**] ¿Cuál es la longitud de tu regla?
[**D**] ¿Cuál es la longitud de tu lápiz?

[**E**] Mide en tu mano la distancia que se indica en la figura.
[**F**] Marca medias unidades en la regla que hiciste. Mide en tu mano, aproximando a la media unidad, las distancias que se indican en la ilustración. ¿Cuál de las distancias es mayor?

Segmentos congruentes y longitud

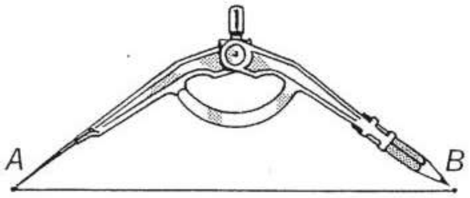
Hace muchos años un viejo pescador capturó un enorme pez. Era tan grande que quiso contárselo a tod.o el mundo’ y buscó una vara, como se muestra en la ilustración, para medirlo antes de comerlo.



Más tarde, un amigo del pescador cogió también un pez y alardeaba de que era exactamente del mismo largo que el de aquél. ¿Cómo pudo éste demostrarle que éstaba equivocado (o que tenía razón)?

EJERCICIOS DE DISCUSIÓN

1. Explica cómo puedes utilizar el compás para comprobar si los dos segmentos son o no congruentes.



2. Explica cómo puedes usar el compás y señalar un punto *S* en el rayo, para que los segmentos *RS* y *AB* del ejercicio 1 sean congruentes.

> Si $\overleftrightarrow{AB}$ es congruente con $\overleftrightarrow{CD}$, escribimos $\overleftrightarrow{AB} \cong \overleftrightarrow{CD}$.
> Si $\overleftrightarrow{AB}$ es congruente con $\overleftrightarrow{RS}$, escribimos $\overleftrightarrow{AB} \cong \overleftrightarrow{RS}$.

EJERCICIOS

1. Utiliza el compás para dibujar un segmento que sea congruente con el segmento dado.

[A] ______________________________ [B] ________________

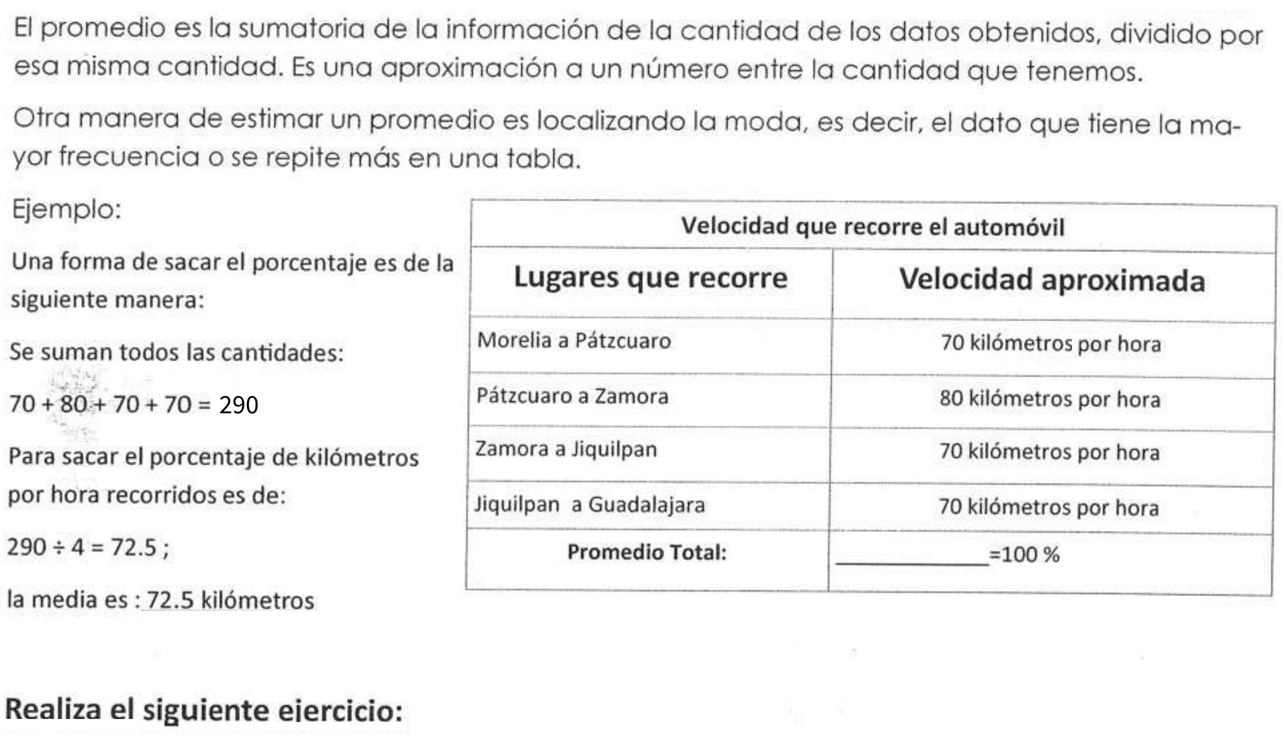
[C] ____________________ [D] ____________________________

2. Dibuja un segmento. Márcalo con *XY*. Luego, dibuja otro segmento *PQ* de modo que $\overleftrightarrow{XY} \cong \overleftrightarrow{PQ}$.

UNIDAD 5

E.T. ARITMÉTICA

Promedio



El promedio es la sumatoria de la información de la cantidad de los datos obtenidos, dividido por esa misma cantidad. Es una aproximación a un número entre la cantidad que tenemos.

Otra manera de estimar un promedio es localizando la moda, es decir, el dato que tiene la mayor frecuencia o se repite más en una tabla.

Ejemplo:

Una forma de sacar el porcentaje es de la siguiente manera:

Se suman todos las cantidades:

70 + 80 + 70 + 70 = 290

Para sacar el porcentaje de kilómetros por hora recorridos es de:

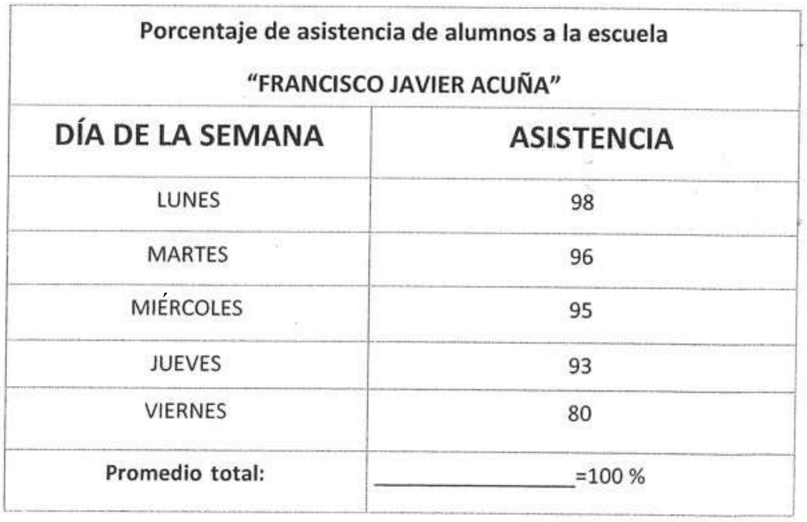
290 ÷ 4 = 72.5 ;

la media es : 72.5 kilómetros

Velocidad que recorre el automóvil	
Lugares que recorre	**Velocidad aproximada**
Morelia a Pátzcuaro	70 kilómetros por hora
Pátzcuaro a Zamora	80 kilómetros por hora
Zamora a Jiquilpan	70 kilómetros por hora
Jiquilpan a Guadalajara	70 kilómetros por hora
Promedio Total:	____________=100 %

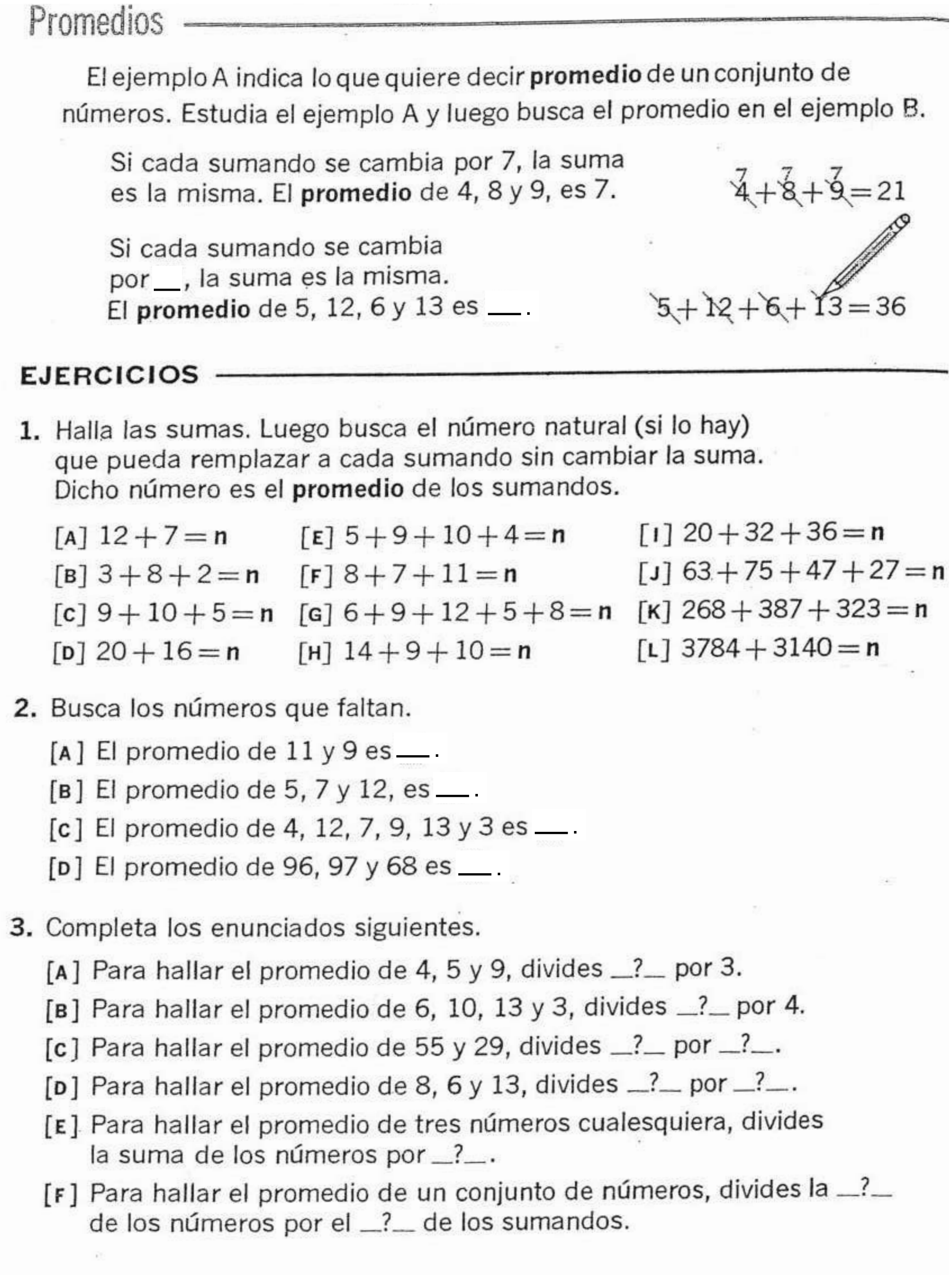
Realiza el siguiente ejercicio:

En la escuela "Francisco Javier Acuña" hay en existencia 100 niños, ¿Cuál es el promedio de asistencia?



Porcentaje de asistencia de alumnos a la escuela "FRANCISCO JAVIER ACUÑA"	
DÍA DE LA SEMANA	**ASISTENCIA**
LUNES	98
MARTES	96
MIÉRCOLES	95
JUEVES	93
VIERNES	80
Promedio total:	________________=100 %

Promedio



Promedios

El ejemplo A indica lo que quiere decir **promedio** de un conjunto de números. Estudia el ejemplo A y luego busca el promedio en el ejemplo B.

Si cada sumando se cambia por 7, la suma es la misma. El **promedio** de 4, 8 y 9, es 7.

$\overset{7}{\cancel{4}}+\overset{7}{\cancel{8}}+\overset{7}{\cancel{9}}=21$

Si cada sumando se cambia por ___, la suma es la misma. El **promedio** de 5, 12, 6 y 13 es ___.

$\cancel{5}+\cancel{12}+\cancel{6}+\cancel{13}=36$

EJERCICIOS

1. Halla las sumas. Luego busca el número natural (si lo hay) que pueda remplazar a cada sumando sin cambiar la suma. Dicho número es el **promedio** de los sumandos.

[A] $12+7=\mathbf{n}$
[B] $3+8+2=\mathbf{n}$
[C] $9+10+5=\mathbf{n}$
[D] $20+16=\mathbf{n}$
[E] $5+9+10+4=\mathbf{n}$
[F] $8+7+11=\mathbf{n}$
[G] $6+9+12+5+8=\mathbf{n}$
[H] $14+9+10=\mathbf{n}$
[I] $20+32+36=\mathbf{n}$
[J] $63+75+47+27=\mathbf{n}$
[K] $268+387+323=\mathbf{n}$
[L] $3784+3140=\mathbf{n}$

2. Busca los números que faltan.

[A] El promedio de 11 y 9 es ___.
[B] El promedio de 5, 7 y 12, es ___.
[C] El promedio de 4, 12, 7, 9, 13 y 3 es ___.
[D] El promedio de 96, 97 y 68 es ___.

3. Completa los enunciados siguientes.

[A] Para hallar el promedio de 4, 5 y 9, divides _?_ por 3.
[B] Para hallar el promedio de 6, 10, 13 y 3, divides _?_ por 4.
[C] Para hallar el promedio de 55 y 29, divides _?_ por _?_.
[D] Para hallar el promedio de 8, 6 y 13, divides _?_ por _?_.
[E] Para hallar el promedio de tres números cualesquiera, divides la suma de los números por _?_.
[F] Para hallar el promedio de un conjunto de números, divides la _?_ de los números por el _?_ de los sumandos.

UNIDAD 6

LA CULTURA E IDENTIDAD
EN EL ESTADO

UNIDAD 6

Palabras y conceptos

EJE TEMÁTICO	PALABRAS CLAVE	CONCEPTO
LÓGICA Y CONJUNTOS	• Particiones • Notación • Razón • Inteligencia • Dialéctica	**Notación:** Sistema de signos convencionales que se utiliza en una disciplina determinada para representar ciertos conceptos, principalmente en música y en matemáticas. **Dialéctica:** Es el nombre que recibe aquella parte de la filosofía que se ocupa del razonamiento y de las leyes de éste, las formas y las maneras de expresarse.
ARITMÉTICA	• Numerador • Denominador • Convención • Partitivo • Recíproco	**Numerador:** Número que, en una fracción, indica las partes iguales de la unidad que contiene esa fracción, "en la fracción 3/2, 3 es el numerador y 2, el denominador". **Recíproco:** Que se da o se dirige a otro y que a su vez se recibe de este en la misma medida, "existía un respeto recíproco entre los líderes políticos". Sinónimos: mutual, mutuo.
GEOMETRÍA	• Curva plana • Curva diferenciable • Equiángulo • Regular • Deducir	**Curva:** Línea cuyos puntos sucesivos cambian continuamente de dirección sin formar ángulo. **Equiángulo:** Figura, cuerpo geométrico. Que tiene todos los ángulos iguales, triángulo equiángulo: pirámide equiángula.
ÁLGEBRA	• Factores • Agrupación • Distributiva • Trinomio • Letras	**Factores:** Números que se multiplican para obtener otro número. **Trinomio:** Un polinomio con tres términos.
MEDICIÓN	• Luxómetro • Velocímetro • Decagramo • Marco • Rublo	**Luxómetro:** Un luxómetro es un instrumento de medición que permite medir simple y rápidamente la iluminancia real y no subjetiva de un ambiente. La unidad de medida es lux. **Velocímetro:** Contador que registra la velocidad a la que circula un vehículo, "el velocímetro marcaba 70 kilómetros por hora".
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA	• Operaciones • Consultoría • Educación • Enseñanza • Formación	**Operaciones:** Conjunto de reglas que permiten, partiendo de una o varias cantidades o expresiones, llamadas datos, obtener otras cantidades o expresiones llamadas resultados. **Educación:** Instrucción por medio de la acción docente a través de un conjunto de disciplinas encaminadas a lograr el desarrollo integral.

Clases de juicios por la cantidad y cualidad

Así como el concepto exhibe como sus caracteres contradictorios esenciales al contenido y a la extensión, los juicios muestran entre sus propiedades dialécticamente contradictorias a la cualidad y a la cantidad. Por tanto, todo juicio posee cantidad y cualidad, que deben tomarse en cuenta al realizar operaciones lógicas con ellos y por medio de ellos, o sea, al ejecutar el acto del pensar lógico que es por medio de conceptos y por medio de juicios (así como también por medio de inferencias), la toma en consideración en los juicios, la calidad y la cantidad como aspectos formalmente esenciales, resulta la clasificación de ellos por medio de la cantidad y la cualidad combinadas que podemos simplificar, reduciéndola a las seis clases siguientes:

1. Singular afirmativo.
2. Singular negativo.
3. Particular afirmativo.
4. Particular negativo.
5. Universal afirmativo.
6. Universal negativo.

Estas seis clases de juicios, por la cantidad y la cualidad combinadas, son reducidas únicamente a 4 por los lógicos formales.

En la mayoría de las operaciones lógicas se consideran las siguientes cuatro clases de juicios por cantidad y cualidad combinadas:

a) Universal afirmativo simbolizado por la "A".

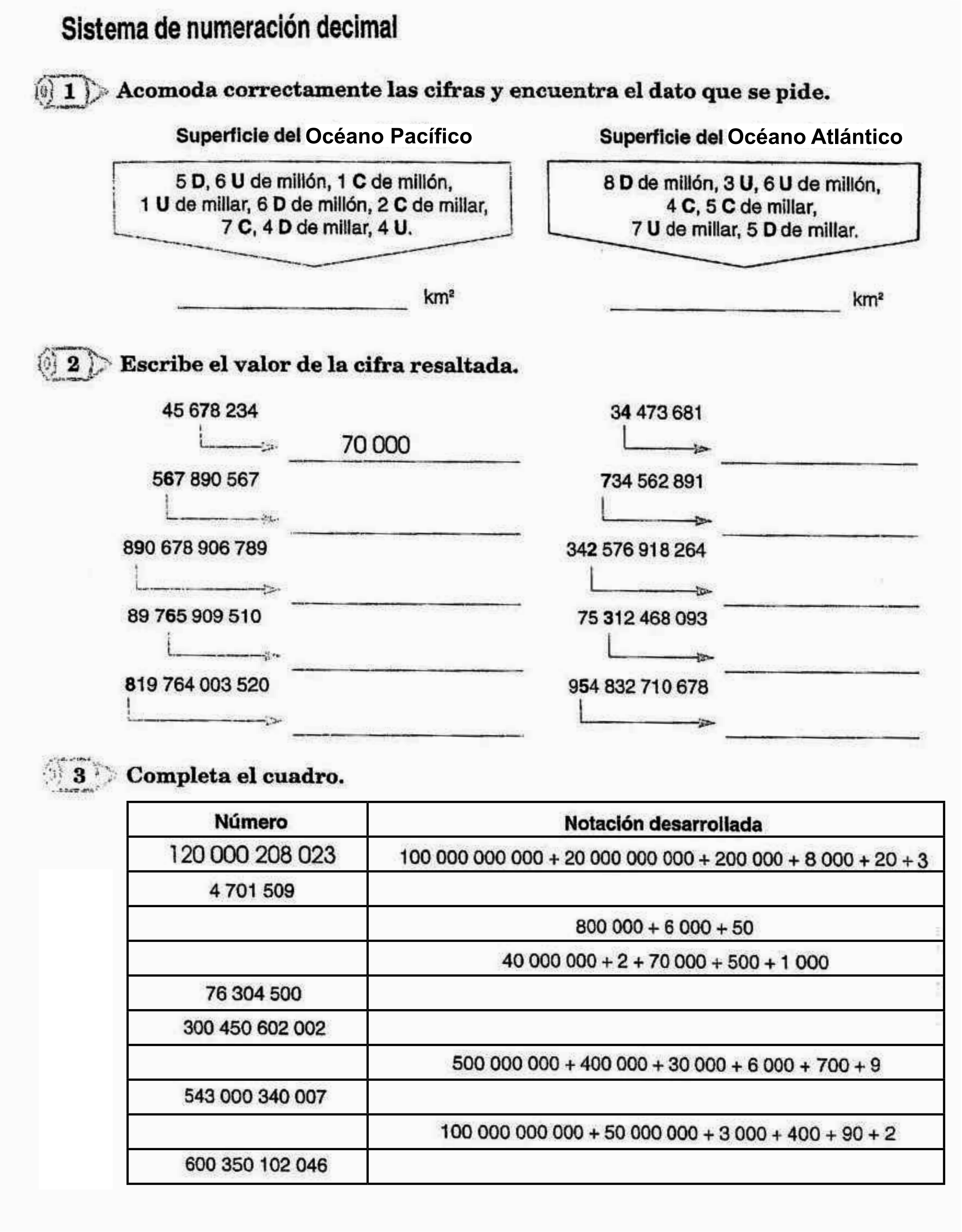
b) Universal negativo simbolizado por la "e".

c) Particular afirmativo simbolizado por la "I".

d) Particular negativo con símbolo "o".

Este simbolismo tiene su origen en las palabras latinas: "affirmo" y "nego", correspondientes a las primeras vocales representar a los juicios universales; y a las segundas vocales, los juicios particulares, por una parte; y por otra, a las vocales de la palabra "affirmo" los juicios afirmativos y a las vocales de la palabra "nego" los juicios negativos.

Representación de números hasta unidad de millón



Sistema de numeración decimal

1 **Acomoda correctamente las cifras y encuentra el dato que se pide.**

Superficie del Océano Pacífico

5 **D**, 6 **U** de millón, 1 **C** de millón,
1 **U** de millar, 6 **D** de millón, 2 **C** de millar,
7 **C**, 4 **D** de millar, 4 **U**.

________________ km²

Superficie del Océano Atlántico

8 **D** de millón, 3 **U**, 6 **U** de millón,
4 **C**, 5 **C** de millar,
7 **U** de millar, 5 **D** de millar.

________________ km²

2 **Escribe el valor de la cifra resaltada.**

45 678 234 → 70 000

5**6**7 890 567 → __________

890 678 906 789 → __________

89 **7**65 909 510 → __________

819 764 003 520 → __________

3**4** 473 681 → __________

734 562 891 → __________

34**2** 576 918 264 → __________

75 **3**12 468 093 → __________

9**5**4 832 710 678 → __________

3 **Completa el cuadro.**

Número	Notación desarrollada
120 000 208 023	100 000 000 000 + 20 000 000 000 + 200 000 + 8 000 + 20 + 3
4 701 509	
	800 000 + 6 000 + 50
	40 000 000 + 2 + 70 000 + 500 + 1 000
76 304 500	
300 450 602 002	
	500 000 000 + 400 000 + 30 000 + 6 000 + 700 + 9
543 000 340 007	
	100 000 000 000 + 50 000 000 + 3 000 + 400 + 90 + 2
600 350 102 046	

Representación de números hasta unidad de millón

Orden y series

1 **Escribe el antecesor (←) y el sucesor (→) de cada número.**

	107 019	300 000	468 099	5 999 999
←	107 018			
→	107 020			

2 **Observa el cuadro y contesta las preguntas.**

País	México	Mongolia	EUA	Canadá	Libia
Extensión en km²	1 967 183	1 566 500	9 373 000	9 970 610	1 759 540

¿Qué país tiene mayor extensión territorial? _____

¿Qué país tiene menor extensión territorial? _____

¿Qué países tienen mayor extensión que México? _____

_____

¿Qué países tienen menor extensión que México? _____

_____

Ordena los números del cuadro anterior de menor a mayor.

☐ < 1 759 540 < ☐ < ☐ < ☐

3 **Anota >, < o = según corresponde.**

5 761 ☐ > 5 751

678 432 ☐ 536 124

40 000 ☐ 390 000

33 333 ☐ 55 555

4 102 005 ☐ 4 102 306

1 364 670 ☐ 4 368 890

4 **Escribe los siguientes números de menor a mayor.**

9 675 9 395 9 780

_____ < _____ < _____

16 309 15 702 16 702

_____ < _____ < _____

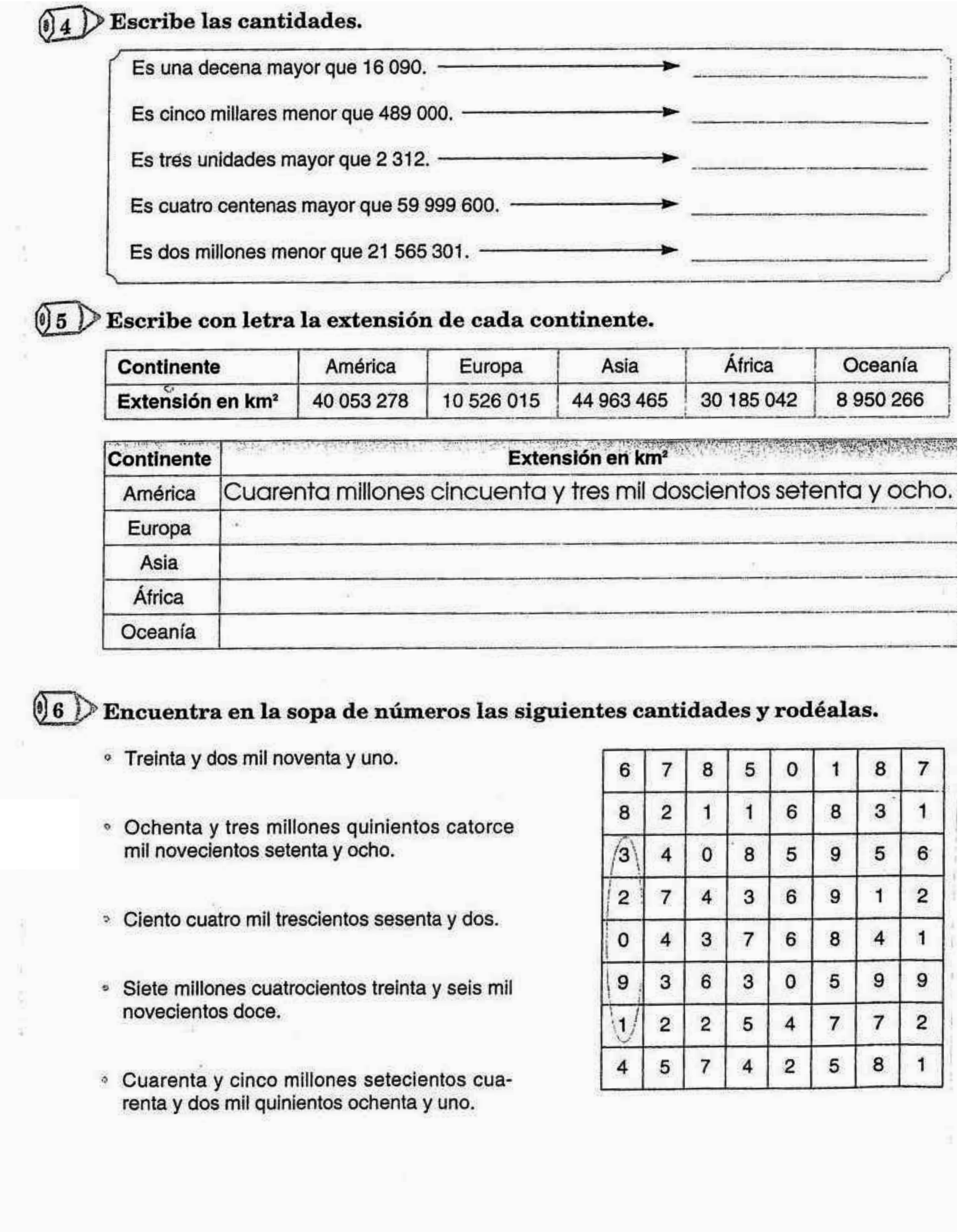
150 342 150 467 105 984

_____ < _____ < _____

235 468 245 683 265 834

_____ < _____ < _____

Representación de números hasta unidad de millón



4 Escribe las cantidades.

Es una decena mayor que 16 090. → ______

Es cinco millares menor que 489 000. → ______

Es tres unidades mayor que 2 312. → ______

Es cuatro centenas mayor que 59 999 600. → ______

Es dos millones menor que 21 565 301. → ______

5 Escribe con letra la extensión de cada continente.

Continente	América	Europa	Asia	África	Oceanía
Extensión en km²	40 053 278	10 526 015	44 963 465	30 185 042	8 950 266

Continente	Extensión en km²
América	Cuarenta millones cincuenta y tres mil doscientos setenta y ocho.
Europa	
Asia	
África	
Oceanía	

6 Encuentra en la sopa de números las siguientes cantidades y rodéalas.

- Treinta y dos mil noventa y uno.
- Ochenta y tres millones quinientos catorce mil novecientos setenta y ocho.
- Ciento cuatro mil trescientos sesenta y dos.
- Siete millones cuatrocientos treinta y seis mil novecientos doce.
- Cuarenta y cinco millones setecientos cuarenta y dos mil quinientos ochenta y uno.

6	7	8	5	0	1	8	7
8	2	1	1	6	8	3	1
3	4	0	8	5	9	5	6
2	7	4	3	6	9	1	2
0	4	3	7	6	8	4	1
9	3	6	3	0	5	9	9
1	2	2	5	4	7	7	2
4	5	7	4	2	5	8	1

UNIDAD 6

E.T. ARITMÉTICA

Porcentaje

Porcentaje. Fracción de una cantidad que se toma por cada cien contenida en ella y que se denota con el símbolo %. Es decir, un porcentaje es una proporción que compara un número con el cien. Por ejemplo, el 10% de 500 es 50, porque de cada cien de los 500 tomamos 10, como hay 5 grupos de cien, obtenemos:

5 x 10 =50.

Para sacar un porcentaje de algún número se multiplica el por ciento que se quiere sacar agregándose punto decimal.

La Escuela Integral "Justo Sierra" de Chamacuero, Municipio de Puruándiro, al sembrar su parcela escolar destinó el 15% para ahí poner hortalizas para el comedor comunitario, en el resto de la parcela pondrán maíz

PARCELA ESCOLAR

Si tienen una superficie de 12, 000 mts, ¿qué cantidad de metros se quedará con maíz?

15 % de 12 000 = 0.15 x 12 000 = 1 800.

12 000

\- 1 800

Total 10 200

La parcela escolar sembrará: 10,200 metros de superficie de maíz.

Al sacar un porcentaje, lo multiplicas integrando un punto y convirtiendo esa cantidad en décimos. Lo restas a la cantidad y así sacas el porcentaje.

Realiza los siguientes ejercicios con sus operaciones:

- El taller de dulces realizó una cantidad de 15,550 dulces y golosinas sanas, pero al sacarlas para compartir con la escuela decidieron dejar el 15 % para compartir con los niños del preescolar.

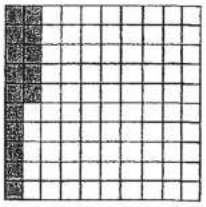
¿Qué cantidad de dulces se quedarán en total para la escuela? ____________

- El taller textil de la escuela realizó pants escolares para otra comunidad. Al momento de realizarlos, tenían un rollo de tela que pesaba 240 kilos. Si tomaron el 25 % de tela, ¿cuántos kilos de tela les quedará en total?

UNIDAD 6

E.T. ARITMÉTICA

Porcentaje



La parte iluminada de rojo representa $\frac{15}{100}$ del cuadrado.

La parte iluminada de rojo es el **15 %** (quince por ciento) del cuadrado.

$$\boxed{\frac{15}{100} = 0.15 = 15\ \%}$$

Para calcular el **15 %** de **400** se opera:

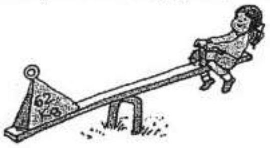
$$\left.\begin{array}{l} \frac{15}{100} \times 400 = \frac{6\,000}{100} = 60.00 \\ \text{o} \quad 0.15 \times 400 = 60.00 \end{array}\right\} \quad \frac{15}{100} \times 400 = 0.15 \times 400$$

Pati medía 125 cm y creció 15 %. ¿Cuánto mide ahora?

OPERACIÓN

RESULTADO: Pati mide __________ cm.

Beti pesaba 62 kg y bajó 8 %. ¿Cuánto pesa ahora?



OPERACIÓN

RESULTADO: Beti pesa ahora __________ kg.

Víctor regaló el 25 % de sus botellas. ¿Cuántas botellas le quedan?

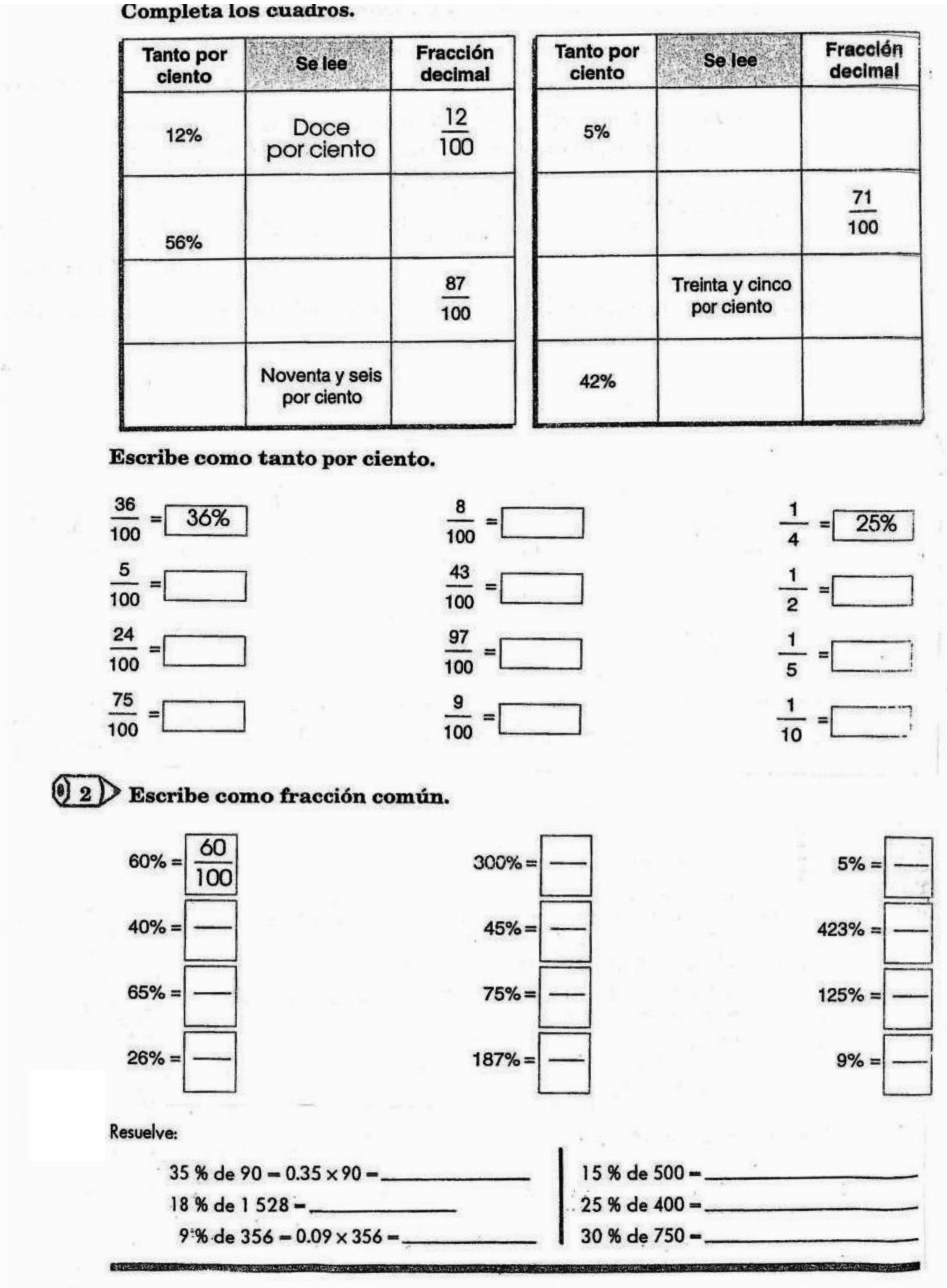
OPERACIÓN

RESULTADO: Quedan __________ botellas.

Completa la tabla:

Usando %	Se lee	Fracción común	Se lee	Fracción decimal	Se lee
32 %	32 por ciento	$\frac{32}{100}$	32 centésimos	0.32	32 centésimos
28 %					
	50 por ciento				
		$\frac{17}{100}$			
				0.35	

Porcentaje



Completa los cuadros.

Tanto por ciento	Se lee	Fracción decimal
12%	Doce por ciento	$\frac{12}{100}$
56%		
		$\frac{87}{100}$
	Noventa y seis por ciento	

Tanto por ciento	Se lee	Fracción decimal
5%		
		$\frac{71}{100}$
	Treinta y cinco por ciento	
42%		

Escribe como tanto por ciento.

$\frac{36}{100}$ = 36%

$\frac{5}{100}$ = ____

$\frac{24}{100}$ = ____

$\frac{75}{100}$ = ____

$\frac{8}{100}$ = ____

$\frac{43}{100}$ = ____

$\frac{97}{100}$ = ____

$\frac{9}{100}$ = ____

$\frac{1}{4}$ = 25%

$\frac{1}{2}$ = ____

$\frac{1}{5}$ = ____

$\frac{1}{10}$ = ____

2 Escribe como fracción común.

60% = $\frac{60}{100}$

40% = ____

65% = ____

26% = ____

300% = ____

45% = ____

75% = ____

187% = ____

5% = ____

423% = ____

125% = ____

9% = ____

Resuelve:

35 % de 90 = 0.35 × 90 = ____________

18 % de 1 528 = ____________

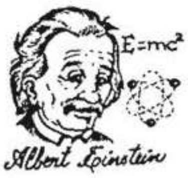
9 % de 356 = 0.09 × 356 = ____________

15 % de 500 = ____________

25 % de 400 = ____________

30 % de 750 = ____________

Sustracción de enteros positivos y negativos



Los números enteros pueden ser **positivos** o **negativos.**
Para encontrar la diferencio entre dos números positivos es importante que el minuendo sea mayor que el sustraendo.
Los números **negativos** se utilizan para dar una respuesta a situaciones reales como: **descuentos, grados bajo cero, años**, Antes Ntra. era o, **profundidades** bajo el nivel del mar. Todo número negativo se expresa anteponiéndosele el signo **menos** (5 o -5) y se lee menos cinco.
Los números negativos se localizan en la recta numérica a la **izquierda** del cero.
Recuerda que el cero no es positivo ni negativo, además todo número tiene su **Inverso aditivo** o **recíproco** (+5, -5).
Para restar dos números enteros de cualquier signo se consideran los siguientes pasos:
a) Colocar el primer número.
b) El siguiente número se suma pero se cambia por su inverso aditivo.
Ejemplo: ¿Qué diferencia existirá entre las temperaturas de 240 y -3 °C?

$$24 - 3 = 24 + (3) = 27°$$

Al obtener la diferencia, el signo que predomina es el del número mayor.

Encuentra la diferencia.

$\bar{6} - \bar{4} = \bar{6} + 4 = \bar{2}$

$\bar{5} - 3 = \bar{5} + \bar{3} = \bar{8}$

$3 - 10 = 3 + \overline{10} = \bar{7}$

$\bar{4} - 3 =$ ____________________

$9 - \bar{6} =$ ____________________

$\bar{6} - \bar{5} =$ ____________________

$6 - \bar{8} =$ ____________________

$\bar{7} - \bar{2} =$ ____________________

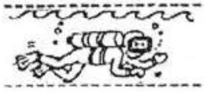
$9 - \bar{5} =$ ____________________

$5 - \overline{10} =$ ____________________

$\overline{15} - \overline{18} =$ ____________________

$\bar{3} - 0 =$ ____________________

¡Piensa y resuelve!



1. Un buzo desciende 45 m en el océano, pero a causa de una emergencia tiene que ascender 12 m. Si después se vuelve a sumergir 17, ¿a qué profundidad mayor descendió?

Para localizar el punto medio entre dos número se deben realizar dos operaciones:
1) Sumar los dos números.
2) Dividir el total entre dos.
Tania tiene 120 estampas y Benjamín 184, si los reúnen y se los reparten equitativamente, ¿cuántas estampas le tocan a cada uno

$$120 + 184 = 304 + 2 = 152 \text{ estampas}$$

¡Piensa y resuelve!

Números naturales como fracciones

Clases de números

Los números que ya conoces se forman por agregación sucesiva de unidades.

1 + 1 = 2	10 + 1 = 11
2 + 1 = 3	100 + 1 = 101
3 + 1 = 4	300 + 1 = 301
4 + 1 = 5	1000 + 1 = 1 001
5 + 1 = 6	10 000 + 1 = 10 001

A los números que van aumentando por adición o suma de unidades se les llama *números naturales.*

También conoces los números que indican partes de un entero:

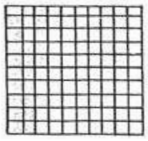
$\frac{1}{3}$
un tercio

$\frac{3}{4}$
tres cuartos

$\frac{2}{5}$
dos quintos

0.5
cinco décimos

0.25
veinticinco centésimos



Los números que indican partes de un entero se llaman *fraccionarios.*

Los números *fraccionarios* pueden expresarse como *fracciones comunes*, con un numerador y un denominador:

$$\frac{2}{8} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{4}{7}$$

o como *fracciones decimales* representadas después de un punto decimal:

0.35 (treinta y cinco centésimos)

Cuando se combina un número entero con un fraccionario se forma un *número mixto:*

$3\frac{1}{4}$ mixto común

5 128 mixto decimal

Números naturales como fracciones

Anota el número natural anterior y el posterior al que aparece escrito:

(1) ________ 5 000 ________ (2) ________ 90 000 ________
(3) ________ 1 040 ________ (4) ________ 500 000 ________
(5) ________ 2 000 ________ (6) ________ 1 000 000 ________
(7) ________ 50 000 ________ (8) ________ 25 000 000 ________
(9) ________ 100 000 ________ (10) ________ 80 000 000 ________
(11) ________ 30 000 ________ (12) ________ 3 000 000 ________

Escribe f. c. sobre la línea si corresponde a fracciones comunes y f. d. si son fracciones decimales:

13. $\frac{2}{5}$ ________________ **14.** 0.143 ________________
15. 0.894 ________________ **16.** $\frac{26}{100}$ ________________
17. $\frac{3}{8}$ ________________ **18.** $\frac{5}{8}$ ________________
19. 0.25 ________________ **20.** 0.9 ________________
21. 0.387 ________________ **22.** $\frac{27}{50}$ ________________
23. $\frac{10}{100}$ ________________ **24.** 0.32 ________________

Escribe con letra los siguientes números:

25. 8.32 ____
26. 123.59 ____
27. $98\frac{3}{5}$ ____
28. 1 009.762 ____
29. $19\frac{2}{9}$ ____

Marca con una cruz los números mixtos:

30. $\frac{2}{7}$ $5\frac{3}{4}$ 0.896 2.5 3 845

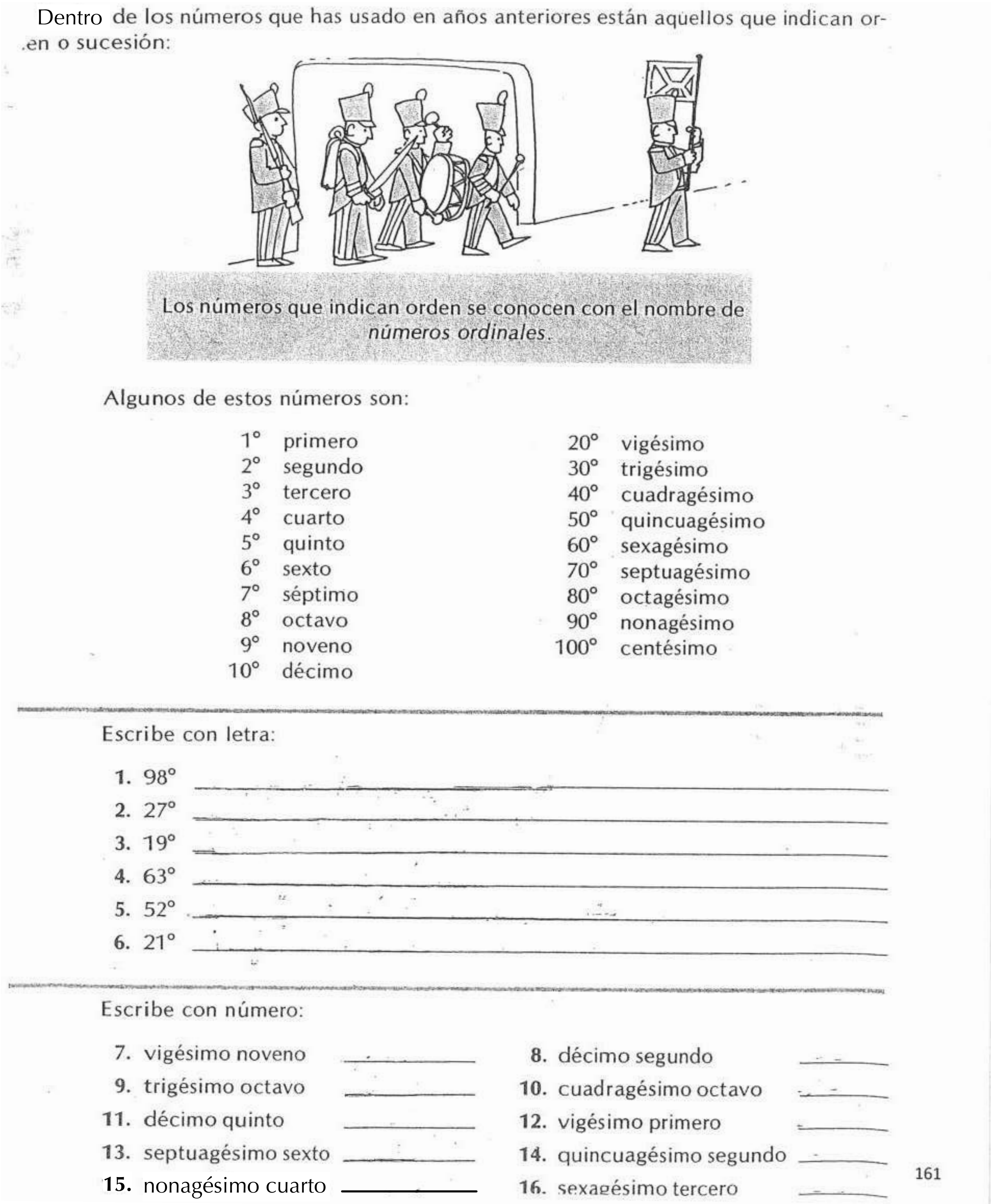
Marca con una cruz los mixtos comunes:

31. 3.67 $5\frac{2}{3}$ 7.689 $410\frac{1}{10}$ 3.2

Marca con una cruz los mixtos decimales:

32. 19.342 $21\frac{6}{7}$ $7\frac{10}{100}$ 98.670 $4\frac{2}{3}$

Números naturales como fracciones



Dentro de los números que has usado en años anteriores están aquellos que indican or-en o sucesión:

Los números que indican orden se conocen con el nombre de *números ordinales*.

Algunos de estos números son:

1°	primero	20°	vigésimo
2°	segundo	30°	trigésimo
3°	tercero	40°	cuadragésimo
4°	cuarto	50°	quincuagésimo
5°	quinto	60°	sexagésimo
6°	sexto	70°	septuagésimo
7°	séptimo	80°	octagésimo
8°	octavo	90°	nonagésimo
9°	noveno	100°	centésimo
10°	décimo		

Escribe con letra:

1. 98° ____________________
2. 27° ____________________
3. 19° ____________________
4. 63° ____________________
5. 52° ____________________
6. 21° ____________________

Escribe con número:

7. vigésimo noveno ________
8. décimo segundo ________
9. trigésimo octavo ________
10. cuadragésimo octavo ________
11. décimo quinto ________
12. vigésimo primero ________
13. septuagésimo sexto ________
14. quincuagésimo segundo ________
15. nonagésimo cuarto ________
16. sexagésimo tercero ________

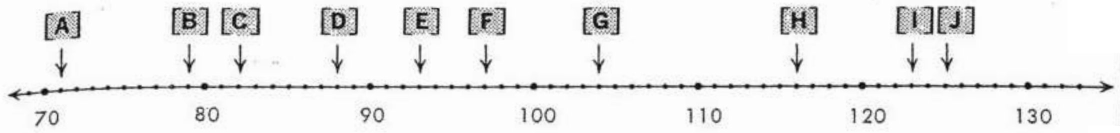
161

Cálculo mental y estimación de resultados

Múltiplos de 10 en cálculo aproximado

La ilustración de la recta numérica y los ejercicios te ayudarán a seleccionar los múltiplos de 10 que te servirán para hacer los cálculos aproximados.

EJERCICIOS



1. Halla los números (de **A** a **J**) correspondientes a los puntos de la recta numérica.

2. Busca el múltiplo de 10 que esté más cerca a los números (de **A** a **I**) en el ejercicio 1.

3. El número para **J** está tan cerca a 120 como a 130.

[A] Halla el número que esté tan cerca a 90 como a 100.
[B] Halla el número que esté tan cerca a 110 como a 120.

4. Para hacer aproximaciones con múltiplos de 10, empleamos el múltiplo de 10 más cercano al número dado. Cuando el número termina en 5, generalmente usamos el múltiplo de 10 más cercano que sea mayor que el número dado.

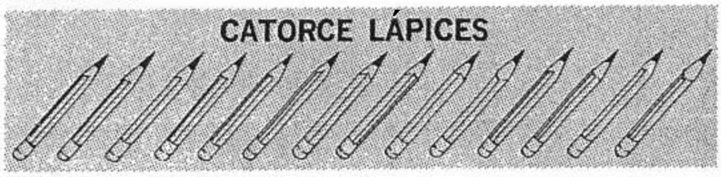
Busca el múltiplo de 10 que creas que deba ir en cada ___.

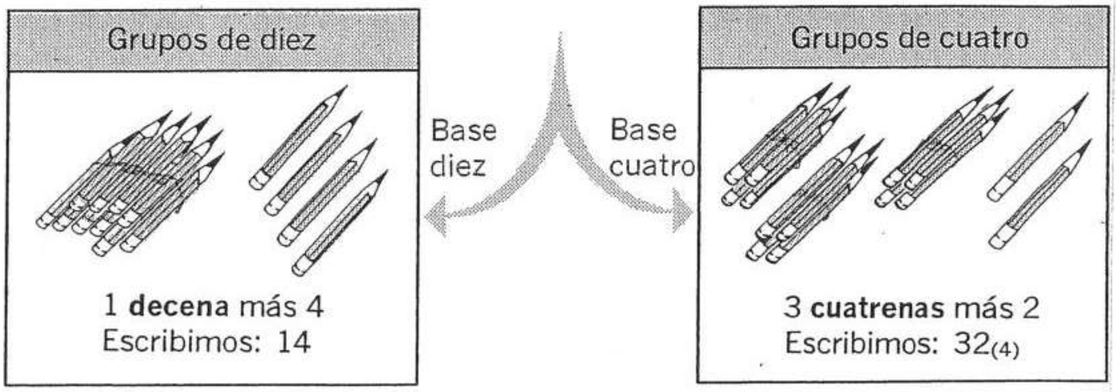
[A] Para aproximar 42 + 59, calculamos la suma 40 + ___.
[B] Para aproximar 25 + 72, calculamos la suma ___ + 70.
[C] Para aproximar 81 − 48, calculamos la diferencia 80 − ___.
[D] Para aproximar 148 − 29, calculamos la diferencia 150 − ___.
[E] Para aproximar 173 − 36, calculamos la diferencia ___ − 40.
[F] Para aproximar 245 + 328, calculamos la suma ___ + 330.
[G] Para aproximar 29 × 82, calculamos el producto ___ × 80.
[H] Para aproximar 54 × 26, calculamos el producto ___ × 30.
[I] Para aproximar 323 ÷ 83, calculamos el cociente ÷ ___ 80.
[J] Para aproximar 207 ÷ 65, calculamos el cociente 210 ÷ ___.

Base diez y base cuatro

Debido a que nuestra manera usual de escribir los numerales depende de la agrupación de objetos en decenas, nuestro sistema de numeración recibe el nombre de sistema de **base diez.** Si agrupamos objetos tomando otro número, 4 por ejemplo, a dicho sistema de numeración lo denominamos sistema de **base cuatro.**

En el siguiente ejemplo se muestra la agrupación del mismo conjunto en ambos sistemas.

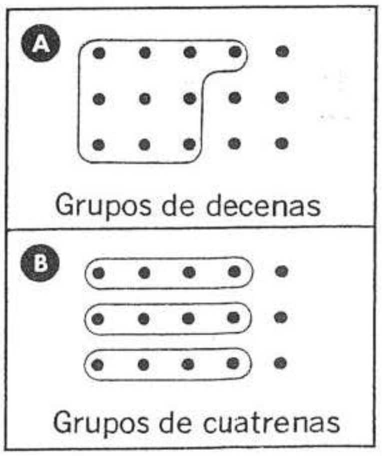




1 **decena** más 4
Escribimos: 14

3 **cuatrenas** más 2
Escribimos: $32_{(4)}$

EJERCICIOS DE DISCUSIÓN



1. [A] ¿Cuántos grupos de diez puntos hay en el conjunto A?
[B] ¿Cuántos puntos quedan?
[C] ¿Cuál numeral de base diez indica el número de puntos del conjunto A?

2. [A] ¿Cuántos grupos de cuatro puntos hay en el conjunto B?
[B] ¿Cuántos puntos quedan?
[C] ¿Cuál numeral de base cuatro indica el número de puntos del conjunto B?

3. ¿Hay el mismo número de puntos en el conjunto A que en conjunto B?

UNIDAD 6

E.T. ARITMÉTICA

Sistema de numeración egipcio

Nuestro sistema de numeración es **decimal** y **posicional**, porque cada cifra tiene asignado un valor de acuerdo con la posición que ocupa.

Usamos el **cero** (0) para representar **ausencia** y facilitar la representación de cualquier número.

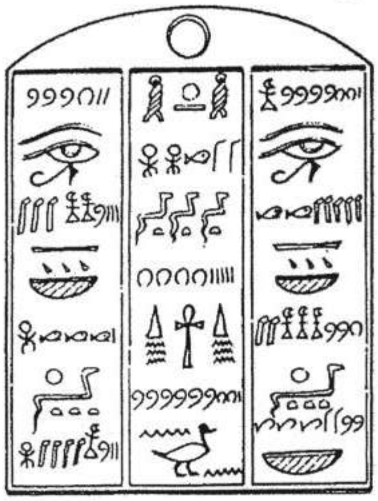
Las culturas antiguas crearon sus sistemas de numeración con características propias, por ejemplo el sistema de numeración egipcio **no** es **posicional**, pues no considera la ubicación dentro de una cifra, sólo se suman los valores de los símbolos que la forman, cada símbolo tiene un valor determinado.

SISTEMA DECIMAL	1	10	100	1000	10 000	100 000	1 000 000
SISTEMA EGIPCIO	I	∩	9				

Escribe estos números en el sistema de numeración correspondiente.

	SISTEMA DECIMAL	SISTEMA EGIPCIO
Un millón setenta	1 000070	
Cien mil quinientos	100 500	
Doce mil ciento seis	12 106	
Dos mil doscientos uno	2 201	
Ochocientos veintitrés	823	
Cuarenta y nueve	49	

Busca en este friso números egipcios y escríbelos en sistema decimal y con letra.



Resuelve las operaciones y abajo escribe el resultado con símbolos egipcios.

3486	3284	6324	5387	7000
+ 2369	+ 2394	+ 3465	+ 3999	+ 2525

UNIDAD 6

E.T. ÁLGEBRA

Expresiones algebraicas

Una *expresión algebraica* es un conjunto de cantidades numéricas y literales relacionadas entre sí por los signos de las operaciones ariméticas como sumas, diferencias, multiplicaciones, divisiones, potencias y extracción de raíces.

Algunos ejemplos de expresiones algebraicas son:

$$\frac{2xy+\left(\frac{3}{x}\right)}{\sqrt{y-1}} \quad \text{o} \quad x^3-5x+\frac{6}{\sqrt{x}}$$

Si x es una variable, entonces un monomio en x es una expresión de la forma ax^n, en donde a es un número real y n es un entero negativo. Un binomio es la suma de dos monomios que no se pueden simplificar y trinomio es la suma de tres monomios que no se pueden simplificar.

monomio	binomio	trinomio
$5x$	$5x+2$	x^2+x+1

Recuerda siempre que un monomio tiene sólo un término, un binomio dos términos y un trinomio tres términos.

Ejercicio:

Escribe en las siguientes líneas ejemplos:

Monomios:

1. ______________________

2. ______________________

3. ______________________

Binomios:

1. ______________________

2. ______________________

3. ______________________

Polinomios:

1. ______________________

2. ______________________

3. ______________________

UNIDAD 6

E.T. GEOMETRÍA

Volumen de prismas y cuerpos irregulares

La definición de volumen y de cuerpo están íntimamente relacionadas, pues una está en función de la otra. De modo que se tiene:

Volumen es el espacio que ocupa un cuerpo.

Cuerpo es todo aquello que ocupa un lugar en el espacio.

Se consideran tres dimensiones para los cuerpos: altura, longitud y anchura. Para conocer el volumen que posee un cuerpo es necesario saber la medida de cada una de sus dimensiones, que está dada en las unidades ya establecidas (dm, cm, mm, m, etc.).

Cuando se quiere saber el volumen de un cuerpo irregular, se recurre al desplazamiento de un líquido, que consiste en tener un recipiente con un volumen conocido de dicho líquido e introducir el cuerpo. Éste sufre un desplazamiento (aumento del nivel inicial) igual al volumen del cuerpo sumergido).

Ejemplo:

Calcular el volumen de un soldadito de plomo.

Se tiene una probeta con 20 cm^3 de agua y, al introducir el soldadito de plomo, se observa el nivel del agua sobre 25 cm^3, de donde se tiene que:

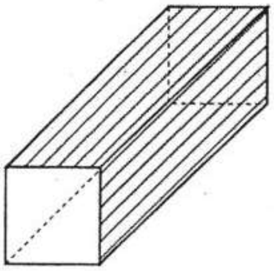
volumen del cuerpo = volumen final - volumen inicial del agua

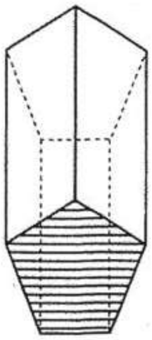
volumen del cuerpo = 25 cm^3 - 20 cm^3

volumen del cuerpo = 5 cm^3

En forma general, se puede decir que el volumen de un cuerpo se obtiene al multiplicar sus tres dimensiones y de ello resultan unidades cúbicas.

Se llama prisma al cuerpo que consta de dos bases con cualquier forma geométrica (triángulo, cuadrado, rectángulo, etc.), y tantas caras rectangulares como lados tengan las bases. Así, existe el prisma triangular, cuadrangular, rectangular, pentagonal, etcétera.





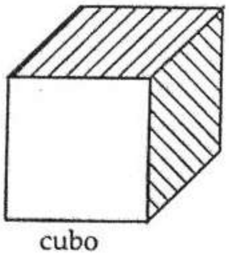
UNIDAD 6

E.T. GEOMETRÍA

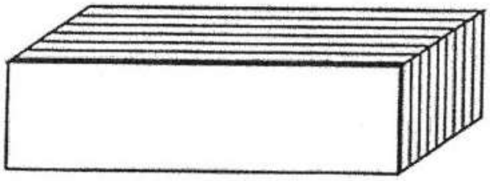
Volumen de prismas y cuerpos irregulares

Entre los prismas más comunes se encuentran los llamados paralelepípedos (sus bases son paralelogramos).

Ejemplos:



cubo



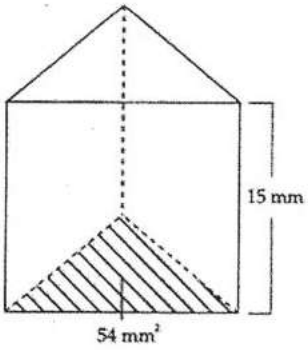
prisma rectangular

Para conocer el volumen que ocupa cualesquiera de estos cuerpos se debe:

Obtener el área de la base y multiplicarla por la altura del prisma, o sea: $V = Bh$ donde B representa el área de la base.

Ejemplos:

a) Calcula el volumen de un prisma triangular que tiene 54 mm^2 de área en su base y de altura 15 mm.



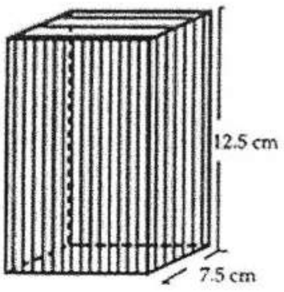
$$V = Bh$$

$$V = (\text{Area de la base})\ (\text{altura})$$

$$V = (54\ mm^2)\ (15\ mm)$$

$$V = 810\ mm^3$$

b) Calcula el volumen de un prisma cuadrangular cuya base mide 7.5 cm de lado y su altura es de 12.5 cm.



Área de la base

$$A = 1^2$$

$$A = (7.5\ cm)^2$$

$$A = 56.25\ cm^2$$

$$V = Bh$$

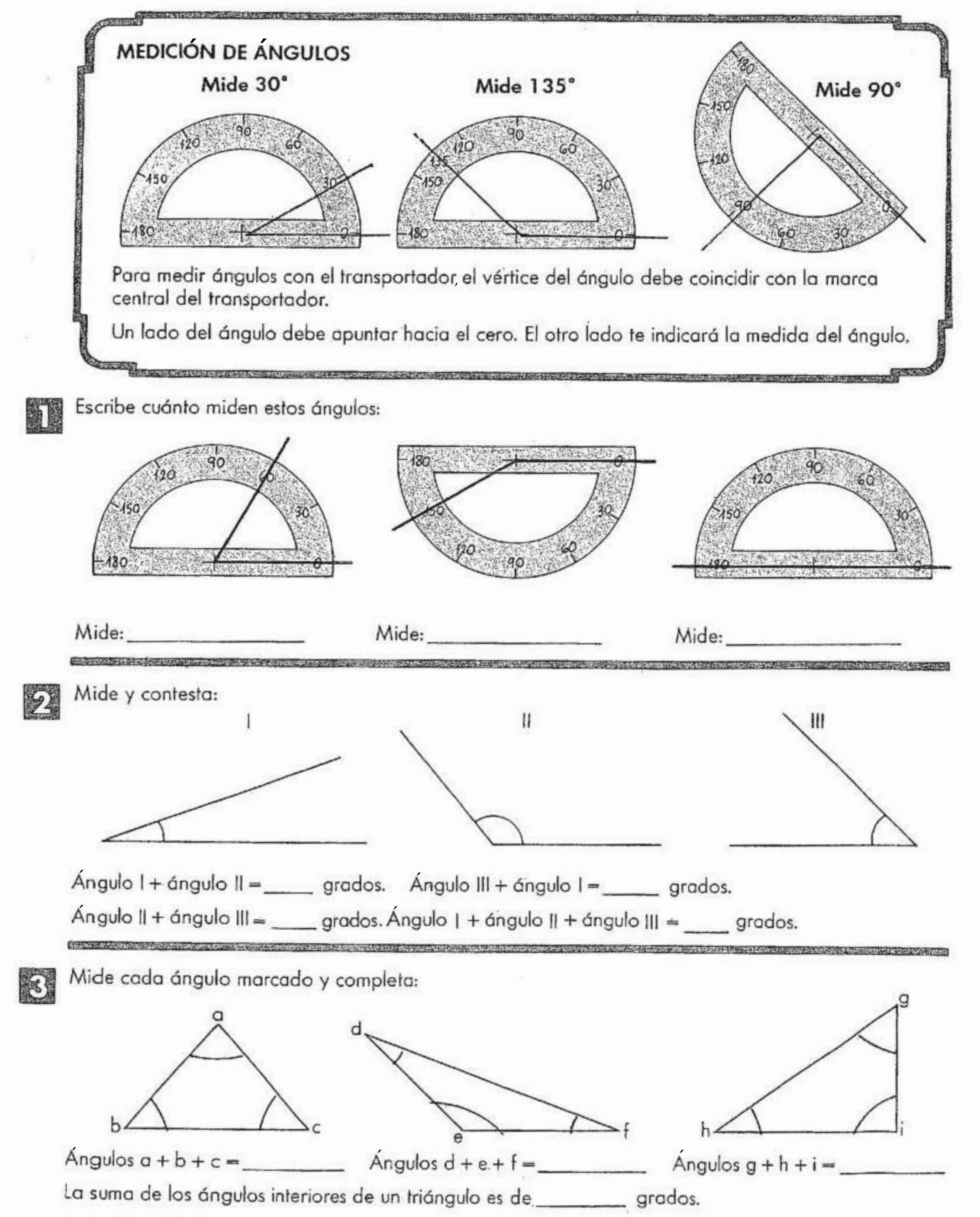
$$V = (\text{Área de la base})\ (\text{altura})$$

$$V = (56.25\ cm^2)\ (12.5\ cm)$$

$$V = 703.125\ cm^3$$

E.T. GEOMETRÍA

Medición y trazo de ángulos



MEDICIÓN DE ÁNGULOS

Mide 30°

Mide 135°

Mide 90°

Para medir ángulos con el transportador, el vértice del ángulo debe coincidir con la marca central del transportador.

Un lado del ángulo debe apuntar hacia el cero. El otro lado te indicará la medida del ángulo.

1 Escribe cuánto miden estos ángulos:

Mide: ________________ Mide: ________________ Mide: ________________

2 Mide y contesta:

I II III

Ángulo I + ángulo II = _____ grados. Ángulo III + ángulo I = _____ grados.

Ángulo II + ángulo III = _____ grados. Ángulo I + ángulo II + ángulo III = _____ grados.

3 Mide cada ángulo marcado y completa:

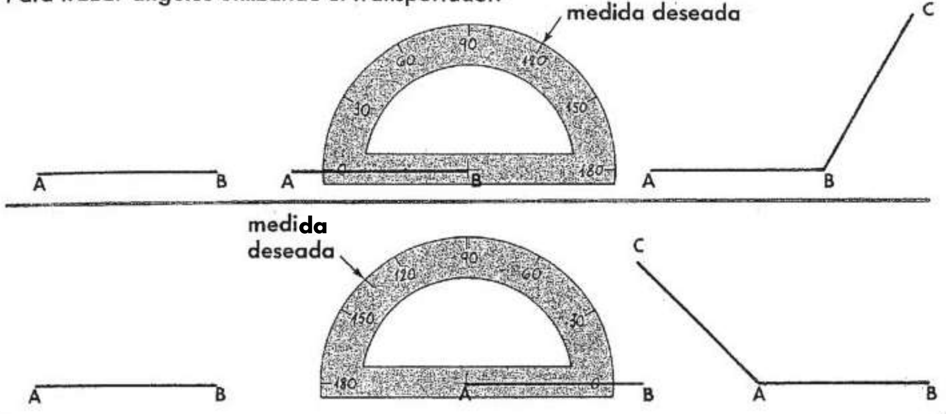
Ángulos a + b + c = __________ Ángulos d + e + f = __________ Ángulos g + h + i = __________

La suma de los ángulos interiores de un triángulo es de _________ grados.

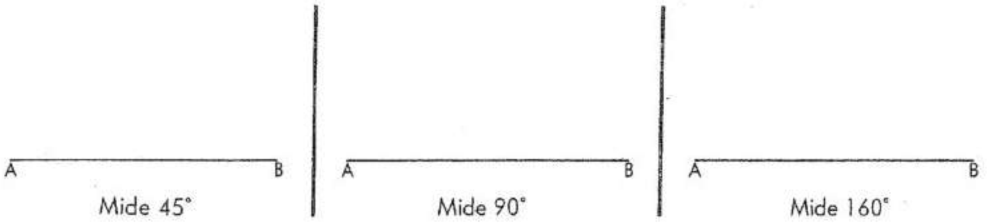
Medición y trazo de ángulos

TRAZO DE ÁNGULOS

Para trazar ángulos utilizando el transportador:



4 Termina de trazar:

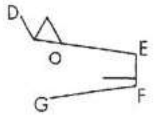


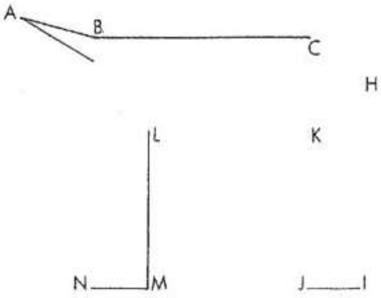
5 Traza los ángulos marcados y obtendrás una bonita figura.

La flecha te indica la dirección del trazo.

Usa como vértice:

- C y traza un ángulo de 125° ↗
- G y traza un ángulo de 140° ↙
- H y traza un ángulo de 150° ↓
- J y traza un ángulo de 90° ↑
- L y traza un ángulo de 90° →
- N y traza un ángulo de 90° ↑





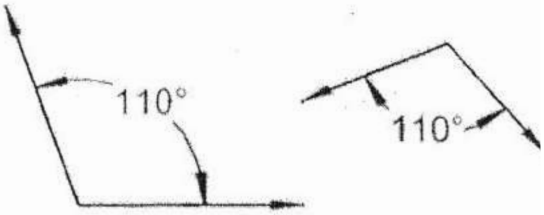
Para formar la figura, si es necesario, prolonga los lados de los ángulos trazados. Cuando termines, ilumínala.

UNIDAD 6

E.T. GEOMETRÍA

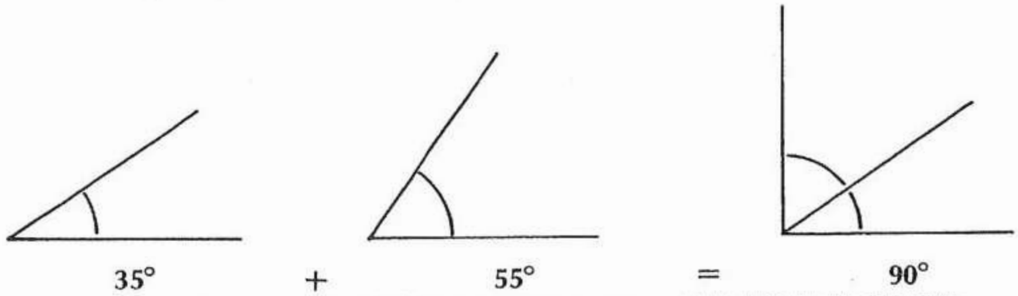
Ángulos congruentes

Dos ángulos congruentes miden lo mismo en grados.

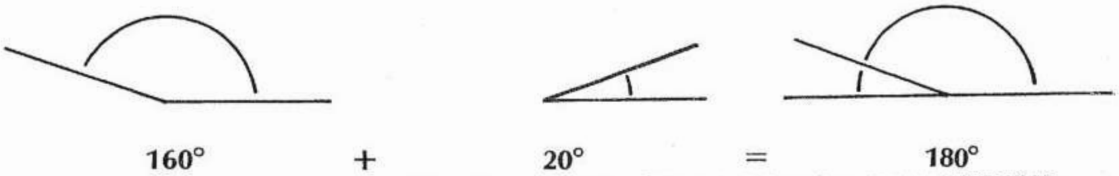


Estos ángulos son congruentes.

Para sumar ángulos, trazamos dos ángulos iguales a ellos, uno a continuación de otro.



Si los ángulos sumados forman un ángulo recto de 90º, se denominan *complementarios*.



Si los ángulos sumados forman un ángulo lineal de 180º, se denominan *suplementarios*.

Mide y suma los ángulos y escribe si son *complementarios* o *suplementarios,* según sea el caso.

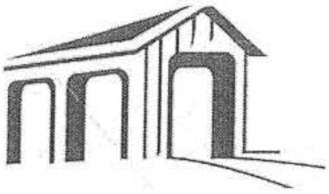
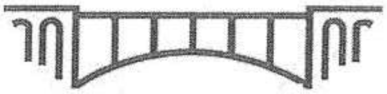
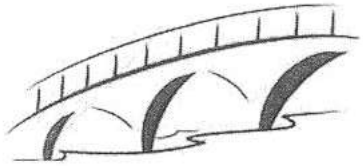
1.

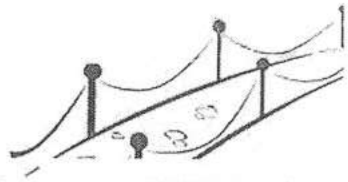
2.

UNIDAD 6

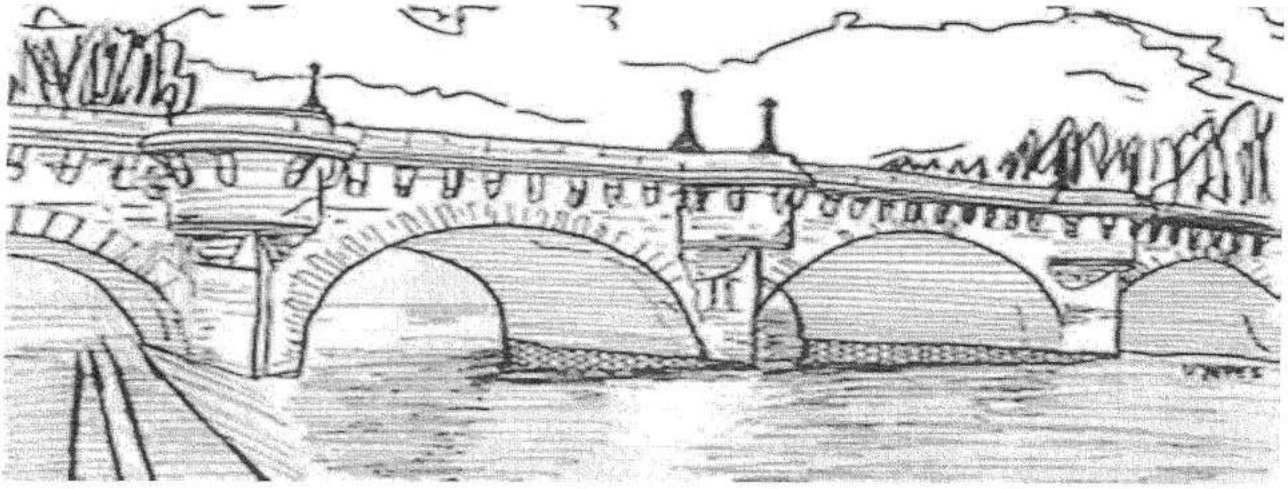
Modelos de sillas

Traza tu propio modelo.

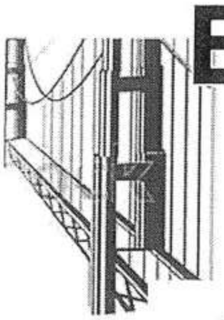




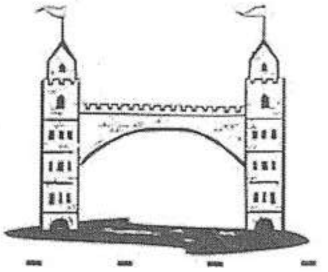


UNIDAD 7



EL TRABAJO SOCIAL EN EL ESTADO






UNIDAD 7

Palabras y conceptos

EJE TEMÁTICO	PALABRAS CLAVE	CONCEPTO
LÓGICA Y CONJUNTOS	• Consistencia • Decidibilidad • Completitud • Falacias • Paradojas	**Falacia:** En lógica, una falacia es un argumento que parece válido, pero no lo es. **Paradoja:** Es una proposición en apariencia verdadera que conlleva a una contradicción lógica o a una situación que infringe el sentido común.
ARITMÉTICA	• Raíz • Cuadrado • Irracional • Primo • Racional	**Raíz:** Cantidad que tomada como factor cierto número de veces da como producto una cantidad determinada, raíz cuadrada Cantidad que tomada dos veces como factor da una cantidad determinada, "la raíz cuadrada de 144 es 12". **Irracional:** Número que no puede expresarse como el cociente exacto de dos números enteros, "los números irracionales tienen cifras decimales que no se repiten periódicamente; el número π es un número irracional".
GEOMETRÍA	• Apotema • Polígono simple • Radio • Interior • Mediana	**Apotema:** La distancia desde el centro de un polígono regular al centro de uno de sus lados. **Polígono simple:** Un polígono simple es un polígono cuyos lados no adyacentes no se interceptan. Un polígono simple divide al plano geométrico que lo contiene en dos regiones: la región interior al polígono y la región exterior a él. Un polígono que no es simple se denomina polígono complejo.
ÁLGEBRA	• Alfabéticamente • Introducción • Término nulo • Absoluto • Comillas	**Término nulo:** Un término nulo, es aquel término que vale cero. **Valor absoluto:** En matemáticas, el valor absoluto o módulo 1 de un número real es su valor numérico sin tener en cuenta su signo, sea este positivo (+) o negativo (-). Así, por ejemplo, 3 es el valor absoluto de 3 y de -3.
MEDICIÓN	• Miligramo • Hectogramo • Furlong • Libra • Litro	**Miligramo:** Medida de masa, de símbolo mg, que es igual a la milésima parte de un gramo. **Litro:** Unidad de volumen del Sistema Internacional, de símbolo l o L, que equivale a 1 decímetro cúbico, "un tanque de cinco litros".
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA	• Ingeniería • Geografía • Demografía • Psicología • Cultura	**Ingeniería:** Estudio y aplicación, por especialistas, de las diversas ramas de la tecnología. **Geografía:** Ciencia que trata de la descripción de la Tierra.

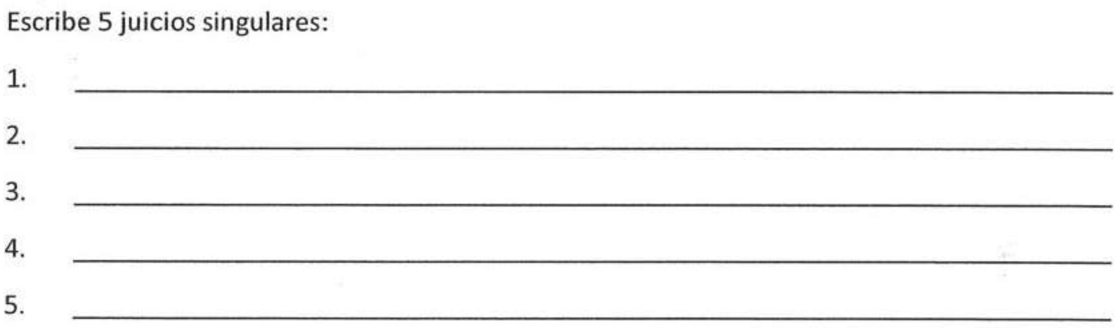
Los juicios singulares

Los juicios afirmativos o negativos se clasifican según la extención del concepto sujeto en singulares, particulares y universales. Esta clasificación de los juicios se denomina por parte de la cantidad.

Los **juicios singulares** son los que se refieren a un solo elemento de una clase. Formalmente se distinguen porque su sujeto es un concepto singular, ejemplo: "La pirámide está en el valle". Los juicios singulares expresan y fijan conocimientos acerca de objetos singulares, o sea que los utilizamos para referirnos a hechos históricos o biográficos, a investigaciones sobre la Tierra, la Luna, y en general acerca de todo objeto único, o de un conjunto considerando como un todo.

Los **juicios singulares** pueden ser inclusivos o exclusivos. El **juicio singular inclusivo** señala un carácter de un objeto único pero que éste comparte con los demás elementos de una clase, ejemplo: "Heriberto Frías es un novelista mexicano"; pues por medio de este juicio, Heriberto Frías queda incluido en la clase universal de los novelistas mexicanos.

El **juicio singular es exclusivo o individual** cuando señala el carácter diferencial del objeto único a que se refiere su concepto sujeto; ejemplo: "Heriberto Frías es autor de la novela "Tomochic", puesto que ser el autor de esa novela corresponde exclusivamente a Heriberto Frías.



Escribe 5 juicios singulares:

1. ______________________________
2. ______________________________
3. ______________________________
4. ______________________________
5. ______________________________

UNIDAD 7

E.T. ARITMÉTICA

Representación de números hasta el trillón

Lectura y escritura de números grandes

A miles de millones

653,261,104,892

B billones

492,765,931,407,682

En un numeral, los dígitos 100, 11° y 12° de derecha a izquierda indican cuántos miles de millones hay.

En un numeral, los dígitos 13°, 14° y 15° de derecha a izquierda indican cuántos billones hay.

El número del ejemplo A lo leemos así:

Seiscientos cincuenta y tres mil, doscientos sesenta y un millones, ciento cuatro mil, ochocientos noventa y dos.

Ahora lee el número del ejemplo B.

Como ves, en estos ejemplos, para leer números grandes hacemos grupos de tres dígitos, empezando por la derecha. Cada grupo de tres dígitos se llama **período**. Los períodos los separamos por medio de comas.

Este cuadro muestra los nombres de algunos de los períodos.

centenas	decenas	unidades	centenas	decenas	unidades	centenas	decenas	unidades	centenas	decenas	unidades	centenas	decenas	unidades	centenas	decenas	unidades	centenas	decenas	unidades
Trillones			Miles de billones			Billones			Miles de millones			Millones			Miles					

6 4 3 , 5 0 1 , 0 7 6 , 8 3 0 , 2 7 5 , 1 6 3 , 7 8 5

EJERCICIOS ORALES

1. Lee el número que aparece debajo del cuadro anterior.
2. Lee los siguientes números.
   - [A] Área de la tierra cubierta por el mar: 222,642,246 km cuadrados.
   - [B] Edad de la tierra calculada recientemente: 4,950,000,000 años.
   - [C] Distancia que recorre la luz en un año: 9,460,800,000,000 km.
3. Después del trillón vienen estos nombres para los otros períodos: miles de trillón, cuatrillón, miles de cuatrillón. Lee ahora este número:

   Peso de la tierra: 5,887,613,230,000,000,000,000 de toneladas.

   Escribe un número mayor que un mil de trillón.

UNIDAD 7

E.T. ARITMÉTICA

Unidades de medida de longitud

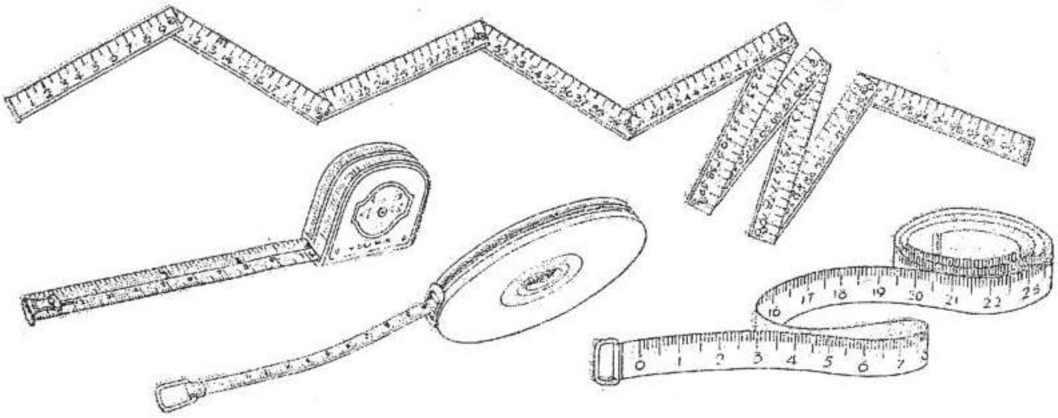
Podemos observar que las medidas de longitud siguen las mismas reglas del **sistema decimal** de numeración.

Kilómetro	Hectómetro	Decámetro	METRO	decímetro	centímetro	milímetro
			1	= 10	= 100	= 1 000
		1 =	10			
	1 =	10 =	100			
1 =	10 =	100 =	1 000			

Es **m** el símbolo del **metro.** Para representar sus múltiplos y submúltiplos utilizamos, como hemos aprendido en años anteriores, los siguientes símbolos:

kilómetro	km	**Metro**	m
hectómetro	hm	decímetro	dm
decámetro	dam	centímetro	cm
		milímetro	mm

Se utilizan para medir longitudes los instrumentos siguientes:



Debemos pensar que, al hacer una medición, no siempre ha de resultarnos que la unidad de medida usada quepa exactamente una o más veces en lo que medimos.

Por ejemplo: al medir el largo del salón de clases vemos que tiene 5.4 m; lo que quiere decir **cinco metros** y **cuatro décimos** de metro. El uso ha hecho que se haga la conversión rápida, y 5.4 m se lea 5 m 4 dm.

UNIDAD 7

E.T. ARITMÉTICA

Unidades de medida de longitud

SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

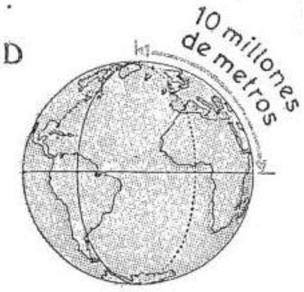
Antiguamente, cada país tenía su propio sistema de medidas, lo que ocasionaba muchísimas dificultades al comercio y al intercambio cultural entre los pueblos. Las longitudes, por ejemplo, se medían en **codos, cuartas, pies, varas, leguas;** además, el tamaño de estas medidas variaba de un lugar a otro y era causa de discusiones y dificultades.

Después de muchos siglos de civilización, se pensó, allá por el siglo XVIII, que se debía establecer un sistema único de medidas; pero no fue hasta 1875 cuando, por acuerdo de la Convención Internacional del Metro celebrada en París, se implantó, como sistema mundial de medidas, el **sistema métrico decimal,** cuya base es el **metro.** Este sistema fue aceptado por todos los países, menos por Inglaterra y los Estados Unidos.

En todas las **unidades** del sistema métrico se utilizan los prefijos:

kilo,	significa	1 000 veces
hecto,	significa	100 veces
deca,	significa	10 veces
deci,	significa	$\frac{1}{10}$, décima parte
centi,	significa	$\frac{1}{100}$, centésima parte
mili,	significa	$\frac{1}{1000}$, milésima parte

MEDIDAS DE LONGITUD



El **metro** es la unidad fundamental y corresponde, **aproximadamente,** a la diezmillonésima parte de la cuarta parte de un hilo imaginario que diera la vuelta a la Tierra pasando por los polos; es decir, la **diezmillonésima parte del cuadrante del meridiano terrestre.**

Para sumar o restar longitudes medidas en unidades distintas es necesario expresar la medida de cada longitud en una misma clase de unidades; es decir, que tengan todas una misma especie. Por ejemplo:

3.4 dam + 5.87 hm + 523 m = ¿cuánto?

3.4 dam = 34 m
5.87 hm = 587 m
523 m = 523 m
Total: 1 144 m

La respuesta también podría ser:
114.4 dam, o 11.44 hm, o
1.144 km

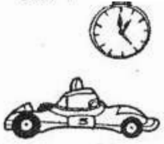
UNIDAD 7

E.T. ARITMÉTICA

Variación proporcional e inversa

Para elaborar tablas de **variación proporcional** debemos tomar en cuenta que una **razón** nos muestra la relación existente entre dos cantidades que dependen entre sí, es decir, si una cambia, la otra también.

Dos cantidades son **directamente proporcionales** si a un aumento de una corresponde un aumento de la otra, o si una **disminuye** corresponde a una **disminución** de la otra.



hr	1	2	3	4	5	6
km	120	240	360	480	600	720

Completa las siguientes tablas de variación proporcional.
Un automóvil corre a una velocidad constante de 80 km por hora.
¿Qué distancia recorrerá en las siguientes horas marcadas en la tabla?

hr	1	2	4	6	8	10
km	80					

En la taquilla del cine cobran $15.00 por persona. ¿Cuánto pagará Jorge si va con sus amigos y familiares?

cine	1	3	6	9	12	15
$	15					

La librería ofrece al público una colección de libros en donde cada tomo tiene un costo de $ 37.00 ¿Cuánto se tendrá que pagar por el número de tomos que se encuentran registrados en la tabla?

tomo	1	5	10	15	20	25
$	37					

Un hexágono que mide 4 cm de lado tiene un perímetro de 24 cm. ¿Cuál será el perímetro de otros hexágonos con dimensiones diferentes?

longitud de un lado	36	30	18	12	8	4
perímetro						24

UNIDAD 7

E.T. ARITMÉTICA

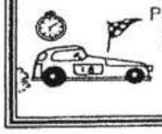
Variación proporcional e inversa

Hablamos de **variación directa** cuando al aumentar una cantidad, aumenta otra; o al disminuir una cantidad, disminuye otra.

Los problemas donde interviene la variación directa se resuelven por medio de **coclente.**

Observa:

Si un automóvil corre en **4** horas **380** km, ¿cuál será la **distancia** recorrida en 7 horas?



Planteamiento		Proporción	Operaciones	
horas	km			
4	380	$\frac{4}{7}=\frac{380}{x}$	$x=\frac{380x7}{4}$	R = 665 km
7	?			

Pega cada proporción en el lugar correcto de la tabla de proporcionalidad directa, realiza las operaciones y escribe los resultados.

En 25g de chocolate hay **154** calorías, ¿cuántas calonas se encuentran en los siguientes gramos de chocolate?

25	70	100	150	520	815
154					

$\frac{25}{150}=\frac{154}{x}$	$\frac{25}{100}=\frac{154}{x}$	$\frac{25}{70}=\frac{154}{x}$	$\frac{25}{815}=\frac{154}{x}$	$\frac{25}{520}=\frac{154}{x}$

Se trata de una variación inversa cuando al disminuir una cantidad, aumenta otra, y viceversa.

La variación inversa se determina mediante **productos.**

Si un automóvil hace un recorrido en tiempo de **5** horas a una velocidad de **80** km/hora, ¿De cuánto habrá de ser la **velocidad** paro que el mismo recorrido se haga en **4** horas?

Planteamiento		Proporción	Operaciones	
horas	velocidad			
5	80	$\frac{4}{5}=\frac{80}{x}$	$x=\frac{80x5}{4}$	R= 100 km/hora
4	?			

Pega cada proporción en el lugar correcto de esta tabla de proporcionalidad inversa, realiza las operacione y escribe los resultados.

En **5** días arreglaron su salón **18** alumnos, ¿cuánto **tiempo** emplearón en arreglar lo mismo los Siguientes alumnos?

18	10	9	6	5	3
5					

$\frac{5}{x}=\frac{5}{18}$	$\frac{5}{x}=\frac{3}{18}$	$\frac{5}{x}=\frac{10}{18}$	$\frac{5}{x}=\frac{6}{18}$	$\frac{5}{x}=\frac{9}{18}$

Presupuestos y porcentajes

Porcentaje

El porcentaje es una manera de expresar un número como una fracción de cien. El símbolo para el porcentaje es %.

Veamos un ejemplo:

Consideramos la fracción para saber qué porcentaje representa "un cuarto", lo escribiremos como una fracción de 100. Para ello aplicaremos la multiplicación de fracciones.

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \text{ X } 1$$

$$= \frac{1}{4} \text{ X } \frac{25}{25}$$

$$= \frac{25}{100}$$

Es decir, $\frac{1}{4}$ equivale a 25 % de la unidad

Veamos otro ejemplo:

Si el consumo eléctrico en uno de los hogares es de 293 kWh/mes, y de este total corresponde a la secadora 95 kWh/mes, entonces podemos expresar el porcentaje del total de consumo que representa la secadora.

Para ello debemos basarnos en las relaciones que siguen:

293 kWh/mes 100 %

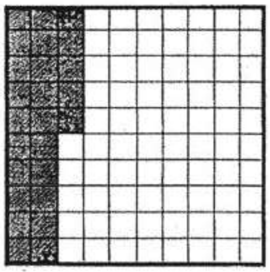
95 kWh/mes χ %

UNIDAD 7

E.T. ARITMÉTICA

Presupuestos y porcentajes

La palabra **por ciento** significa por cien, es decir, el número de unidades que se toman de cada **100**.
El tanto por ciento de un número corresponde a una o varias de las cien partes iguales en que se puede dividir dicho número.
Observa que la región está dividida en 100 cuadrados; cada uno de ellos representa el 1% (uno por ciento) es decir 1/100.



El **porcentaje** de una cantidad se puede expresar mediante una **fracción común** o **decimal**.
Para expresar el tanto por ciento en forma **decimal**, basta **dividirlo** entre **100** y aproximar el resultado hasta **centésimos**.

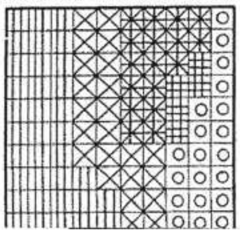
$$25\% = \frac{25}{100} = .25$$

Al obtener el **porcentaje** de una cantidad se tiene que **multiplicar** el número por el **por ciento** escrito en forma decimal.

El 20% de 30 niños usan lentes, es decir 6 niños.

$$\frac{20}{100} = .20 \qquad \begin{array}{r} 30 \\ \underline{x.20} \\ 6.00 \end{array}$$

Calcula el tanto por ciento de cada región, observa que la suma de todos los porcentajes dan el 100%.



▥ $\frac{35}{100}$ = ☐

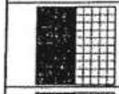
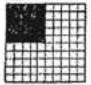
☒ $\frac{23}{100}$ = ☐

✳ $\frac{17}{100}$ = ☐

▦ $\frac{5}{100}$ = ☐

⊡ $\frac{20}{100}$ = ☐

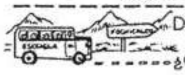
Completa la tabla, utiliza diversas expresiones numéricas para indicar la proporción sombreada de cada entero.

REGIÓN	FRACCIÓN MÍNIMA EXPRESIÓN	FRACCIÓN DECIMAL	NOTACIÓN DECIMAL	PORCENTAJE	LECTURA
	$\frac{1}{2}$	$\frac{50}{100}$	.50	50%	cincuenta por ciento
					
					
					

¡Piensa! Observa que cada problema ya tiene su resultado, hace falta plantear su desarrollo, anótalo.

En una competencia de atletismo se inscribieron 300 competidores, de los cuales un 45% eran mujeres. ¿Cuántos hombres participaron? R =165 hombres

Raúl deseaba comprar una bicicleta que costaba $850.00, pero aprovechando una promoción le hicieron un descuento del 23%. ¿Cuánto dinero le descontaron? R= $ 195.50

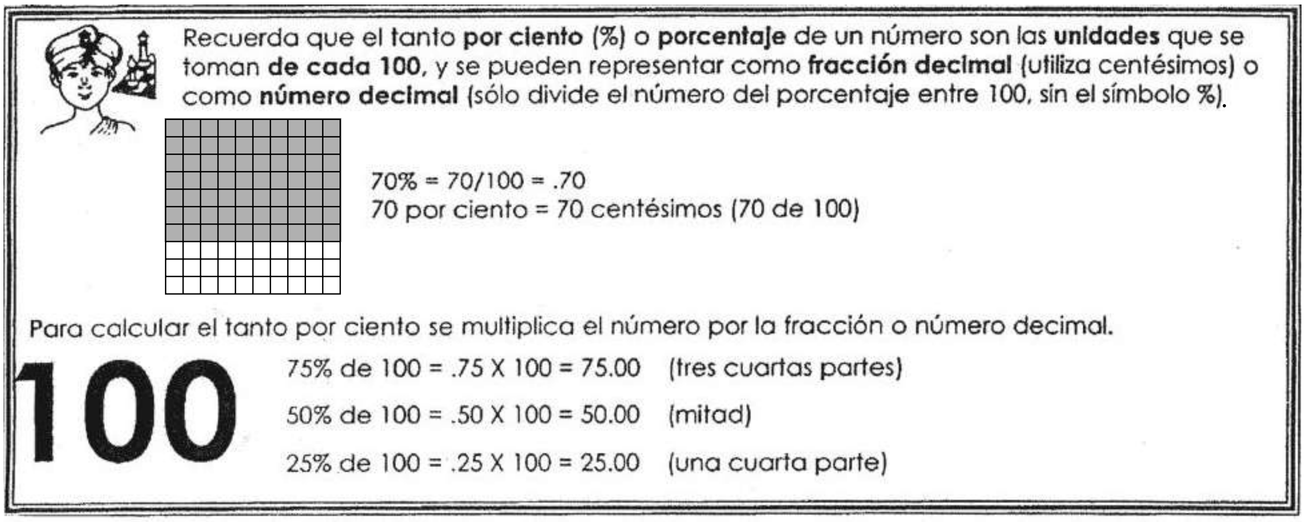


De un grupo de 40 alumnos, el 90% de ellos visitaron la zona arqueológica de Xochicalco. ¿Cuántos alumnos no pudieron asistir? R= 4 alumnos

UNIDAD 7

E.T. ARITMÉTICA

Presupuestos y porcentajes



Recuerda que el tanto **por ciento** (%) o **porcentaje** de un número son las **unidades** que se toman **de cada 100**, y se pueden representar como **fracción decimal** (utiliza centésimos) o como **número decimal** (sólo divide el número del porcentaje entre 100, sin el símbolo %).

70% = 70/100 = .70
70 por ciento = 70 centésimos (70 de 100)

Para calcular el tanto por ciento se multiplica el número por la fracción o número decimal.

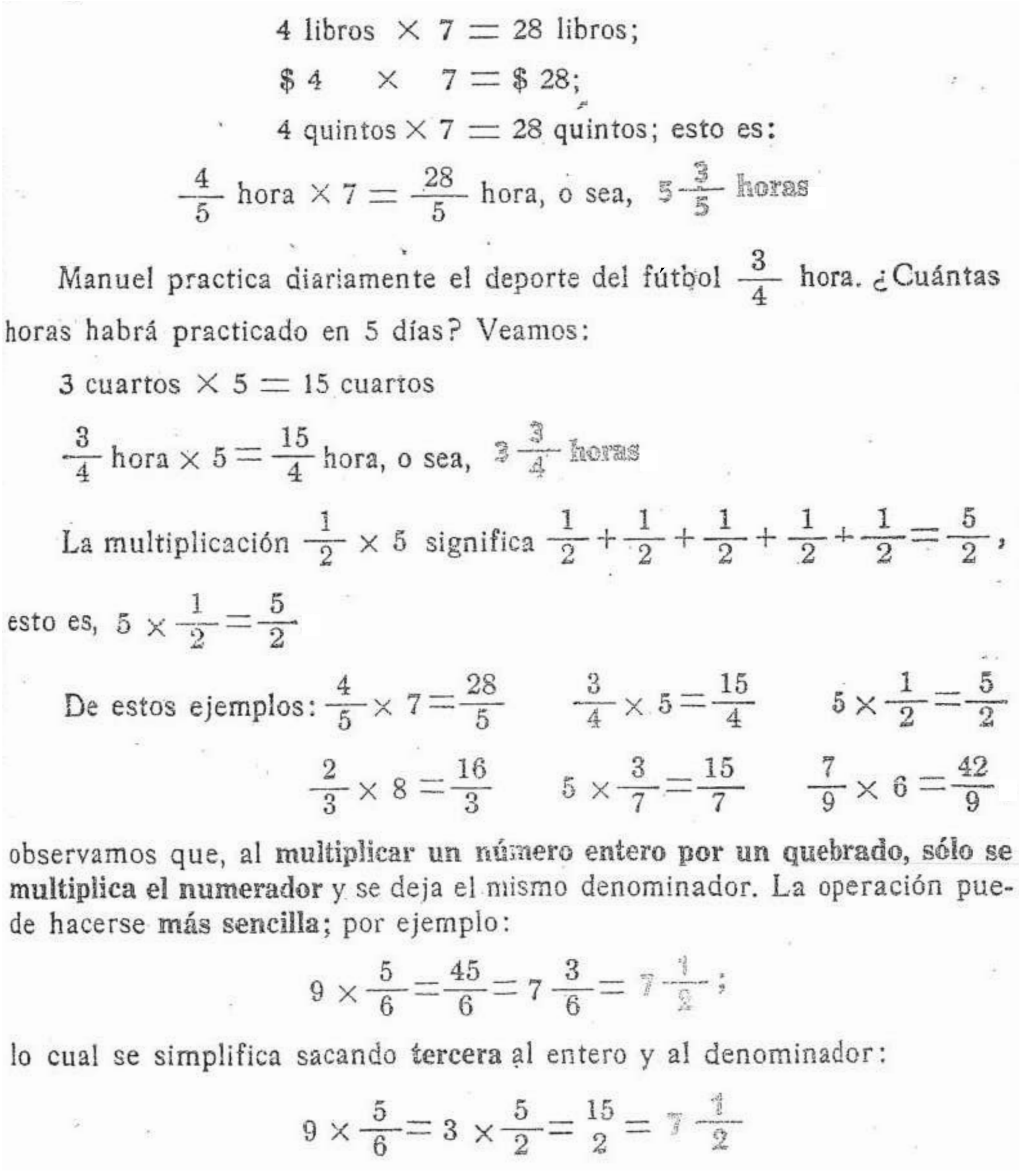
100

75% de 100 = .75 X 100 = 75.00 (tres cuartas partes)
50% de 100 = .50 X 100 = 50.00 (mitad)
25% de 100 = .25 X 100 = 25.00 (una cuarta parte)

Fracciones y sus operaciones

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE FRACCIONES

Alicia, como uno de sus deberes escolares, tiene que hacer un mantel; para ello cose $\frac{4}{5}$ hora diariamente. ¿Podríamos saber cuánto tiempo ha cosido en 7 días? ¡Claro!, sólo debemos encontrar cuánto es $\frac{4}{5}$ X 7. Sabemos que



4 libros × 7 = 28 libros;

$ 4 × 7 = $ 28;

4 quintos × 7 = 28 quintos; esto es:

$$\frac{4}{5}\text{ hora} \times 7 = \frac{28}{5}\text{ hora, o sea, } 5\frac{3}{5}\text{ horas}$$

Manuel practica diariamente el deporte del fútbol $\frac{3}{4}$ hora. ¿Cuántas horas habrá practicado en 5 días? Veamos:

3 cuartos × 5 = 15 cuartos

$$\frac{3}{4}\text{ hora} \times 5 = \frac{15}{4}\text{ hora, o sea, } 3\frac{3}{4}\text{ horas}$$

La multiplicación $\frac{1}{2} \times 5$ significa $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$, esto es, $5 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

De estos ejemplos: $\frac{4}{5} \times 7 = \frac{28}{5}$ $\quad \frac{3}{4} \times 5 = \frac{15}{4}$ $\quad 5 \times \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

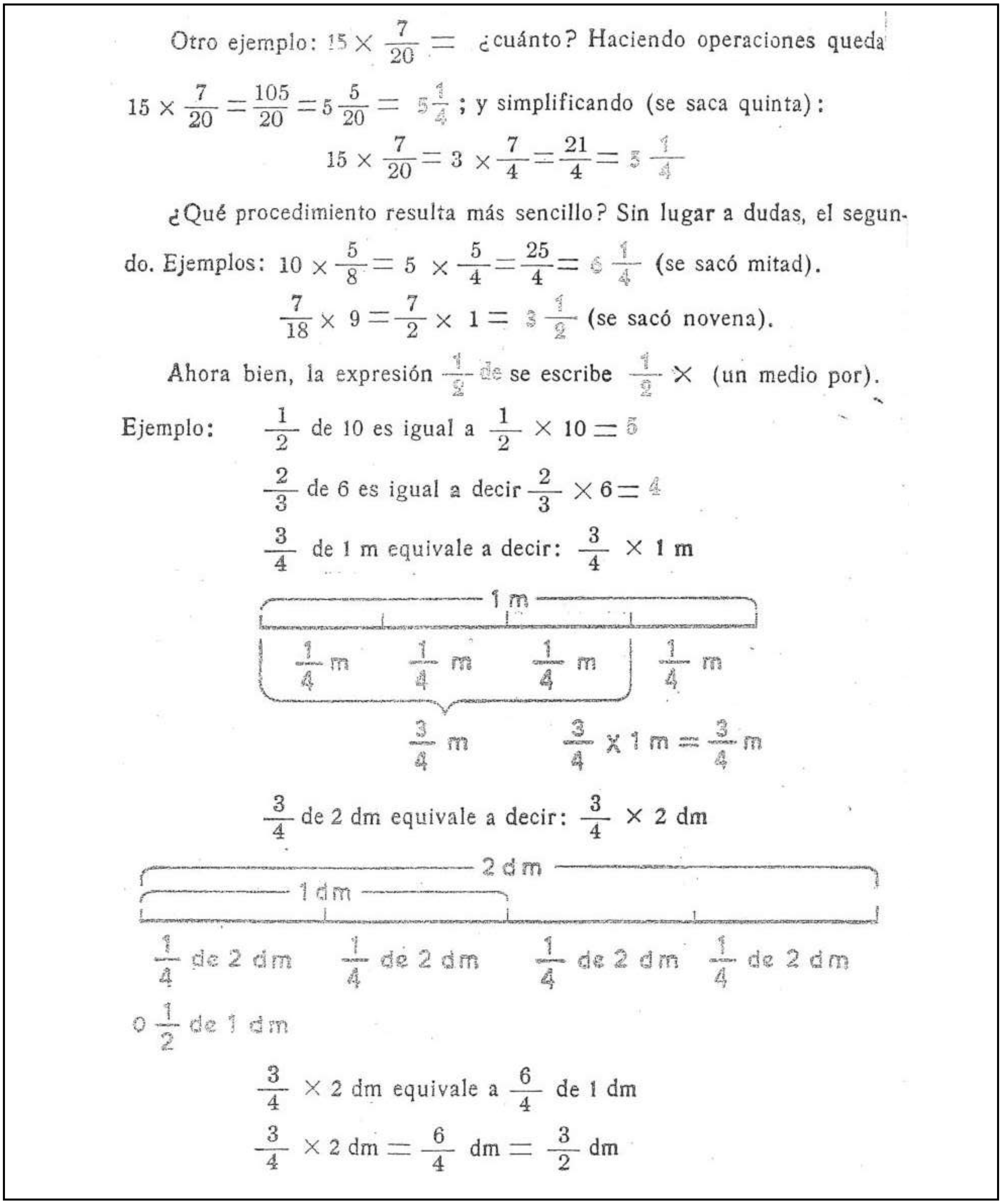
$\frac{2}{3} \times 8 = \frac{16}{3}$ $\quad 5 \times \frac{3}{7} = \frac{15}{7}$ $\quad \frac{7}{9} \times 6 = \frac{42}{9}$

observamos que, al **multiplicar un número entero por un quebrado, sólo se multiplica el numerador** y se deja el mismo denominador. La operación puede hacerse **más sencilla**; por ejemplo:

$$9 \times \frac{5}{6} = \frac{45}{6} = 7\,\frac{3}{6} = 7\,\frac{1}{2};$$

lo cual se simplifica sacando **tercera** al entero y al denominador:

$$9 \times \frac{5}{6} = 3 \times \frac{5}{2} = \frac{15}{2} = 7\,\frac{1}{2}$$



Otro ejemplo: $15 \times \frac{7}{20} =$ ¿cuánto? Haciendo operaciones queda

$15 \times \frac{7}{20} = \frac{105}{20} = 5\frac{5}{20} = 5\frac{1}{4}$; y simplificando (se saca quinta):

$$15 \times \frac{7}{20} = 3 \times \frac{7}{4} = \frac{21}{4} = 5\,\frac{1}{4}$$

¿Qué procedimiento resulta más sencillo? Sin lugar a dudas, el segundo. Ejemplos: $10 \times \frac{5}{8} = 5 \times \frac{5}{4} = \frac{25}{4} = 6\,\frac{1}{4}$ (se sacó mitad).

$$\frac{7}{18} \times 9 = \frac{7}{2} \times 1 = 3\,\frac{1}{2} \text{ (se sacó novena).}$$

Ahora bien, la expresión $\frac{1}{2}$ de se escribe $\frac{1}{2} \times$ (un medio por).

Ejemplo: $\frac{1}{2}$ de 10 es igual a $\frac{1}{2} \times 10 = 5$

$\frac{2}{3}$ de 6 es igual a decir $\frac{2}{3} \times 6 = 4$

$\frac{3}{4}$ de 1 m equivale a decir: $\frac{3}{4} \times 1$ m

1 m

$\frac{1}{4}$ m $\frac{1}{4}$ m $\frac{1}{4}$ m $\frac{1}{4}$ m

$\frac{3}{4}$ m $\frac{3}{4} \times 1 \text{ m} = \frac{3}{4} \text{ m}$

$\frac{3}{4}$ de 2 dm equivale a decir: $\frac{3}{4} \times 2$ dm

2 dm

1 dm

$\frac{1}{4}$ de 2 dm $\frac{1}{4}$ de 2 dm $\frac{1}{4}$ de 2 dm $\frac{1}{4}$ de 2 dm

o $\frac{1}{2}$ de 1 dm

$\frac{3}{4} \times 2$ dm equivale a $\frac{6}{4}$ de 1 dm

$$\frac{3}{4} \times 2 \text{ dm} = \frac{6}{4} \text{ dm} = \frac{3}{2} \text{ dm}$$

Si se desea saber qué parte de una hora es $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$ de hora, la respuesta es 10 minutos; ya que la tercera parte de una hora son 20 minutos y la mitad de 20 minutos son 10 minutos. La operación pudo hacerse así:

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \quad \text{y} \quad \frac{1}{6}\ \text{h} = 10\ \text{min}$$

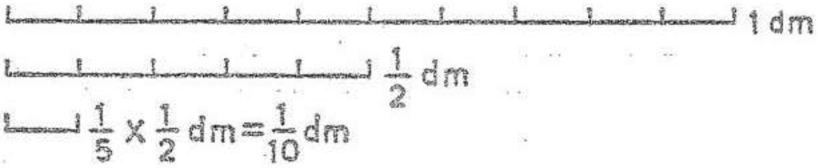
La tercera parte $\left(\frac{1}{3}\right)$ de las tres cuartas partes $\left(\frac{3}{4}\right)$ de un peso son 25 ¢; pues las $\left(\frac{3}{4}\right)$ parte de un peso son 75 ¢ y la tercera parte de 75 ¢ son 25 ¢.

La operación es: $\frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ y \$ $\frac{1}{4} = 25$ ¢

¿Qué parte de una docena es $\frac{1}{4}$ de las $\frac{2}{3}$ partes?

Será: $\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$. Es, pues, $\frac{1}{6}$ de una docena, o sea 2 unidades.

Se desea saber cuánto de 1 dm es $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{2}$ dm



Vamos a copiar las operaciones que se hicieron en cada uno de los ejemplos anteriores:

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \qquad \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \qquad \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{6} \qquad \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{10}$$

Resulta fácil ver que si se **multiplican dos quebrados**, el resultado es otro quebrado cuyo **numerador** es el **producto de los numeradores**, y cuyo **denominador** es el **producto de los denominadores**. Así:

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{3}{20} \qquad \frac{2}{7} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{35} \qquad \frac{4}{7} \times \frac{5}{9} = \frac{20}{63}$$

En muchas ocasiones se puede simplificar la operación; por ejemplo:

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{6} = \text{¿cuánto?}$$

Buscamos si hay un **factor común** a un numerador y a un denominador. El 3 (numerador) y el 6 (denominador) tienen **tercera**.

$\frac{3}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{1 \times 1}{4 \times 2} = \frac{1}{8}$; otro ejemplo: $\frac{2}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{1 \times 1 \times 1}{1 \times 2 \times 2} = \frac{1}{4}$

Sólo puede simplificarse cada vez **un numerador con un denominador.**

Cuando en la multiplicación hay números mixtos se **necesita convertirlos a quebrados.** Por ejemplo:

$1\frac{1}{3} \times 5\frac{1}{4} = \frac{4}{3} \times \frac{21}{4} = 7 \qquad 2\frac{1}{3} \times 1\frac{2}{7} = \frac{7}{3} \times \frac{9}{7} = 3$

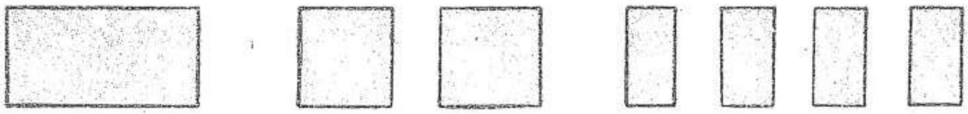
Si el resultado de una **multiplicación de dos factores** es 1, los factores son números **recíprocos,** así:

$3 \times \frac{1}{3} = 1$, $\qquad$ 3 y $\frac{1}{3}$ son números recíprocos.

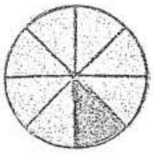
$\frac{1}{4} \times 4 = 1$, $\qquad$ $\frac{1}{4}$ y 4 son números recíprocos;

$\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$ $\qquad$ $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{2}$ son números recíprocos.

Si se divide una hoja en 2 partes iguales, y cada parte se corta por mitad, encontramos:



Claramente vemos que, 1 hoja $: 2 = \frac{1}{2}$ hoja; $\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{4}$



¿Cuántos octavos caben en un entero? Sin duda alguna caben 8. Esto es, $1 : \frac{1}{8} = 8$. Un entero tiene 10 décimos. ¿Cuántos décimos hay en 3 enteros? Resulta sencillo pensar que son 30. La operación es, $3 : \frac{1}{10} = 30$.

Fracciones y sus operaciones

Copiaremos los tres ejemplos siguientes y, a continuación, escribiremos unas multiplicaciones:

$$\begin{array}{ll} \frac{1}{2} : \underset{\dots}{2} = \frac{1}{4} & \qquad \frac{1}{2} \times \underset{\dots}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4} \\ 1 : \underset{\dots}{\frac{1}{8}} = 8 & \qquad 1 \times \underset{\dots}{8} = 8 \\ 3 : \underset{\dots}{\frac{1}{10}} = 30 & \qquad 3 \times \underset{\dots}{10} = 30 \end{array}$$

Observando con atención las dos columnas veremos que el primer número del ejercicio de la izquierda y el primer número del ejercicio de la derecha de cada renglón es el **mismo,** y el resultado también es **igual** varían en dos cosas, en la **operación** ejecutada (una es división y la otra es multiplicación) y en el segundo número de los ejemplos de cada renglón. Esos números diferentes están señalados y dicen:

“divido entre $\underset{\dots}{2}$” “multiplico por $\underset{\dots}{\frac{1}{2}}$”

“divido entre $\underset{\dots}{\frac{1}{8}}$” “multiplico por $\underset{\dots}{8}$”

“divido entre $\underset{\dots}{\frac{1}{10}}$” “multiplico por $\underset{\dots}{10}$”

Los números 2 y $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{8}$ y 8, $\frac{1}{10}$ y 10 son, como dijimos antes, números recíprocos. Entonces resulta algo muy importante: **dividir entre un número es igual a multiplicar por su recíproco.** Si esto lo entendemos bien, sabremos dividir quebrados, transformando toda división en multiplicación. Por ejemplo:

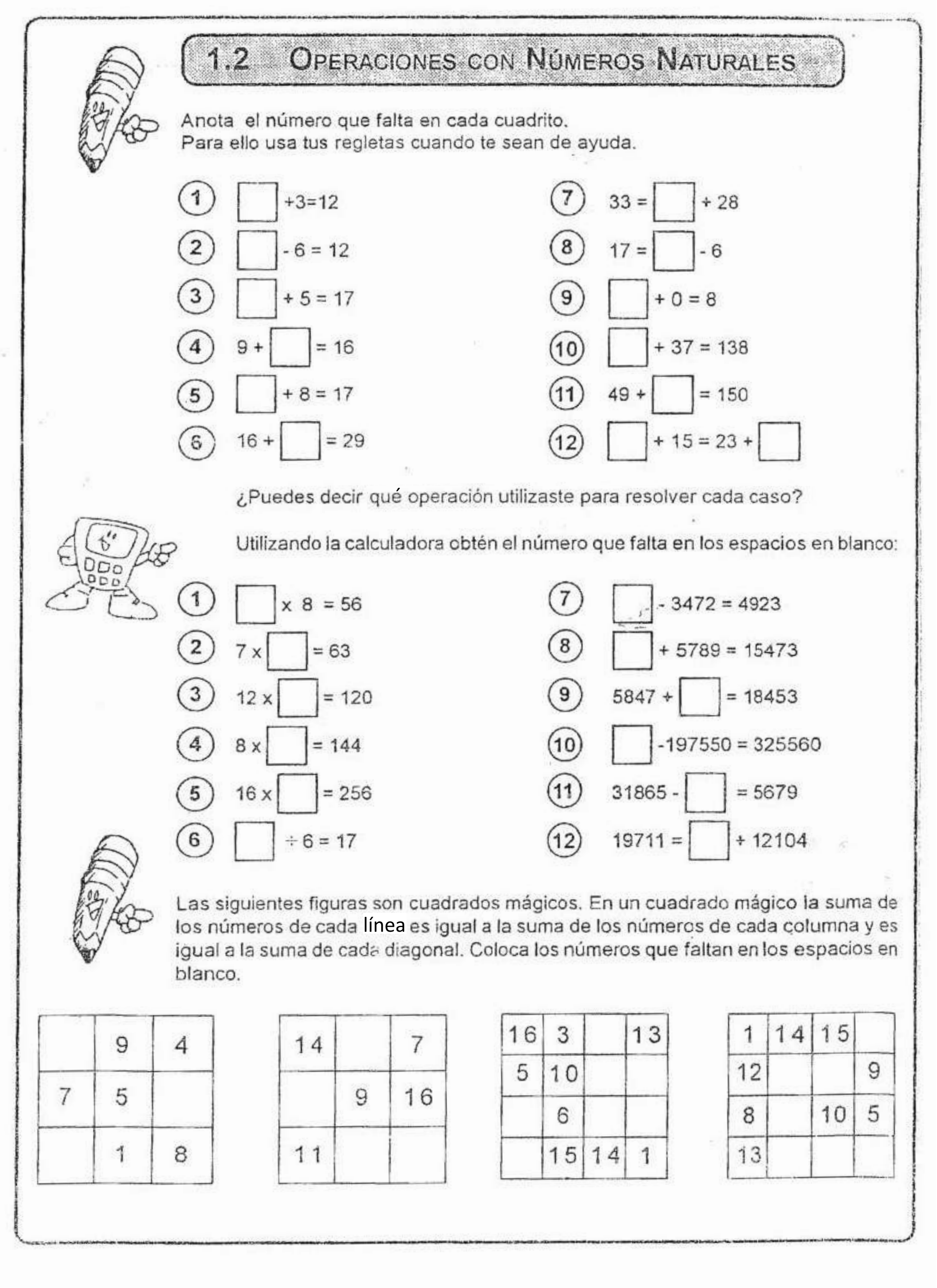
$$3 : \frac{2}{3} = 3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2} \qquad \frac{5}{6} : 2 = \frac{5}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{12}$$

$$\frac{3}{4} : \frac{2}{5} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$$

Si hay números mixtos; primero se convierten en quebrados y luego se transforma en multiplicación. Así:

$$3\frac{1}{2} : 2\frac{3}{4} = \frac{7}{2} : \frac{11}{4} = \frac{7}{2} \times \frac{4}{11} = \frac{14}{11} = 1\frac{3}{11}$$

Cálculo mental y estimación de resultados



1.2 OPERACIONES CON NÚMEROS NATURALES

Anota el número que falta en cada cuadrito.
Para ello usa tus regletas cuando te sean de ayuda.

① ☐ +3=12
② ☐ - 6 = 12
③ ☐ + 5 = 17
④ 9 + ☐ = 16
⑤ ☐ + 8 = 17
⑥ 16 + ☐ = 29
⑦ 33 = ☐ + 28
⑧ 17 = ☐ - 6
⑨ ☐ + 0 = 8
⑩ ☐ + 37 = 138
⑪ 49 + ☐ = 150
⑫ ☐ + 15 = 23 + ☐

¿Puedes decir qué operación utilizaste para resolver cada caso?

Utilizando la calculadora obtén el número que falta en los espacios en blanco:

① ☐ x 8 = 56
② 7 x ☐ = 63
③ 12 x ☐ = 120
④ 8 x ☐ = 144
⑤ 16 x ☐ = 256
⑥ ☐ ÷ 6 = 17
⑦ ☐ - 3472 = 4923
⑧ ☐ + 5789 = 15473
⑨ 5847 + ☐ = 18453
⑩ ☐ -197550 = 325560
⑪ 31865 - ☐ = 5679
⑫ 19711 = ☐ + 12104

Las siguientes figuras son cuadrados mágicos. En un cuadrado mágico la suma de los números de cada línea es igual a la suma de los números de cada columna y es igual a la suma de cada diagonal. Coloca los números que faltan en los espacios en blanco.

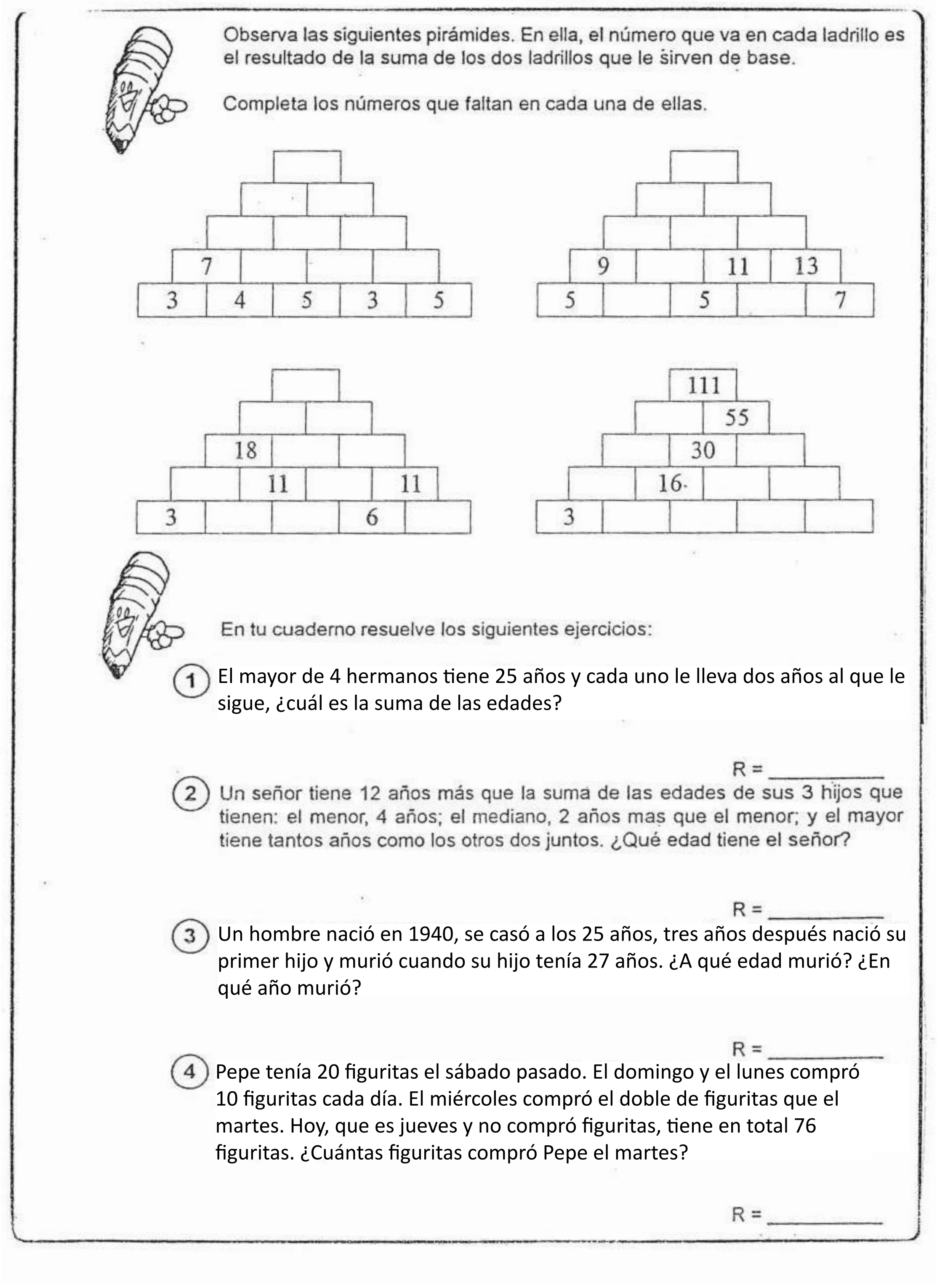
	9	4
7	5	
	1	8

14		7
	9	16
11		

16	3		13
5	10		
	6		
	15	14	1

1	14	15	
12			9
8		10	5
13			

Cálculo mental y estimación de resultados



Observa las siguientes pirámides. En ella, el número que va en cada ladrillo es el resultado de la suma de los dos ladrillos que le sirven de base.

Completa los números que faltan en cada una de ellas.

7				
3	4	5	3	5

9		11	13	
5		5		7

18				
	11		11	
3			6	

111				
	55			
	30			
	16			
3				

En tu cuaderno resuelve los siguientes ejercicios:

① El mayor de 4 hermanos tiene 25 años y cada uno le lleva dos años al que le sigue, ¿cuál es la suma de las edades?

R = ___________

② Un señor tiene 12 años más que la suma de las edades de sus 3 hijos que tienen: el menor, 4 años; el mediano, 2 años mas que el menor; y el mayor tiene tantos años como los otros dos juntos. ¿Qué edad tiene el señor?

R = ___________

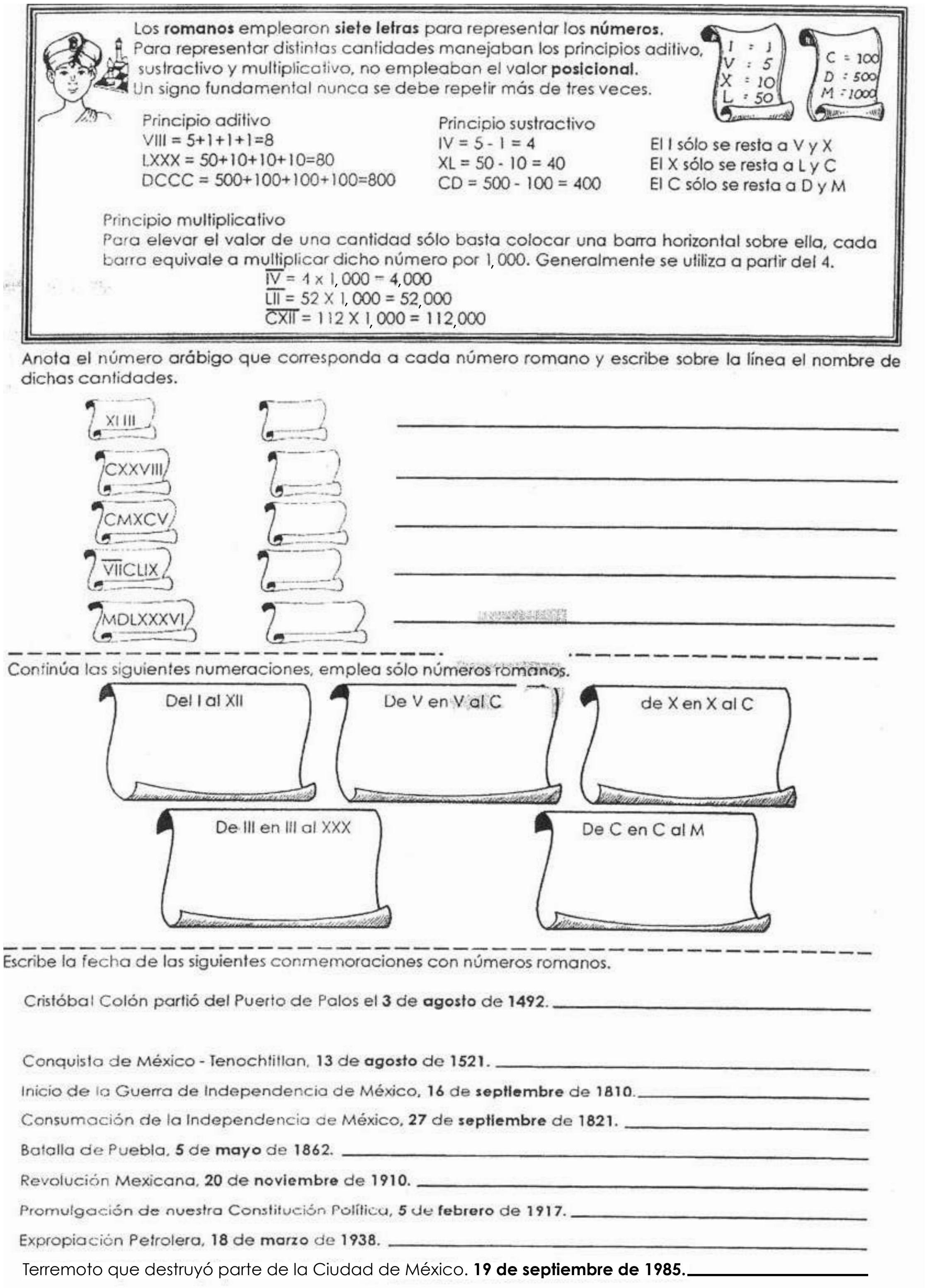
③ Un hombre nació en 1940, se casó a los 25 años, tres años después nació su primer hijo y murió cuando su hijo tenía 27 años. ¿A qué edad murió? ¿En qué año murió?

R = ___________

④ Pepe tenía 20 figuritas el sábado pasado. El domingo y el lunes compró 10 figuritas cada día. El miércoles compró el doble de figuritas que el martes. Hoy, que es jueves y no compró figuritas, tiene en total 76 figuritas. ¿Cuántas figuritas compró Pepe el martes?

R = ___________

Sistemas de numeración antiguos: romanos



Los **romanos** emplearon **siete letras** para representar los **números**.
Para representar distintas cantidades manejaban los principios aditivo, sustractivo y multiplicativo, no empleaban el valor **posicional**.
Un signo fundamental nunca se debe repetir más de tres veces.

I = 1
V = 5
X = 10
L = 50

C = 100
D = 500
M = 1000

Principio aditivo
VIII = 5+1+1+1=8
LXXX = 50+10+10+10=80
DCCC = 500+100+100+100=800

Principio sustractivo
IV = 5 - 1 = 4
XL = 50 - 10 = 40
CD = 500 - 100 = 400

El I sólo se resta a V y X
El X sólo se resta a L y C
El C sólo se resta a D y M

Principio multiplicativo
Para elevar el valor de una cantidad sólo basta colocar una barra horizontal sobre ella, cada barra equivale a multiplicar dicho número por 1,000. Generalmente se utiliza a partir del 4.

$\overline{\text{IV}}$ = 4 x 1,000 = 4,000
$\overline{\text{LII}}$ = 52 X 1,000 = 52,000
$\overline{\text{CXII}}$ = 112 X 1,000 = 112,000

Anota el número arábigo que corresponda a cada número romano y escribe sobre la línea el nombre de dichas cantidades.

XI III ____ ____________________
CXXVIII ____ ____________________
CMXCV ____ ____________________
$\overline{\text{VII}}$CLIX ____ ____________________
MDLXXXVI ____ ____________________

Continúa las siguientes numeraciones, emplea sólo números romanos.

Del I al XII
De V en V al C
de X en X al C
De III en III al XXX
De C en C al M

Escribe la fecha de las siguientes conmemoraciones con números romanos.

Cristóbal Colón partió del Puerto de Palos el **3** de **agosto** de **1492**. ____________________

Conquista de México - Tenochtitlan, **13** de **agosto** de **1521**. ____________________

Inicio de la Guerra de Independencia de México, **16** de **septiembre** de **1810**. ____________________

Consumación de la Independencia de México, **27** de **septiembre** de **1821**. ____________________

Batalla de Puebla, **5** de **mayo** de **1862**. ____________________

Revolución Mexicana, **20** de **noviembre** de **1910**. ____________________

Promulgación de nuestra Constitución Política, **5** de **febrero** de **1917**. ____________________

Expropiación Petrolera, **18** de **marzo** de **1938**. ____________________

Terremoto que destruyó parte de la Ciudad de México. **19 de septiembre de 1985.** ____________________

UNIDAD 7

E.T. ÁLGEBRA

El término algebraico como elemento básico de la ecuación

TÉRMINO es una expresión algebraica que consta de un sólo símbolo o de varios símbolos no separados entre sí por el signo + o -. Así, a, 3b, 2xy, -43ax son términos.

Los elementos de un término son cuatro: el signo, el coeficiente, la parte literal y el grado.

Por el signo, son términos positivos los que van precedidos del signo + y negativos los que van precedidos del signo - . Así, + a, + 8x, + 9ab son términos positivos y - x, - 5bc y -b son términos negativos.

El signo + suele omitirse delante de los términos positivos . Así, a equivale a + a; 3ab equivale a + 3ab. Por tanto, cuando un término no va precedido de ningún signo es positivo.

El coeficiente, como se dijo antes, es uno cualquiera, generalmente el primero, de los factores del término. Así, en el término 50 el coeficiente es 5; en -3a2x3 el coeficiente es -3.

La parte literal la constituyen las letras que haya en el término.

EL GRADO DE UN TÉRMINO puede ser de dos clases: absoluto y con relación a una letra.

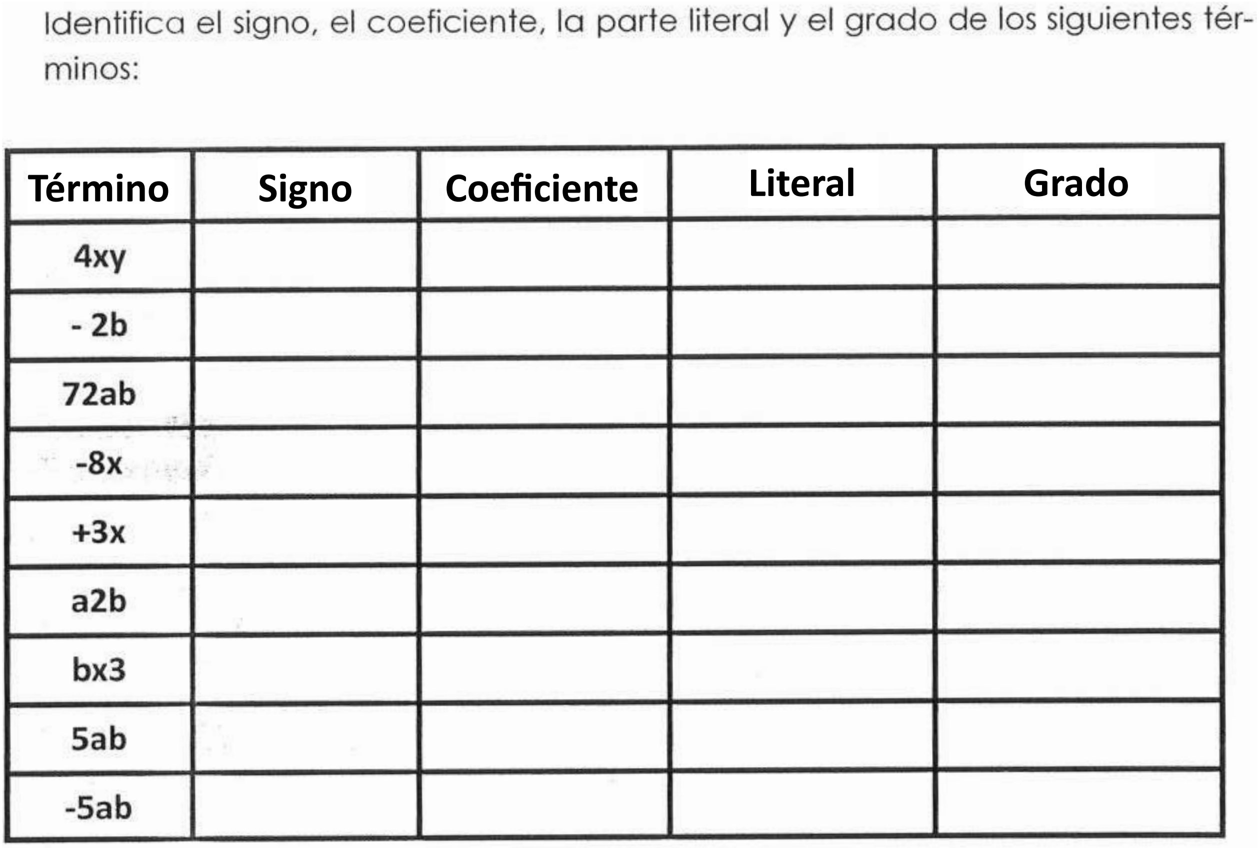
Grado absoluto de un término es la suma de los exponentes de sus factores literales. Así, el término 40 es de primer grado porque el exponente del factor literal a es 1; el término ab es de segundo grado porque la suma de los exponentes de sus factores literales es 1 + 1 = 2; el término a^2b es de tercer grado porque la suma de los exponentes de sus factores literales es 2 + 1 = 3; $5a^4 b^3c^2$ es de noveno grado porque la suma de los exponentes de sus factores literales es 4 + 3 + 2 = 9.

El grado de un término con relación a una letra es el exponente de dicha letra. Así, el término bx^3 es de primer grado con relación a b y de tercer grado con relación a x; $4x^2 y^4$ es de segundo grado con relación a x y de cuarto grado con relación a y.

UNIDAD 7

E.T. ÁLGEBRA

El término algebraico como elemento básico de la ecuación



Identifica el signo, el coeficiente, la parte literal y el grado de los siguientes términos:

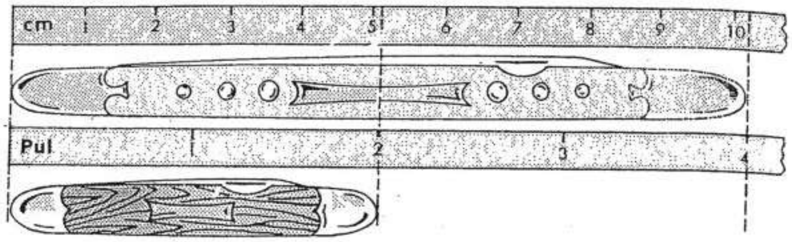
Término	Signo	Coeficiente	Literal	Grado
4xy				
- 2b				
72ab				
-8x				
+3x				
a2b				
bx3				
5ab				
-5ab				

Escalas

Razones y dibujos en escala

El lenguaje de las razones resulta frecuentemente útil al hablar y pensar sobre los números racionales. Los ejemplos y ejercicios siguientes te ayudarán a entender estas ideas.

Podemos comparar objetos utilizando la idea de **razón.** Podemos referirnos a la longitud y decir por ejemplo:

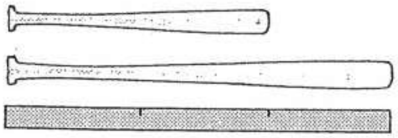


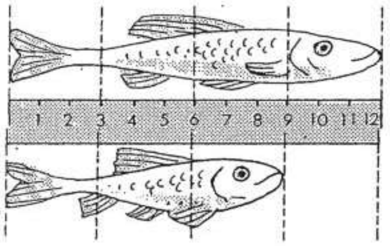
La **razón** de la longitud de una navaja grande con la de una pequeña es de **10 a 5.**
La **razón** de la longitud de la navaja grande con la pequeña es de **4 a 2.**
La **razón** de la longitud de la navaja grande con la pequeña es de **2 a 1.**

EJERCICIOS

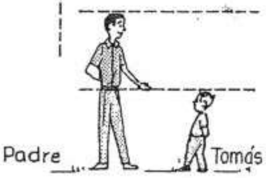
1. Copia la parte roja y luego halla el número que falta. La razón de la

- [A] longitud del bate de juguete con la del bate grande es de 2 a ___.
- [B] longitud del bate grande con la del bate de juguete es de 3 a ___.
- [C] longitud del bate grande con la del bate de juguete es de 36 a ___.
- [D] longitud del pez grande con la del pequeño es de 4 a ___.
- [E] La razón de la longitud del pez pequeño con la del pez grande es de __ a __.

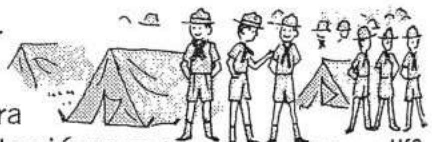




2. La razón de la estatura del padre y la de Tomás es de 2 a 1. El padre mide 1,80 m. ¿Cuánto mide Tomás?

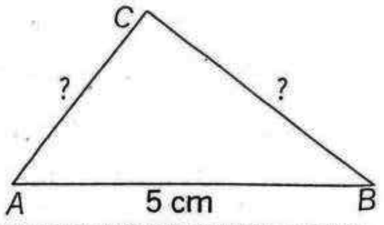


3. Podemos aprovechar la razón para comparar dos conjuntos. Hay sólo 1 tienda para cada 3 niños. La **razón** de las tiendas disponibles para los niños es de **1** a **3**. Si hay 4 tiendas, ¿cuántos jóvenes se encuentran allí?



Escalas

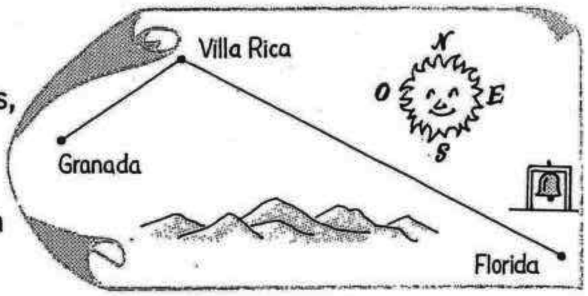
4. Si $\overleftrightarrow{AB} = 5$ cm, entonces **[A]** longitud $\overleftrightarrow{CB} =$?
[B] $\overleftrightarrow{AC} =$? (Utiliza tu regla de centímetros.)



5. Cada segmento del mapa representa cierta distancia en la tierra. El mapa está dibujado en escala. Utiliza tu regla en cm y halla los números que faltan.

[A] Si la distancia de Granada a Villa Rica es de 2 kilómetros, la distancia de Villa Rica a Florida será de ___ .

[B] Un cm en el mapa representa ___ kilómetro(s) en tierra.



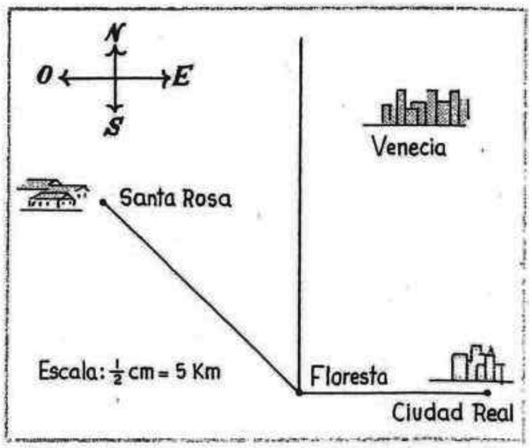
6. $\frac{1}{2}$ cm en este mapa representa 5 kilómetros en tierra.
Lo anterior suele indicarse:

Escala: $\frac{1}{2}$ cm = 5 kilómetros.

[A] ¿A qué distancia está Ciudad Real de La Floresta?

[B] ¿A qué distancia está La Floresta de Santa Rosa?

[C] De La Floresta a Venecia hay 20 km por el norte. ¿Cuántos cm arriba del punto que representa a La Floresta debe estar el que representa a Venecia?

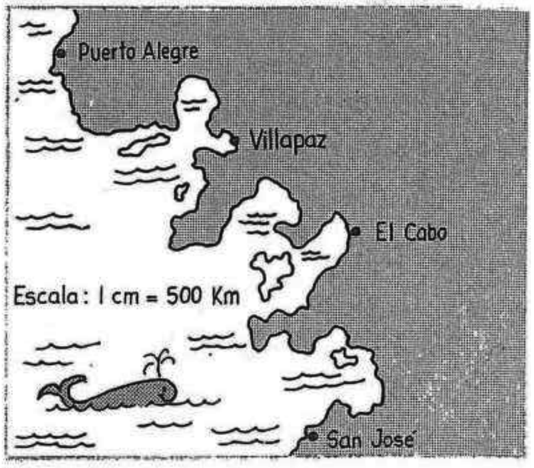


7. Utiliza la escala del mapa para responder las siguientes preguntas:

[A] ¿Cuánto hay aproximadamente de Puerto Alegre a San José?

[B] ¿Cuánto hay aproximadamente de El Cabo a Villapaz?

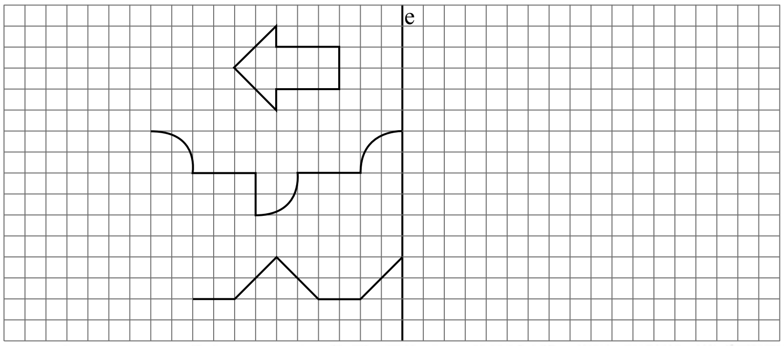
[C] ¿Cuánto hay aproximadamente de Villapaz a San José?



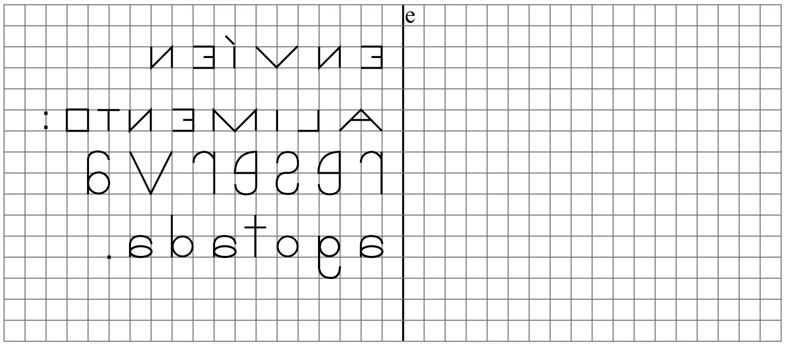
8. Escoge una escala y dibuja un mapa que muestre tu casa y tu escuela.

Simetría

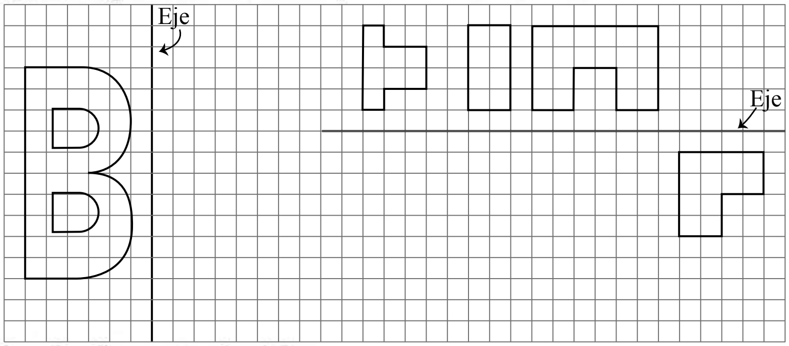
1 **Completa los dibujos; toma en cuenta que son simétricos respecto al eje e.**



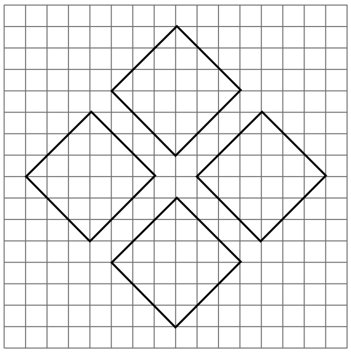
2 **Descifra el mensaje que es simétrico respecto al eje e.**

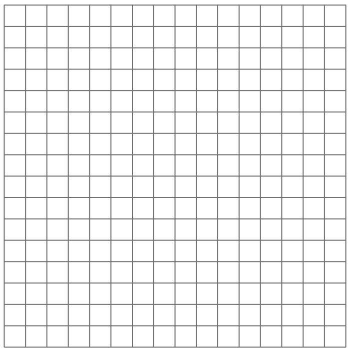


3 **Traza las figuras simétricas respecto a los ejes que aparecen.**



4 **Reproduce las figuras y coloréalas.**





Unidades de energía

Unidades de energía	
Concepto ENERGÍA	El término energía (del griego ἐνέργεια [enérgueia], 'actividad', 'operación'; de ἐνεργός [energós], 'fuerza de acción' o 'fuerza trabajando') tiene diversas acepciones y definiciones, relacionadas con la idea de una capacidad para obrar, transformar o poner en movimiento. En física, «energía» se define como la capacidad para realizar un trabajo. En tecnología y economía, «energía» se refiere a un recurso natural (incluyendo a su tecnología asociada) para extraerla, transformarla y darle un uso industrial o económico.

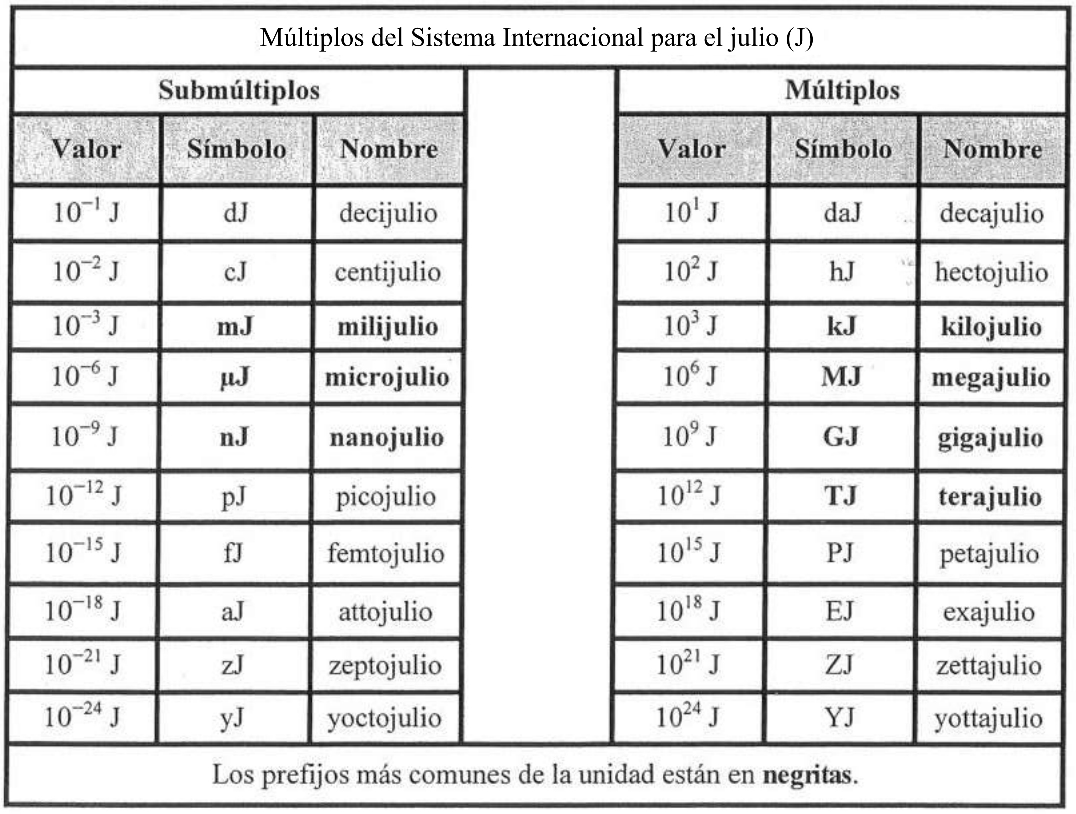
El julio (en inglés y también en español: joule; pronunciado jul) es la unidad derivada del Sistema Internacional utilizada para medir energía, trabajo y calor. Como unidad de trabajo, el joule se define como la cantidad de trabajo realizado por una fuerza constante de un newton para desplazar una masa de un kilogramo, un metro de longitud en la misma dirección de la fuerza.

La unidad julio se puede definir como:

El trabajo necesario para mover una carga eléctrica de un columbio através de una tensión (diferencia de potencial) de un voltio. Es decir, un voltio-columbio (V·C). Esta relación se puede utilizar, a su vez, para definir la unidad voltio. El trabajo necesario para producir un vatio (watt) de potencia durante un segundo. Es decir, un vatio-segundo (W·S). Esta relación es, además, utilizable para definir el vatio.

Puede utilizarse para medir calor, el cual es energía cinética (movimiento en forma de vibraciones) a escala atómica y molecular de un cuerpo.

Toma su nombre en honor del físico James Prescott Joule.



Múltiplos del Sistema Internacional para el julio (J)

Submúltiplos			Múltiplos		
Valor	**Símbolo**	**Nombre**	**Valor**	**Símbolo**	**Nombre**
10^{-1} J	dJ	decijulio	10^{1} J	daJ	decajulio
10^{-2} J	cJ	centijulio	10^{2} J	hJ	hectojulio
10^{-3} J	**mJ**	**milijulio**	10^{3} J	**kJ**	**kilojulio**
10^{-6} J	**µJ**	**microjulio**	10^{6} J	**MJ**	**megajulio**
10^{-9} J	**nJ**	**nanojulio**	10^{9} J	**GJ**	**gigajulio**
10^{-12} J	pJ	picojulio	10^{12} J	**TJ**	**terajulio**
10^{-15} J	fJ	femtojulio	10^{15} J	PJ	petajulio
10^{-18} J	aJ	attojulio	10^{18} J	EJ	exajulio
10^{-21} J	zJ	zeptojulio	10^{21} J	ZJ	zettajulio
10^{-24} J	yJ	yoctojulio	10^{24} J	YJ	yottajulio

Los prefijos más comunes de la unidad están en **negritas**.

UNIDAD 7

E.T. PROBABILIDAD Y
ESTADÍSTICA

Inferencias

Las inferencias son deducciones lógicas que se hacen luego de reunir la evidencia suficiente para respaldar tu conclusión. Haces inferencias todos los días cuando predices el resultado de un evento o una decisión. Puedes usar algunas actividades para enseñarles a los niños a hacer inferencias con fundamentos. Las inferencias son una parte importante para que los niños sepan sacar sus propias conclusiones de las historias que leen o para que aprendan cómo comenzar a usar la lógica para responder preguntas.

Poesía

La poesía es una actividad excelente para enseñar a realizar inferencias porque los autores las llenan de pistas que proporcionan una impresión de la idea original del autor. Escoge poesías que tengan un significado subyacente o idea mayor. Lee un poema en voz alta y discute algunos de los posibles significados en base a sus pistas contextuales. Alienta a la clase a extraer evidencia específica del poema para respaldar sus conclusiones. Discute los significados alternativos de las pistas que eligieron e intenta construir el significado en general del trabajo.

Silogismos

Los silogismos son una forma de inferencias simples que emplean dos premisas lógicas para llegar a una solución única y unificada. Diseñas los silogismos con la idea de que las premisas son correctas y la lógica es correcta, por ende, la solución también debe ser correcta. Proporciónales dos premisas a tu clase y pídeles que creen una solución. Como ejemplo, puedes combinar las dos premisas “Mantener tu escritorio ordenado te ayuda a encontrar tus materiales” y “Tener tus materiales mejora tus notas” para formar la solución “Mantener tu escritorio organizado mejora tus notas”. Pídeles a tus alumnos que evalúen cada premisa y discutan si éstas son correctas o no.

Predicciones para cuentos

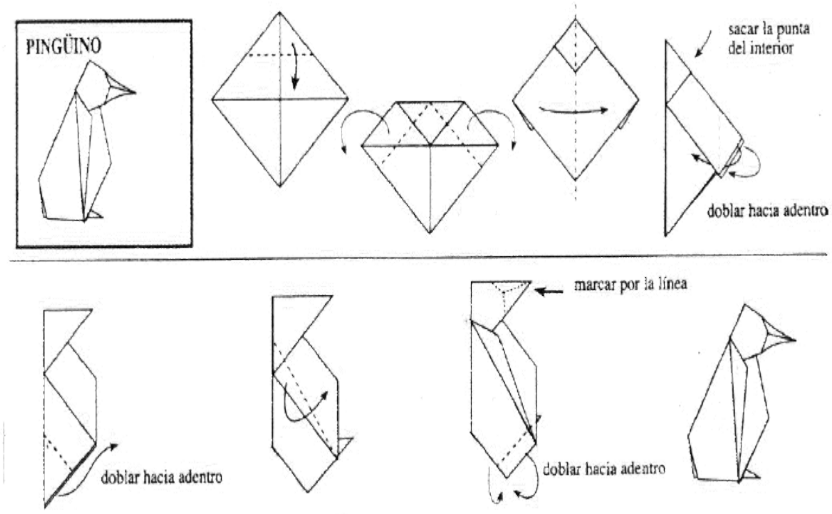
Puedes desarrollar tu capacidad de hacer inferencias leyendo cualquier trabajo de prosa y haciendo predicciones acerca de la conclusión; sin embargo, los cuentos te permiten hacer esto en mucho menos tiempo. Pídele a tu clase que lea una parte de un cuento hasta el punto en que tengan las pistas que necesitan para predecir el final. Diles que hagan predicciones sobre cómo se seguirá desarrollando la historia y cómo la resolverá el autor. Discute las pistas que los llevaron a hacer esas predicciones y aliéntalos a usar esta técnica con todas sus tareas de lectura.

Lecciones de historia

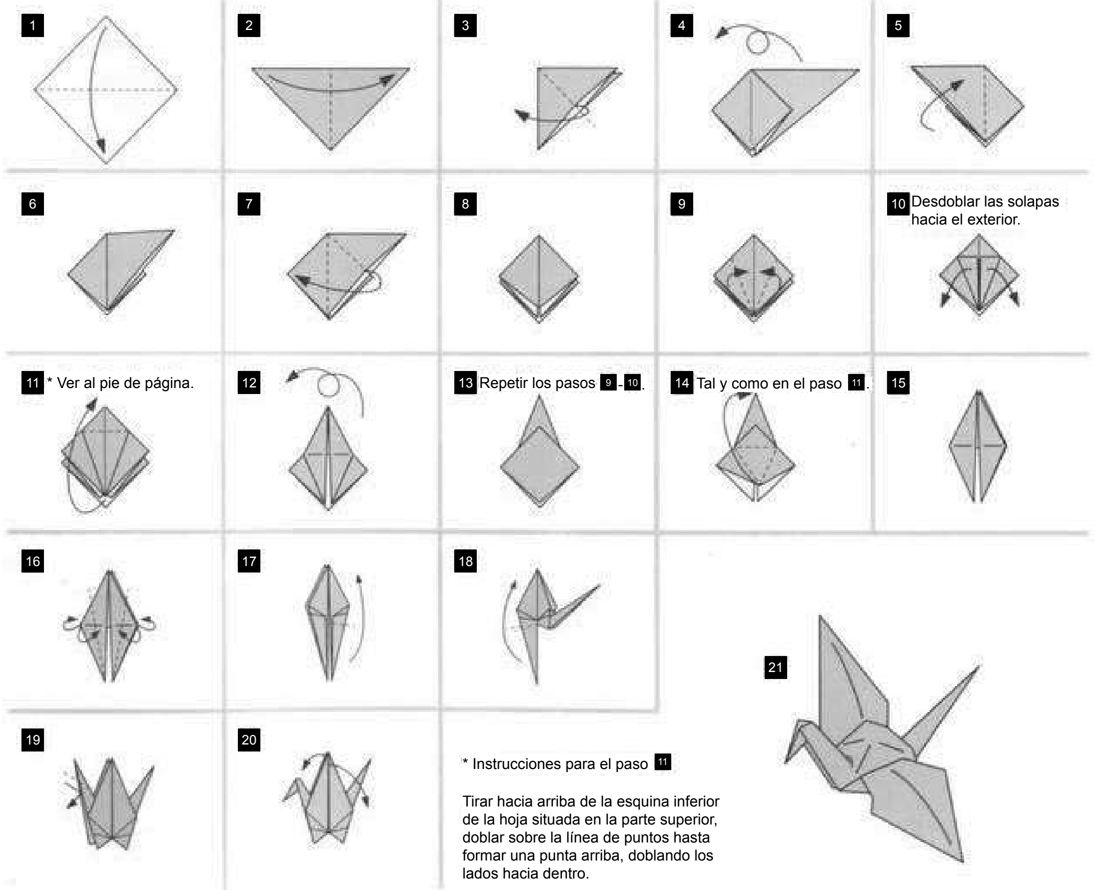
Las lecciones de historia ofrecen una oportunidad ideal para que les enseñes a tus alumnos a hacer inferencias al mismo tiempo que aprenden historia. Durante la lección, dile a las clase las situaciones que conducen a un evento más grande. Incluye las pistas suficientes para que puedan hacer inferencias sobre lo que ocurrirá. Pídeles que realicen una predicción de cómo se desarrollarán los eventos y sobre el resultado general. Esta lección les enseña a los alumnos a seleccionar las pistas importantes de la información general para luego hacer inferencias específicas acerca del resultado esperado. Simultáneamente, la atención extra a las pistas o detalles de la historia les ayuda a entender las condiciones que rodean a los eventos históricos.

UNIDAD 7

Pingüino y grulla



Cómo hacer una grulla de papel



10 Desdoblar las solapas hacia el exterior.

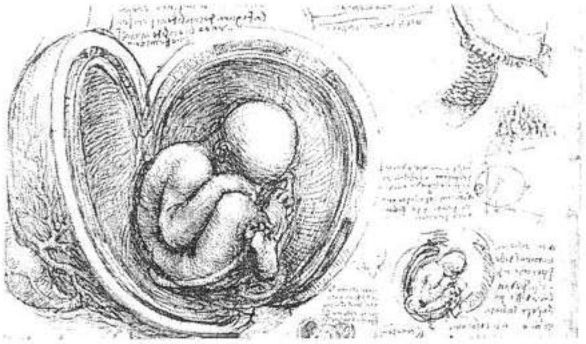
11 * Ver al pie de página.

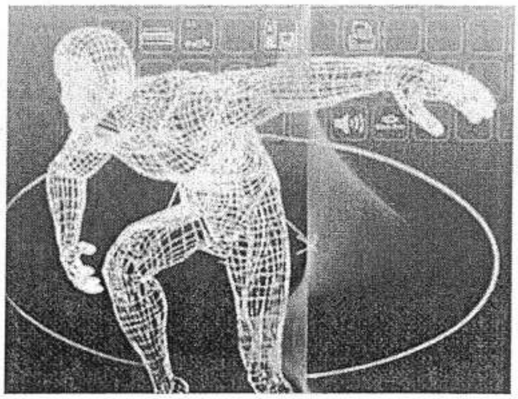
13 Repetir los pasos 9 - 10.

14 Tal y como en el paso 11.

* Instrucciones para el paso 11

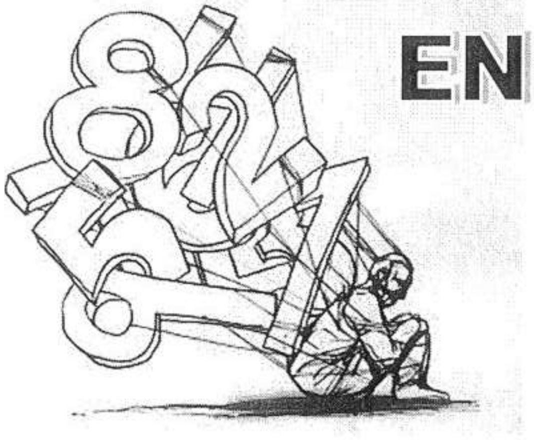
Tirar hacia arriba de la esquina inferior de la hoja situada en la parte superior, doblar sobre la línea de puntos hasta formar una punta arriba, doblando los lados hacia dentro.

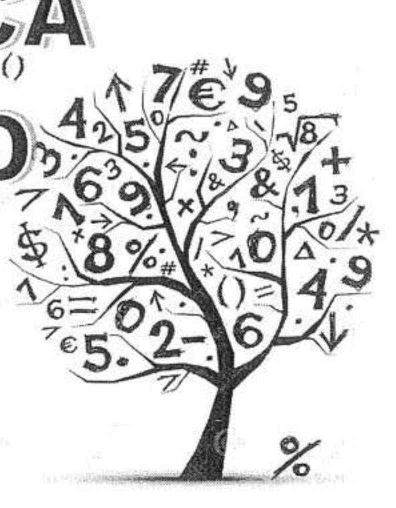




UNIDAD 8

LA EDUCACIÓN PÚBLICA, GRATUITA, INTEGRAL, POPULAR, HUMANISTA, Y CIENTÍFICA EN MÉXICO





UNIDAD 8

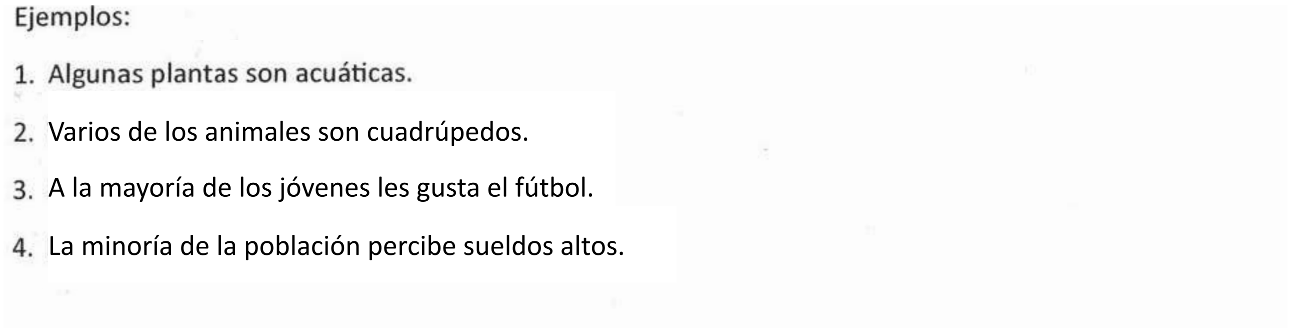
Palabras y conceptos

EJE TEMÁTICO	PALABRAS CLAVE	CONCEPTO
LÓGICA Y CONJUNTOS	• Clásica • Modales • Metalógica • Pragmática • Probable	**Clásica:** Que se considera como modelo digno de imitación en el arte o la literatura. **Pragmática:** Parte de la lingüística que estudia la relación del lenguaje con el hablante y el oyente y con el contexto en que se realiza la comunicación.
ARITMÉTICA	• Naturales • Fracciones • Matrices • Operadores • Teorema	**Matrices:** Es un arreglo bidimensional de números, y en su mayor generalidad de elementos de un anillo. Las matrices se usan generalmente para describir sistemas de ecuaciones lineales, sistemas de ecuaciones diferenciales o representar una aplicación lineal (dada una base). Las matrices se describen en el campo de la teoría de matrices. **Teorema:** Es una proposición que afirma una verdad demostrable. En matemáticas, es toda proposición que partiendo de un supuesto (hipótesis), afirma una verdad (tesis) no evidente por sí misma o es una fórmula bien formada que puede ser demostrada dentro de un sistema formal, partiendo de axiomas u otros teoremas. Demostrar teoremas es un asunto central en la lógica matemática. Los teoremas también pueden ser expresados en lenguaje natural formalizado.
GEOMETRÍA	• Romboide • Trapezoide • Exicentro • Semejanza • Corona	**Romboide:** Figura geométrica de cuatro lados que no forman ángulos rectos, de los cuales son iguales los opuestos y desiguales los contiguos. **Semejanza:** Dos figuras geométricas son semejantes si existe al menos una relación de semejanza o similitud entre ambos.
ÁLGEBRA	• Solución • Propiedad • Corchetes • Fórmulas • Representación	**Corchetes:** Es un signo ortográfico doble (compuesto por dos signos simples, uno de apertura y otro de cierre) que aparece acotando una oración que se intercala en otra con la que está relacionada, o en expresiones matemáticas. **Fórmulas:** En matemáticas y otras ciencias, una fórmula es una forma breve de expresar información de modo simbólico, o una relación general entre cantidades.
MEDICIÓN	• Decímetro • Hectómetro • Decámetro • Rod • Cadena	**Hectómetro:** Medida de longitud, de símbolo hm, que es igual a 100 metros. **Cadena:** Objeto formado por una serie de piezas metálicas iguales, enlazadas entre sí y articuladas de manera que constituyen un circuito cerrado; sirve para comunicar un movimiento en una máquina, herramienta, etc.
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA	• Encuesta • Muestreo • Confiabilidad • Procesamiento • Deportes	**Encuesta:** Conjunto de preguntas tipificadas dirigidas a una muestra representativa, para averiguar estados de opinión o diversas cuestiones de hecho. **Muestreo:** Selección de una pequeña parte estadísticamente determinada, utilizada para inferir el valor de una o varias características del conjunto.

Los juicios particulares. Juicios universales

En el sujeto de los juicios particulares se menciona el concepto de una clase, o sea, a un concepto universal, que recibe el nombre de concepto principal; sin embargo, la extensión del concepto principal se encuentra ilimitada en el juicio a sólo una parte de los objetos que la forman, lo cual se expresa por las palabras “una parte”, “varios”, “la mayoría”, “la minoría” y otras expresiones semejantes; pero, lo más común es usar la palabra “algunos”. De esta manera, expresamos que lo que se afirma o se niega no corresponde a todos los objetos de la clase nombrada en el concepto principal sino solamente a algunos, o por lo menos a algunos de los objetos que los componen.

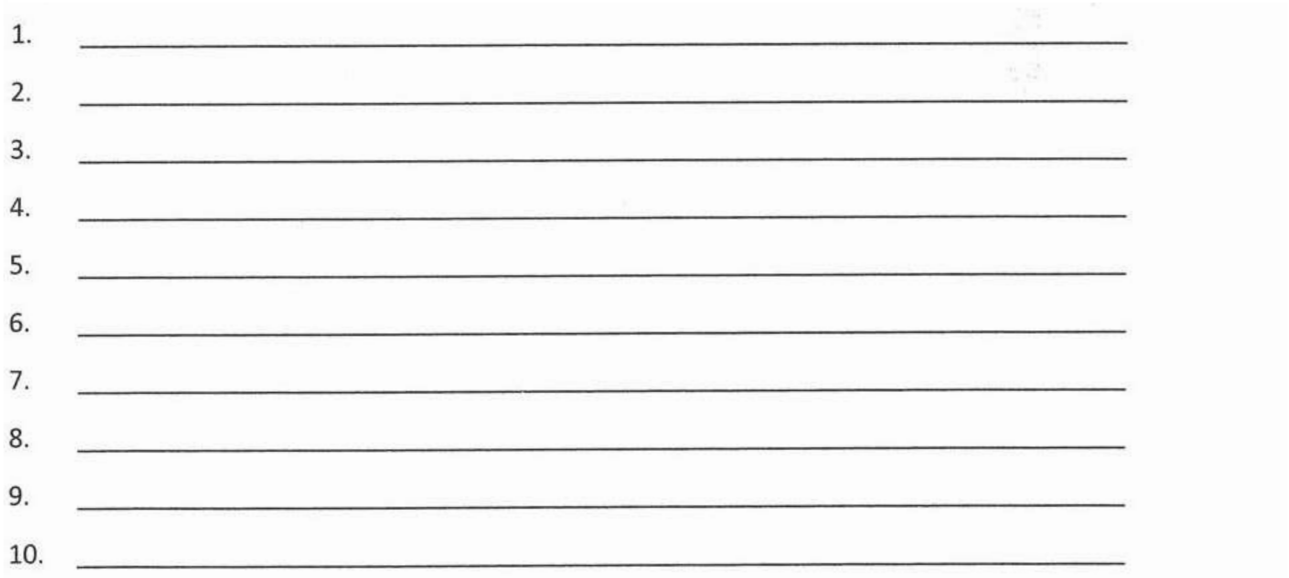
El predicado del juicio particular se presenta generalizado, ya que se hace abstracción de sus grados. En el juicio “algunos metales son más pesados que el agua”, cuyo sujeto se refiere a una parte de los objetos de la clase “metales”, no se toman en cuenta las diferencias entre los metales, ni en el predicado las que existen por el grado mayor o menor en que los metales a que se refiere el sujeto son más pesados que el agua.



Ejemplos:

1. Algunas plantas son acuáticas.
2. Varios de los animales son cuadrúpedos.
3. A la mayoría de los jóvenes les gusta el fútbol.
4. La minoría de la población percibe sueldos altos.

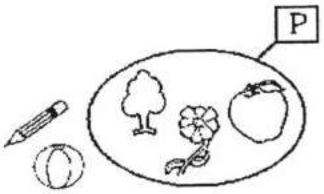
Escribe ejemplos de juicios particulares utilizando las generalizaciones: algunas, algunos, varios, la mayoría, la minoría y otros.



1. ____________________
2. ____________________
3. ____________________
4. ____________________
5. ____________________
6. ____________________
7. ____________________
8. ____________________
9. ____________________
10. ____________________

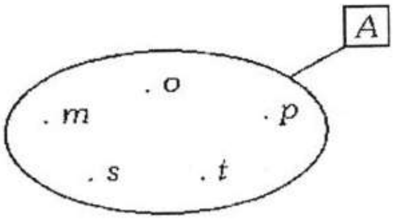
Ejercicio de pertenencia y no pertenencia

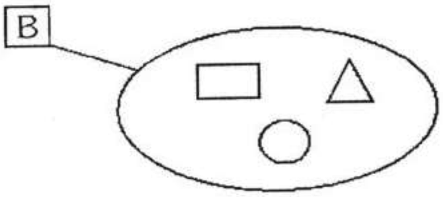
Se utiliza los signos:
∈ pertenece
∉ no pertenece



 ∈ P ⇨ El árbol pertenece al conjunto P.
 ∈ P ⇨ La manzana pertenece al conjunto P.
 ∉ P ⇨ El lápiz no pertenece al conjunto P.
 ∈ P ⇨ La flor pertenece al conjunto P.
 ∉ P ⇨ La pelota no pertenece al conjunto P.

1. Completa con los símbolos ∈ ó ∉.



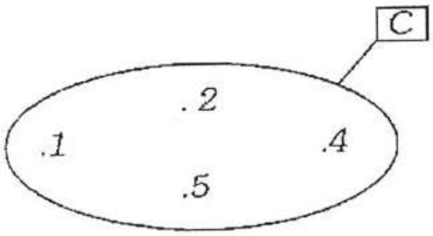


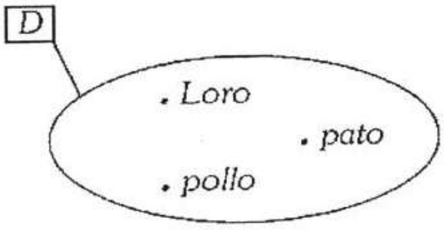
m ________ A
o ________ A
h ________ A
s ________ A

x ________ A
a ________ A
t ________ A
p ________ A

□ ________ B
▭ ________ B
△ ________ B

⏢ ________ B
◇ ________ B
○ ________ B





1 ________ C
2 ________ C
3 ________ C

4 ________ C
5 ________ C
6 ________ C

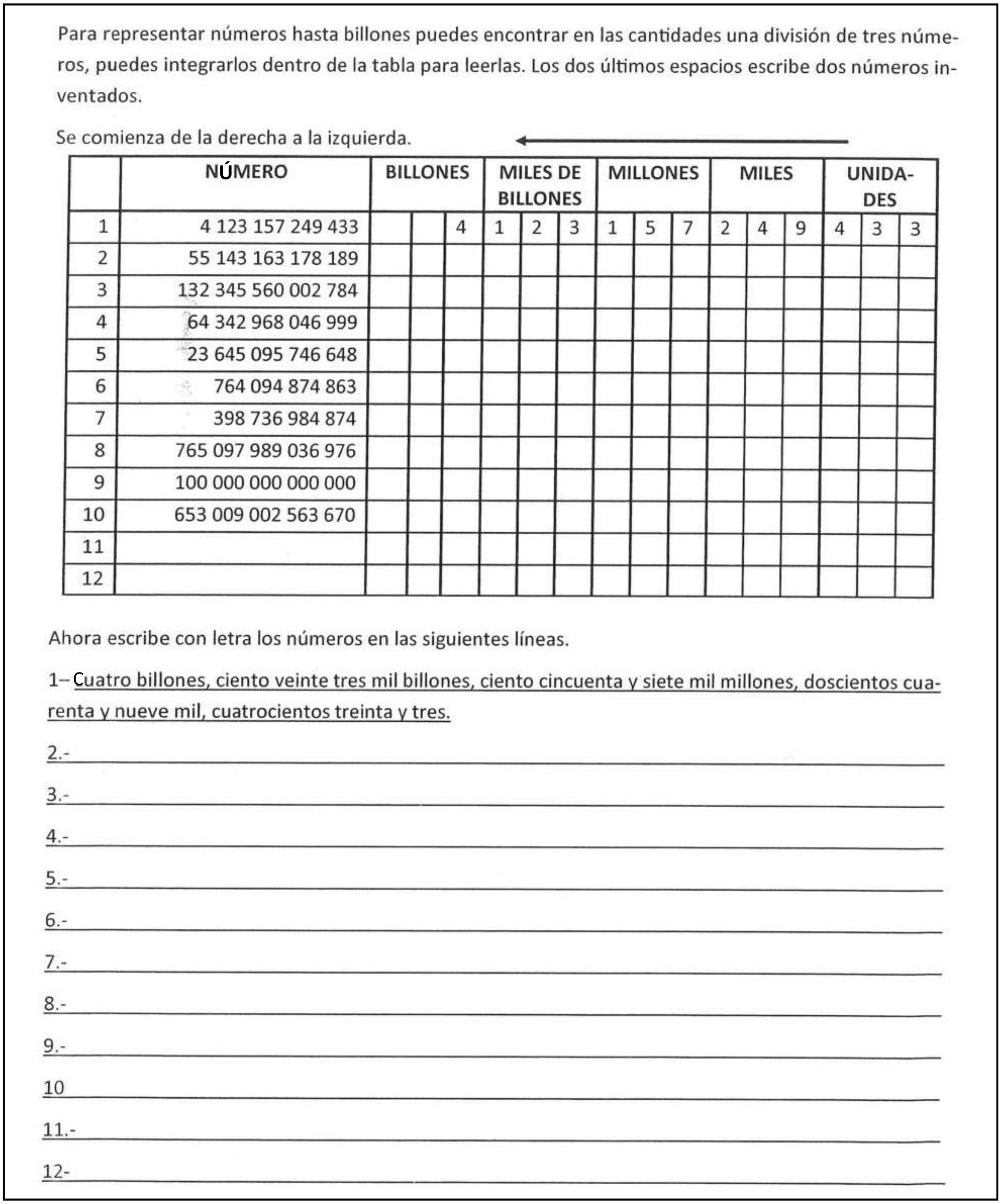
loro ________ D
pavo ________ D
pollo ________ D

lobo ________ D
pato ________ D
gato ________ D

UNIDAD 8

E.T. ARITMÉTICA

Números hasta el billón. Lectura y escritura



Para representar números hasta billones puedes encontrar en las cantidades una división de tres números, puedes integrarlos dentro de la tabla para leerlas. Los dos últimos espacios escribe dos números inventados.

Se comienza de la derecha a la izquierda. ←

	NÚMERO	BILLONES			MILES DE BILLONES			MILLONES			MILES			UNIDADES		
1	4 123 157 249 433			4	1	2	3	1	5	7	2	4	9	4	3	3
2	55 143 163 178 189															
3	132 345 560 002 784															
4	64 342 968 046 999															
5	23 645 095 746 648															
6	764 094 874 863															
7	398 736 984 874															
8	765 097 989 036 976															
9	100 000 000 000 000															
10	653 009 002 563 670															
11																
12																

Ahora escribe con letra los números en las siguientes líneas.

1– Cuatro billones, ciento veinte tres mil billones, ciento cincuenta y siete mil millones, doscientos cuarenta y nueve mil, cuatrocientos treinta y tres.

2.-

3.-

4.-

5.-

6.-

7.-

8.-

9.-

10

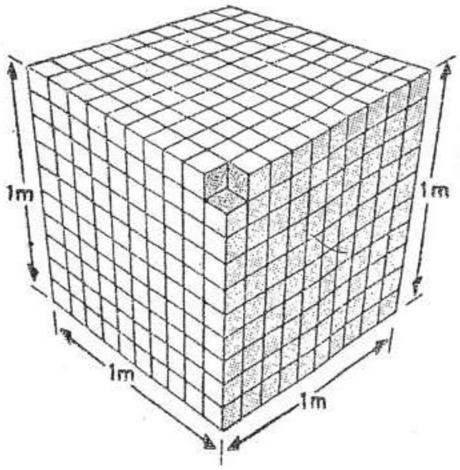
11.-

12-

UNIDAD 8

E.T. ARITMÉTICA

El metro cúbico



Los **múltiplos** del metro cúbico se emplean poco; pero, en cambio, sus **submúltiplos** se usan mucho. Éstos son:

Decímetro cúbico .... dm^3
Centímetro cúbico .... cm^3
Milímetro cúbico .... mm^3

Medidas lineales	Medidas cúbicas
1 m = 10 dm	$1\ m^3 = (10\ dm)^3 = 1\,000\ dm^3$
1 m = 100 cm	$1\ m^3 = (100\ cm)^3 = 1\,000\,000\ cm^3$
1 m = 1 000 mm	$1\ m^3 = (1\,000\ mm)^3 = 1\,000\,000\,000\ mm^3$

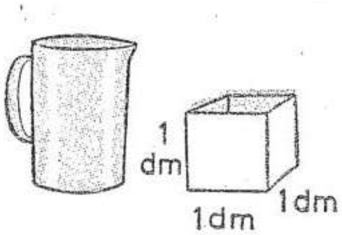
También se pueden expresar así:

$$1\ m^3 = 1{,}000\ dm^3 = 1{,}000{,}000\ cm^3$$

$$1\ dm^3 = 1{,}000\ cm^3 = 1{,}000{,}000\ mm^3$$

$$1\ cm^3 = 1{,}000\ mm^3$$

A la **capacidad de 1 dm³** se le llama **litro,** y es la unidad fundamental de las medidas de capacidad. En tu Cuaderno de Trabajo están anotadas las medidas que se utilizan en la práctica. Además, están los ejercicios relativos a este tema.



Tanto las medidas de volumen como las de capacidad son necesarias para resolver algunos problemas relativos a los cuerpos, entendiendo por cuerpo lo que ocupa un lugar en el espacio.

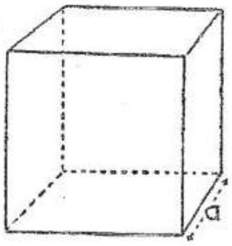
Todos los cuerpos se hallan limitados por superficies; éstas reciben el nombre de caras, y las líneas donde se juntan dos caras se llaman **aristas.**

$$12\ cm^2 \times 6\ cm = 72\ cm^3$$

De aquí resulta la fórmula: **V = B X h**

Esta fórmula nos dice que **para encontrar el volumen de un prisma se obtiene la superficie de una de sus bases y se multiplica por la altura del prisma.**

Hay un prisma regular **el cubo**. Sus caras son iguales, y su volumen, como el de todos los prismas, será:



V = B X h

Así, $B = 4\ cm \times 4\ cm = 16\ cm^2$

$V = 16\ cm^2 \times 4\ cm = 64\ cm^3$

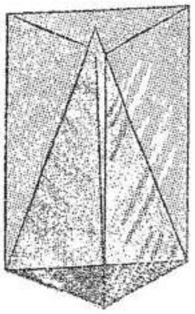
Es fácil ver que hemos elevado al cubo el valor del lado (que podemos llamar **a**). Esto, como ya hemos visto, puede escribirse: a^3

Entonces, el volumen de un cubo se encuentra con la fórmula $V = a^3$, y ésta expresa que **el volumen de un cubo es igual al cubo de su lado o arista.**

Por ejemplo, ¿cuál es el volumen de un cubo cuya arista mide 3.2 cm?

$V = a^3 \qquad V = (3.2\ cm)^3 = 3.2\ cm \times 3.2\ cm \times 3.2\ cm = 32.768\ cm^3.$

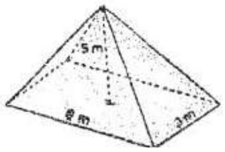
Construye un prisma y una pirámide de la misma base y de la misma altura (en tu Cuaderno de Trabajo verás cómo se hacen). Procura no pegar la base, de manera que quede como tapa. Si llenas de arena la pirámide y vacías su contenido en el prisma, encontrarás que necesitas el cupo de tres pirámides para llenar el prisma. Esto quiere decir que el volumen **de una pirámide es siempre la tercera parte del de un prisma que tenga la misma base y la misma altura de la pirámide.** Se puede indicar así:



$$V = \frac{B\ X\ h}{2}$$

Por ejemplo, supongamos que deseamos conocer el volumen de la pirámide representada en la ilustración.

1º Obtenemos la superficie de la base:



$B = 8\ m \times 3\ m = 24\ m^2$

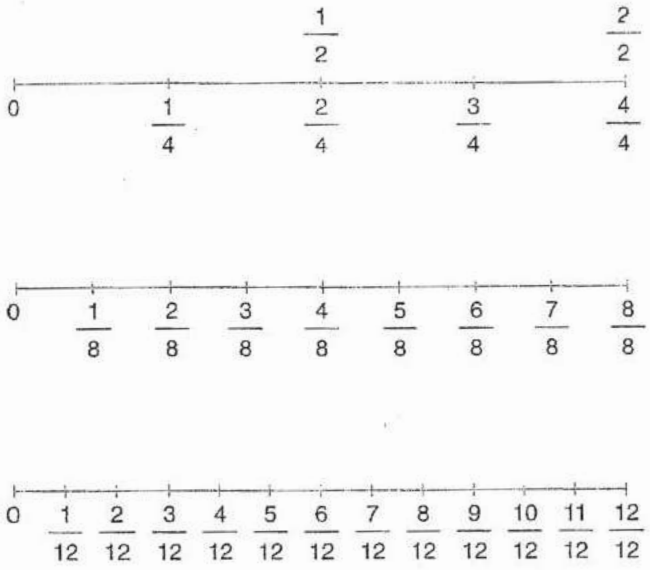
UNIDAD 8

E.T. ARITMÉTICA

Comparación de fracciones

Orden entre fracciones

1 **Observa las rectas y escribe** >,< o =,



$\frac{4}{12}$ < $\frac{3}{4}$

$\frac{8}{8}$ ☐ $\frac{12}{12}$

$\frac{4}{8}$ ☐ $\frac{6}{12}$

$\frac{2}{4}$ ☐ $\frac{4}{8}$

$\frac{2}{4}$ ☐ $\frac{7}{8}$

$\frac{1}{4}$ ☐ $\frac{6}{8}$

$\frac{1}{8}$ ☐ $\frac{1}{12}$

$\frac{11}{12}$ ☐ $\frac{7}{8}$

2 **Compara las siguientes fracciones y escribe** >,< o = **según corresponde.**

S $\frac{4}{3}$ > $\frac{2}{5}$ M

O $\frac{7}{10}$ ☐ $\frac{21}{100}$ U

M $\frac{6}{7}$ ☐ $\frac{7}{8}$ N

B $\frac{6}{5}$ ☐ $\frac{3}{2}$ R

I $\frac{24}{24}$ ☐ $\frac{36}{72}$ R

I $\frac{5}{6}$ ☐ $\frac{7}{8}$ E

- Anota la letra que corresponde a la fracción mayor de cada pareja.

S ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

3 **Escribe las siguientes fracciones de mayor a menor.**

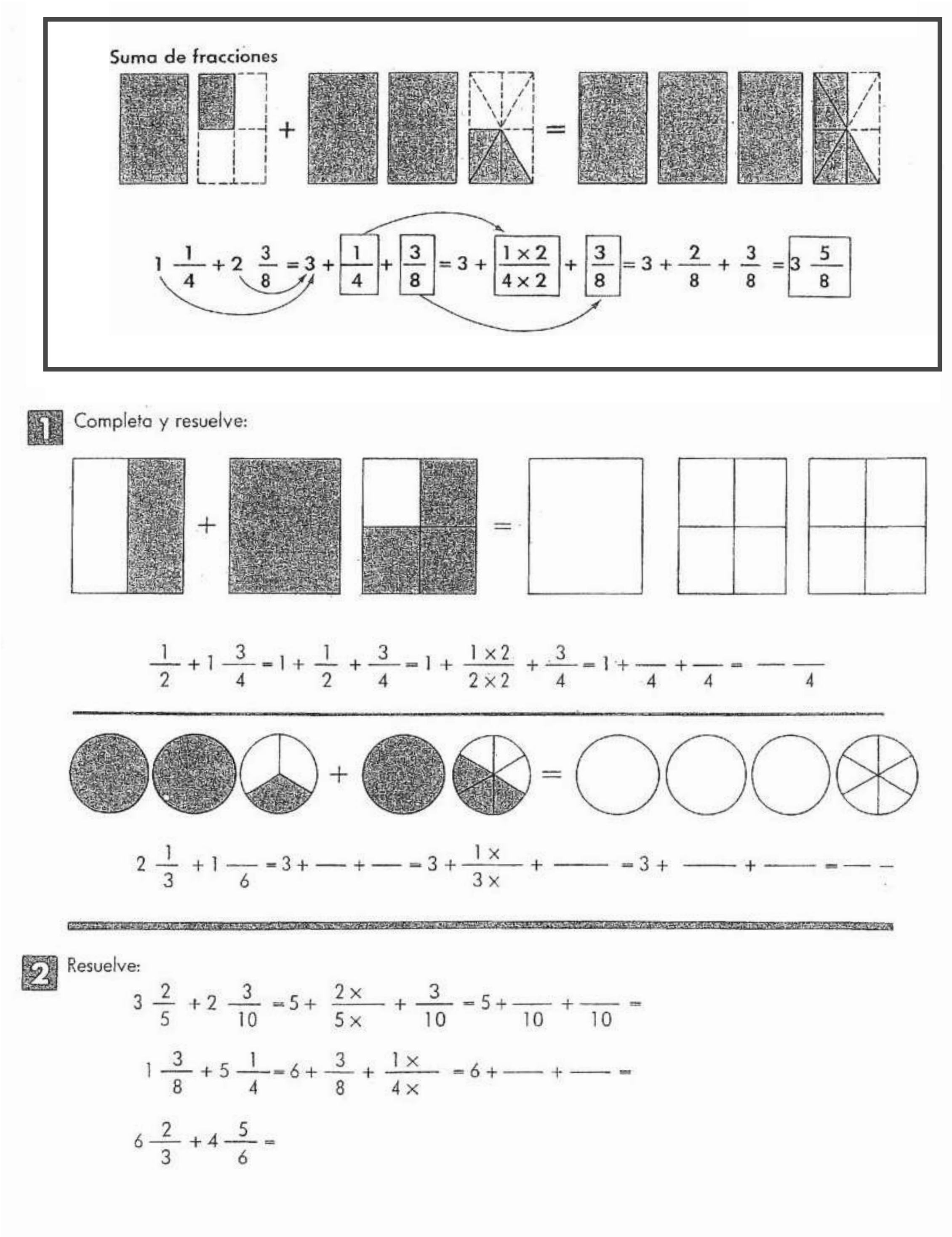
$\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{7}{4}$

☐ > ☐ > ☐

UNIDAD 8

E.T. ARITMÉTICA

Suma y resta de fracciones



Suma de fracciones

$$1\frac{1}{4}+2\frac{3}{8}=3+\boxed{\frac{1}{4}}+\boxed{\frac{3}{8}}=3+\boxed{\frac{1\times 2}{4\times 2}}+\boxed{\frac{3}{8}}=3+\frac{2}{8}+\frac{3}{8}=\boxed{3\frac{5}{8}}$$

1 Completa y resuelve:

$$\frac{1}{2}+1\frac{3}{4}=1+\frac{1}{2}+\frac{3}{4}=1+\frac{1\times 2}{2\times 2}+\frac{3}{4}=1+\frac{\quad}{4}+\frac{\quad}{4}=\frac{\quad}{\quad}\,\frac{\quad}{4}$$

$$2\frac{1}{3}+1\frac{\quad}{6}=3+\frac{\quad}{\quad}+\frac{\quad}{\quad}=3+\frac{1\times}{3\times}+\frac{\quad}{\quad}=3+\frac{\quad}{\quad}+\frac{\quad}{\quad}=\frac{\quad}{\quad}\,\frac{\quad}{\quad}$$

2 Resuelve:

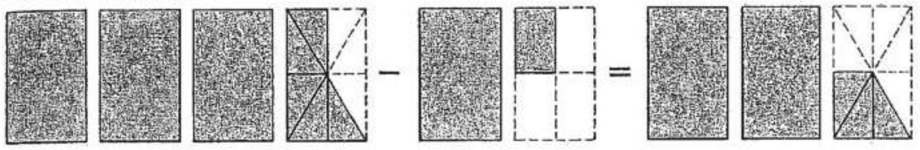
$$3\frac{2}{5}+2\frac{3}{10}=5+\frac{2\times}{5\times}+\frac{3}{10}=5+\frac{\quad}{10}+\frac{\quad}{10}=$$

$$1\frac{3}{8}+5\frac{1}{4}=6+\frac{3}{8}+\frac{1\times}{4\times}=6+\frac{\quad}{\quad}+\frac{\quad}{\quad}=$$

$$6\frac{2}{3}+4\frac{5}{6}=$$

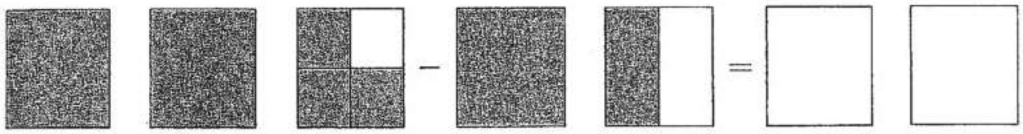
Suma y resta de fracciones

Resta de fracciones



$$3\frac{5}{8} - 1\frac{1}{4} = 2 + \boxed{\frac{5}{8}} - \boxed{\frac{1}{4}} = 2 + \boxed{\frac{5}{8}} - \boxed{\frac{1\times 2}{4\times 2}} = 2 + \frac{5}{8} - \frac{2}{8} = \boxed{2\frac{3}{8}}$$

3 Completa y resuelve:



$$2\frac{3}{4} - 1\frac{1}{2} = 1 + \frac{3}{4} - \frac{\quad}{\quad} = 1 + \frac{3}{4} - \frac{1\times 2}{2\times 2} = 1 + \frac{\quad}{4} - \frac{\quad}{4} =$$

$$3\frac{1}{8} - 1\frac{1}{4} = 2 + \frac{\quad}{8} - \frac{\quad}{4} = 2 + \frac{\quad}{8} - \frac{1\times}{4\times} =$$

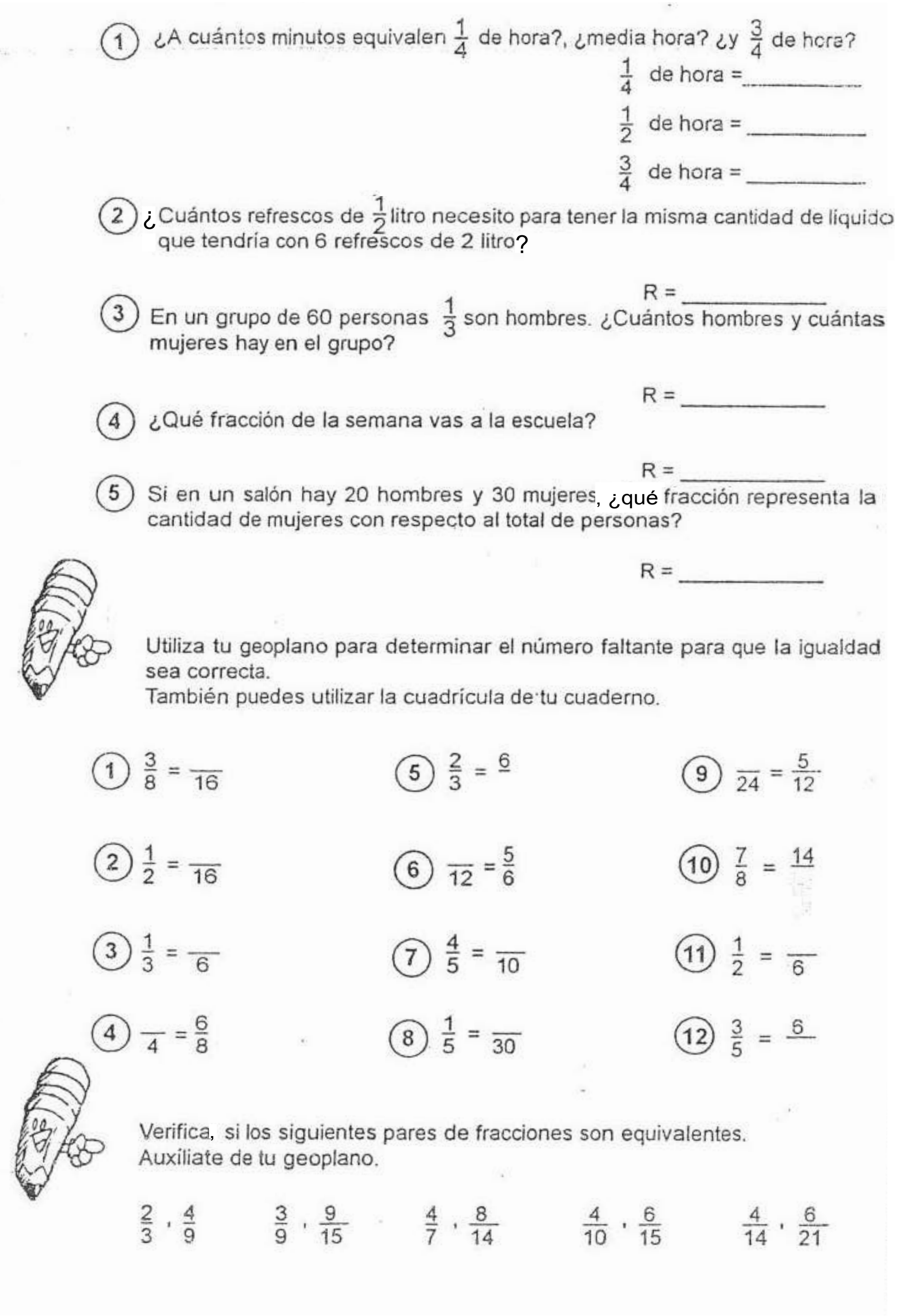
4 Resuelve:

$$5\frac{7}{10} - 3\frac{2}{5} = 2 + \frac{7}{10} - \frac{2}{5} = 2 + \frac{\quad}{10} - \frac{\quad}{10} =$$

$$6\frac{5}{8} - 5\frac{1}{4} = 1 + \frac{5}{8} - \frac{1}{4} =$$

$$10\frac{9}{6} - 6\frac{2}{3} =$$

Suma y resta de fracciones



① ¿A cuántos minutos equivalen $\frac{1}{4}$ de hora?, ¿media hora? ¿y $\frac{3}{4}$ de hora?

$\frac{1}{4}$ de hora =__________

$\frac{1}{2}$ de hora = __________

$\frac{3}{4}$ de hora = __________

② ¿Cuántos refrescos de $\frac{1}{2}$ litro necesito para tener la misma cantidad de liquido que tendría con 6 refrescos de 2 litro?

R = __________

③ En un grupo de 60 personas $\frac{1}{3}$ son hombres. ¿Cuántos hombres y cuántas mujeres hay en el grupo?

R = __________

④ ¿Qué fracción de la semana vas a la escuela?

R = __________

⑤ Si en un salón hay 20 hombres y 30 mujeres, ¿qué fracción representa la cantidad de mujeres con respecto al total de personas?

R = __________

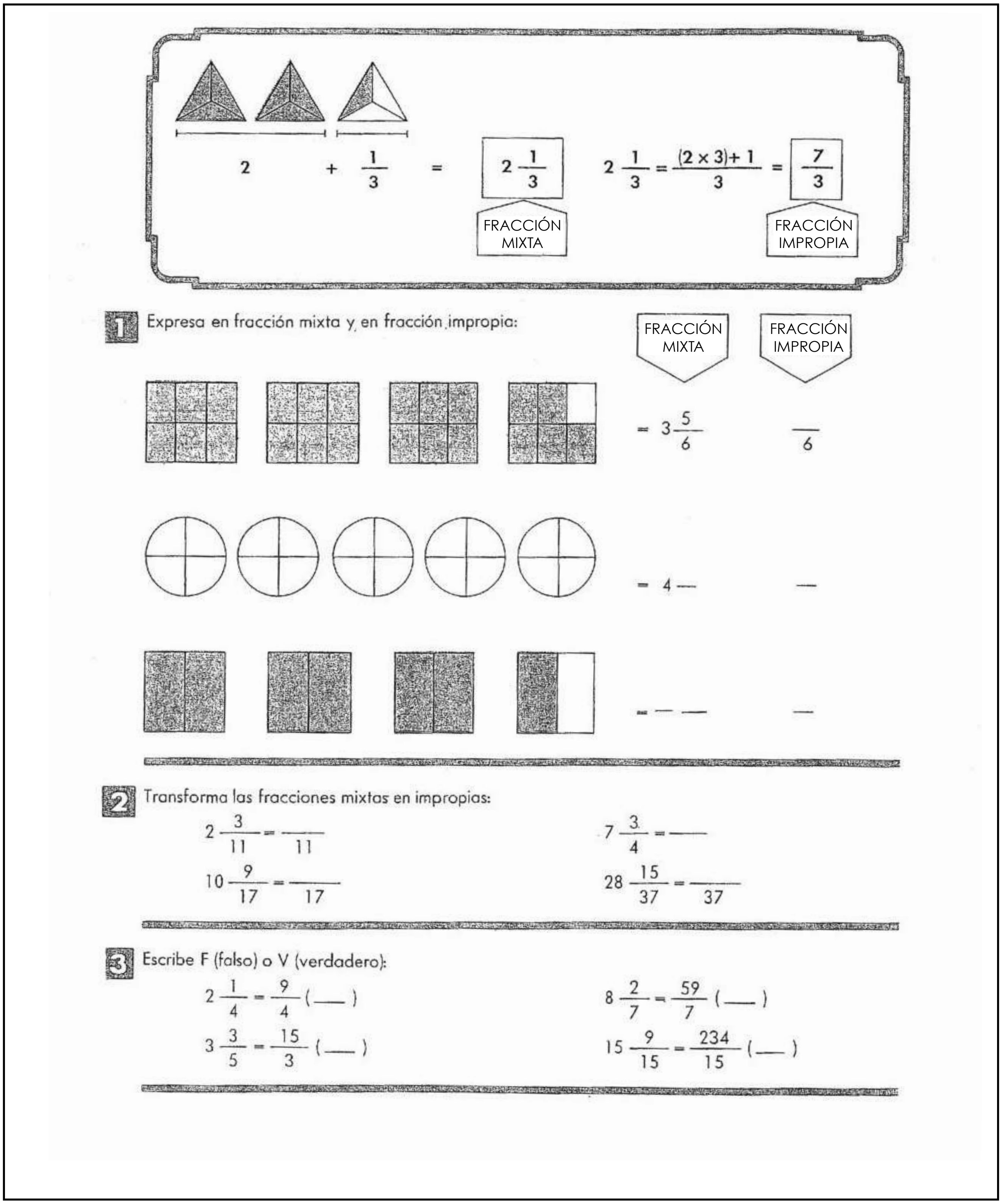
Utiliza tu geoplano para determinar el número faltante para que la igualdad sea correcta.
También puedes utilizar la cuadrícula de tu cuaderno.

① $\frac{3}{8} = \frac{\quad}{16}$
② $\frac{1}{2} = \frac{\quad}{16}$
③ $\frac{1}{3} = \frac{\quad}{6}$
④ $\frac{\quad}{4} = \frac{6}{8}$
⑤ $\frac{2}{3} = \frac{6}{\quad}$
⑥ $\frac{\quad}{12} = \frac{5}{6}$
⑦ $\frac{4}{5} = \frac{\quad}{10}$
⑧ $\frac{1}{5} = \frac{\quad}{30}$
⑨ $\frac{\quad}{24} = \frac{5}{12}$
⑩ $\frac{7}{8} = \frac{14}{\quad}$
⑪ $\frac{1}{2} = \frac{\quad}{6}$
⑫ $\frac{3}{5} = \frac{6}{\quad}$

Verifica, si los siguientes pares de fracciones son equivalentes.
Auxíliate de tu geoplano.

$\frac{2}{3}, \frac{4}{9}$ $\frac{3}{9}, \frac{9}{15}$ $\frac{4}{7}, \frac{8}{14}$ $\frac{4}{10}, \frac{6}{15}$ $\frac{4}{14}, \frac{6}{21}$

Fracciones mixtas e impropias



$2 + \frac{1}{3} = \boxed{2\frac{1}{3}}$ FRACCIÓN MIXTA

$2\frac{1}{3} = \frac{(2 \times 3) + 1}{3} = \boxed{\frac{7}{3}}$ FRACCIÓN IMPROPIA

1 Expresa en fracción mixta y en fracción impropia:

	FRACCIÓN MIXTA	FRACCIÓN IMPROPIA
	$= 3\frac{5}{6}$	$\frac{\_\_}{6}$
	$= 4\,\_\_$	$\_\_$
	$= \_\_\ \_\_$	$\_\_$

2 Transforma las fracciones mixtas en impropias:

$2\frac{3}{11} = \frac{\_\_}{11}$ $\qquad 7\frac{3}{4} = \_\_$

$10\frac{9}{17} = \frac{\_\_}{17}$ $\qquad 28\frac{15}{37} = \frac{\_\_}{37}$

3 Escribe F (falso) o V (verdadero):

$2\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$ (___) $\qquad 8\frac{2}{7} = \frac{59}{7}$ (___)

$3\frac{3}{5} = \frac{15}{3}$ (___) $\qquad 15\frac{9}{15} = \frac{234}{15}$ (___)

UNIDAD 8

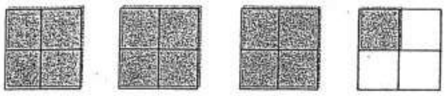
E.T. ARITMÉTICA

Fracciones mixtas e impropias

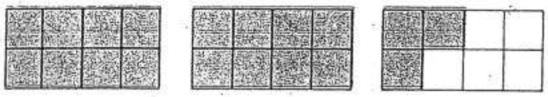
$= \boxed{\frac{7}{3}} \quad \frac{7}{3} \rightarrow 3\begin{array}{|l} \;2 \\ \hline 7 = \\ 1 \end{array} \quad \boxed{2\,\frac{1}{3}}$

FRACCIÓN IMPROPIA $\boxed{\frac{7}{3}} = \boxed{2\,\frac{1}{3}}$ FRACCIÓN MIXTA

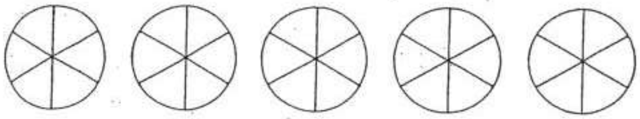
4 Completa y relaciona con flechas:



$= \boxed{\frac{13}{4}}$ $\qquad \boxed{4\,\frac{5}{6}}$



$= \boxed{\frac{\;}{8}}$ $\qquad \boxed{3\,\frac{1}{4}}$



$= \boxed{\frac{\;}{6}}$ $\qquad \boxed{2\,\frac{3}{8}}$

5 Encierra con rojo las fracciones impropias y con azul las fracciones mixtas:

$\frac{17}{8} \qquad 2\,\frac{1}{3} \qquad 3\,\frac{9}{5} \qquad \frac{32}{5} \qquad \frac{14}{25} \qquad 2\,\frac{1}{3} \qquad \frac{75}{23} \qquad 24\frac{3}{5}$

6 Transforma las siguientes fracciones impropias en fracciones mixtas:

$\frac{32}{7} =$ ___ $\qquad \frac{387}{9} =$ ___ $\qquad \frac{58}{3} =$ ___ $\qquad \frac{16}{3} =$ ___ $\qquad \frac{9}{2} =$ ___

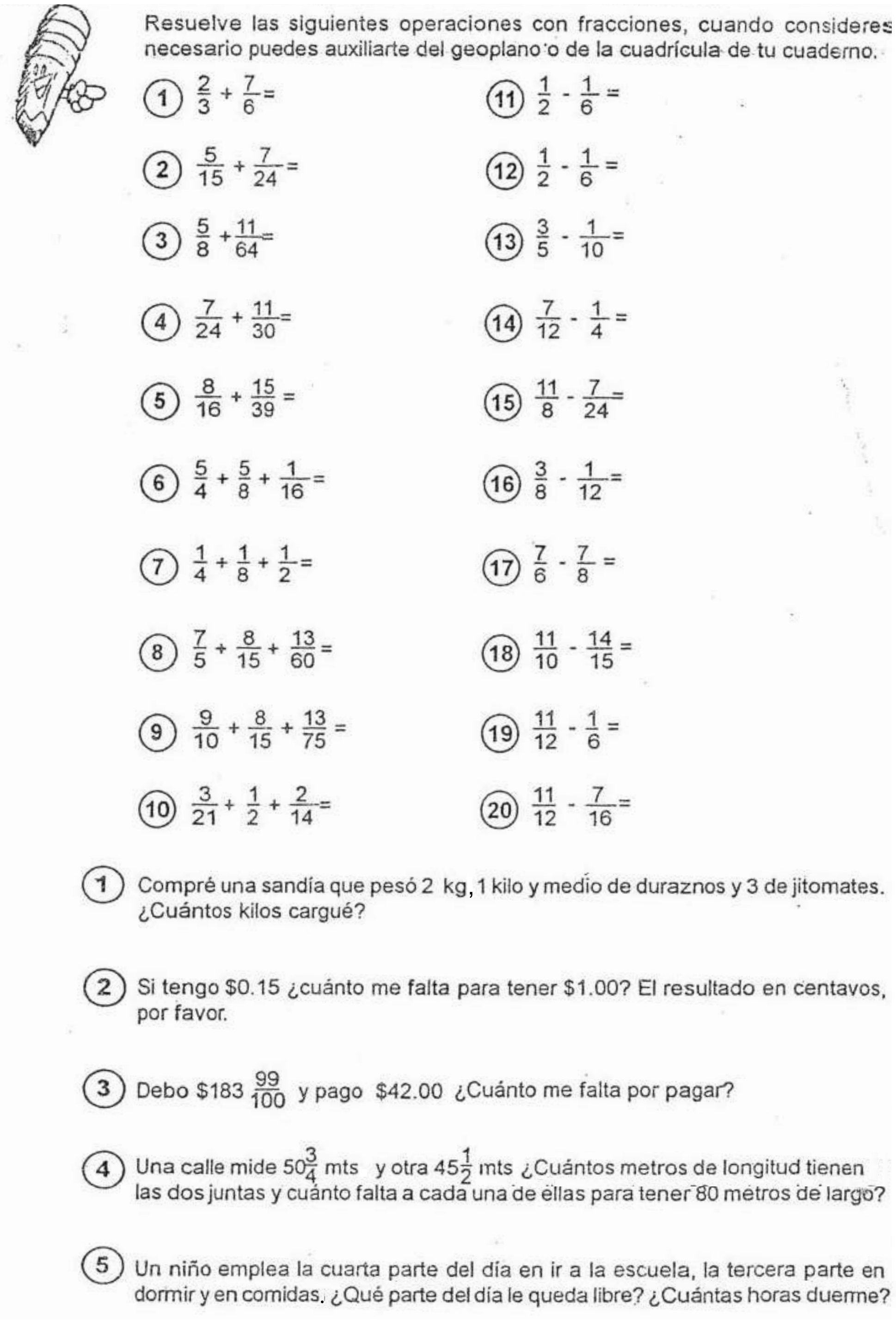
$\frac{293}{2} =$ ___ $\qquad \frac{5432}{10} =$ ___ $\qquad \frac{777}{12} =$ ___ $\qquad \frac{120}{9} =$ ___ $\qquad \frac{300}{7} =$ ___

7 Transforma las fracciones impropias en mixtas, y las mixtas en impropias.

$\frac{97}{25} =$ ___ $\qquad 2\,\frac{3}{11} =$ ___ $\qquad 17\,\frac{14}{25} =$ ___ $\qquad \frac{37}{11} =$ ___

$\frac{439}{25} =$ ___ $\qquad 3\,\frac{4}{11} =$ ___ $\qquad \frac{25}{11} =$ ___ $\qquad 3\,\frac{22}{25} =$ ___

Cálculo mental y estimación de resultados. Operaciones con fracciones



Resuelve las siguientes operaciones con fracciones, cuando consideres necesario puedes auxiliarte del geoplano o de la cuadrícula de tu cuaderno.

① $\frac{2}{3} + \frac{7}{6} =$

② $\frac{5}{15} + \frac{7}{24} =$

③ $\frac{5}{8} + \frac{11}{64} =$

④ $\frac{7}{24} + \frac{11}{30} =$

⑤ $\frac{8}{16} + \frac{15}{39} =$

⑥ $\frac{5}{4} + \frac{5}{8} + \frac{1}{16} =$

⑦ $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2} =$

⑧ $\frac{7}{5} + \frac{8}{15} + \frac{13}{60} =$

⑨ $\frac{9}{10} + \frac{8}{15} + \frac{13}{75} =$

⑩ $\frac{3}{21} + \frac{1}{2} + \frac{2}{14} =$

⑪ $\frac{1}{2} - \frac{1}{6} =$

⑫ $\frac{1}{2} - \frac{1}{6} =$

⑬ $\frac{3}{5} - \frac{1}{10} =$

⑭ $\frac{7}{12} - \frac{1}{4} =$

⑮ $\frac{11}{8} - \frac{7}{24} =$

⑯ $\frac{3}{8} - \frac{1}{12} =$

⑰ $\frac{7}{6} - \frac{7}{8} =$

⑱ $\frac{11}{10} - \frac{14}{15} =$

⑲ $\frac{11}{12} - \frac{1}{6} =$

⑳ $\frac{11}{12} - \frac{7}{16} =$

① Compré una sandía que pesó 2 kg, 1 kilo y medio de duraznos y 3 de jitomates. ¿Cuántos kilos cargué?

② Si tengo $0.15 ¿cuánto me falta para tener $1.00? El resultado en centavos, por favor.

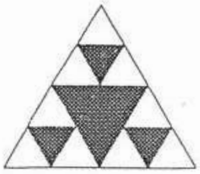
③ Debo $183 $\frac{99}{100}$ y pago $42.00 ¿Cuánto me falta por pagar?

④ Una calle mide $50\frac{3}{4}$ mts y otra $45\frac{1}{2}$ mts ¿Cuántos metros de longitud tienen las dos juntas y cuánto falta a cada una de ellas para tener 80 metros de largo?

⑤ Un niño emplea la cuarta parte del día en ir a la escuela, la tercera parte en dormir y en comidas. ¿Qué parte del día le queda libre? ¿Cuántas horas duerme?

⑥ 6 Refrescos de 1 litro y 4 de litro equivalen a... ¿Cuántos litros?

⑦ En la siguiente figura:
¿Qué fracción es la que se encuentra sombreada?
¿Qué fracción se encuentra en blanco?



Llena los espacios en blanco con la fracción adecuada para que la operación sea correcta. Ayúdate con tu Geoplano o con la cuadrícula de tu cuaderno.

① $\frac{1}{5} + \underline{\quad} = \frac{3}{5}$
② $\frac{1}{6} + \underline{\quad} = \frac{5}{6}$
③ $\frac{1}{3} + \underline{\quad} = \frac{5}{6}$
④ $\frac{1}{5} + \underline{\quad} = \frac{9}{20}$
⑤ $\frac{1}{2} - \underline{\quad} = \frac{1}{6}$
⑥ $\frac{10}{7} + \frac{7}{5} = \underline{\quad}$
⑦ $\frac{5}{25} + \underline{\quad} = \frac{3}{10}$
⑧ $\frac{2}{18} + \frac{7}{\quad} + \frac{1}{6} = 1$
⑨ $\frac{6}{3} + \frac{10}{5} + \underline{\quad} = 6$
⑩ $\frac{49}{7} + \frac{1}{2} + \underline{\quad} = \frac{17}{2}$

⑪ $\frac{3}{4} - \underline{\quad} = \frac{3}{5}$
⑫ $\frac{9}{18} - \underline{\quad} = \frac{8}{6}$
⑬ $\underline{\quad} - \frac{6}{8} = \frac{2}{14}$
⑭ $\frac{3}{6} + \underline{\quad} = \frac{2}{4}$
⑮ $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \underline{\quad} = 2$
⑯ $\frac{2}{4} + \frac{\quad}{12} + \frac{5}{10} = \frac{5}{4}$
⑰ $\frac{7}{21} + \frac{\quad}{27} + \underline{\quad} = 1$
⑱ $\frac{6}{2} + \frac{9}{3} + \underline{\quad} = 9$
⑲ $\frac{10}{2} + \frac{8}{4} - \frac{\quad}{6} = 4$
⑳ $\frac{49}{7} + \frac{30}{6} + \underline{\quad} = \frac{25}{2}$

4.5. MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES

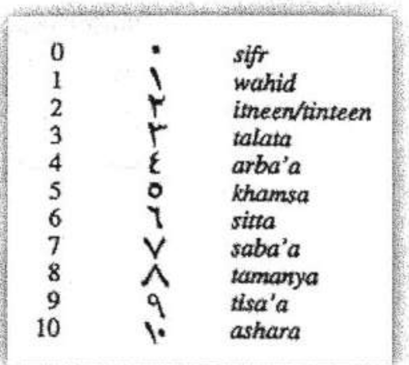
① Obtén el doble de 7.
② Obtén el triple de 9.
③ Obtén el cuádruple de 6.
④ Obtén el quíntuplo de 8.

¿Qué operación utilizaste para obtener las respuestas?
Observa que el "de" en matemáticas se puede traducir como multiplicación.

Los números arábigos

Los números arábigos, tal y como los usamos ahora, son 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y el importantísimo 0. Se trata de un sistema de tipo decimal cuyas cifras ocupan un lugar con un determinado valor, siendo el del símbolo cero el lugar destinado al vacío. Tanta es nuestra confianza en estos números, internacionalmente aceptados, que ni siquiera somos conscientes del grado hasta el cual dependemos de ellos.

Todos conocemos la gran simplicidad que los números arábigos han traído al cálculo aritmético. La carga innecesaria de la que han liberado a la mente humana es incalculable. Frente a cualquier otro sistema de numeración inventado por el hombre, permiten una mayor facilidad de manejo (debido a la presencia del cero).

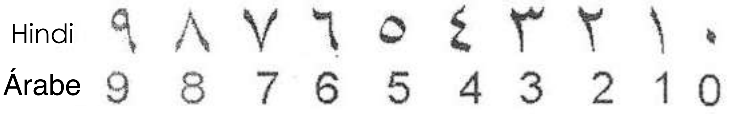


0	٠	*sifr*
1	١	*wahid*
2	٣	*itneen/tinteen*
3	٣	*talata*
4	٤	*arba'a*
5	٥	*khamsa*
6	٦	*sitta*
7	٧	*saba'a*
8	٨	*tamanya*
9	٩	*tisa'a*
10	١٠	*ashara*

Pero le llevó al hombre cerca de cinco mil años, a partir del comienzo de los símbolos numéricos, para concebir un símbolo que representase la nada. No se conoce quién fue su inventor, sin duda uno de los pensadores más creativos y originales de la historia. Sólo sabemos que fue un hindú que vivió antes del siglo IX d.C.

Los hindúes denominaron a este símbolo "sunya", que quiere decir nada o vacío y que fue adoptado por los árabes bajo la denominación de "sifr", que en su idioma significaba lo mismo. Con el tiempo esta palabra se convertiría en "cefer", más fácil de pronunciar. Finalmente dio origen en inglés a "cipher" y "zero" (esta última por intermedio de zefirum), así como a los vocablos castellanos cero y cifra.

A continuación pueden compararse los números hindi con los actuales. Como puede comprobarse, presentan ciertas similitudes. Si los primeros se comparan con los árabes, en la tabla de la derecha, podrá verse que son idénticos.



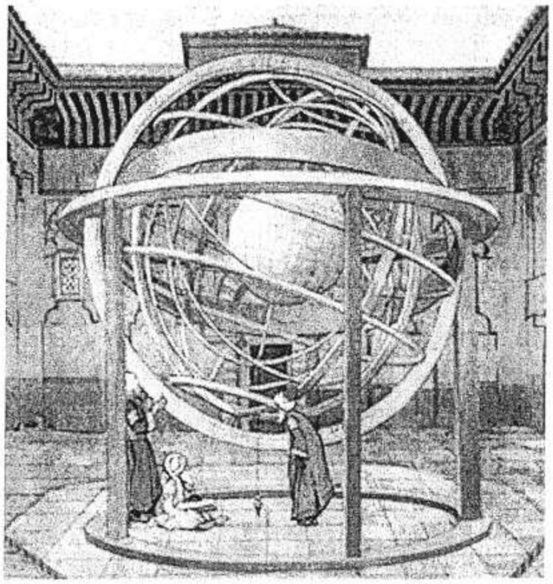
Hindi	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	٠
Árabe	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

Los números arábigos

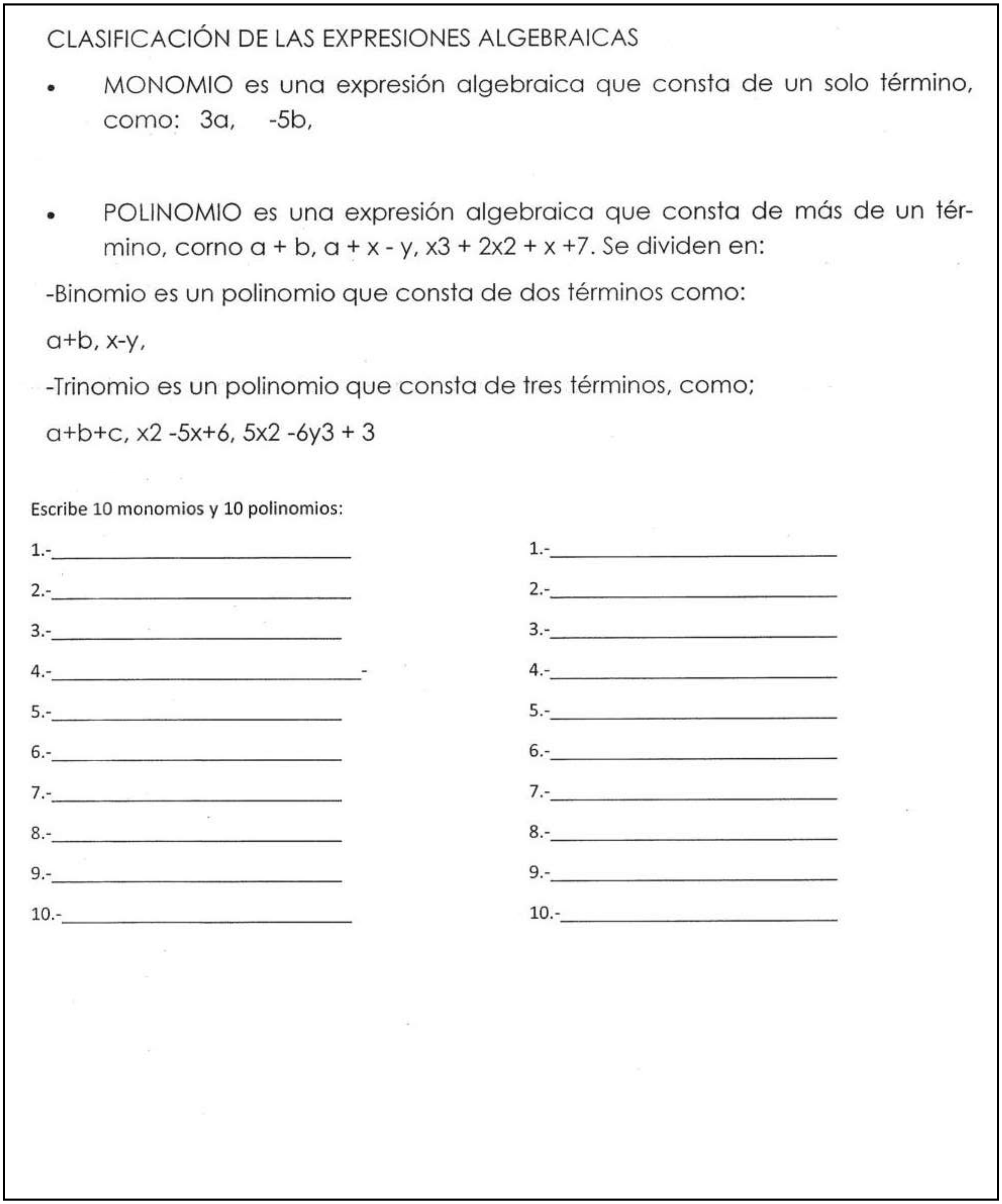
Fue el matemático italiano Leonardo Fibonacci, el más completo de la Edad Media, quien aprendió el "nuevo" sistema de numeración adoptado y mejorado por los árabes. Hacia el año 1200, cuando Fibonacci era joven, Pisa (su ciudad natal) tenía un gran ambiente comercial y estaba entregada al comercio con el Norte de África. Leonardo tuvo así la oportunidad de visitar esa región y de gozar de los beneficios de la educación árabe. En 1,202 publicó su tratado "Líber Abaci", en el que se empleaba ese sistema y el símbolo "nada", enseñando su uso en aritmética e introduciendo definitivamente estos números. Por aquel entonces, Europa empezaba tímidamente a salir de las tinieblas de la Edad Media. La prosperidad aumentaba y con ella el deseo de saber. En Italia había numerosos comerciantes que necesitaban realizar continuos cálculos para mantener sus negocios y, en cuanto comprobaron las ventajas de los números "arábigos" (denominados así, pese a su procedencia hindú, porque los europeos los aprendieron del pueblo musulmán) y la importancia del cero, adoptaron el nuevo sistema, aunque con cierta lentitud. Apenas si costó un par de siglos convencerlos para que capetaran el cambio.

Egipcio	𓏺	𓏻	𓏼	𓏽	𓏾	𓏿	𓐀	𓐁	𓐂	𓎆	𓍢
Babilónico	𒁹	𒈫	𒐈	𒐉	𒐊	𒐋	𒐌	𒐍	𒐎	𒌋	𒁹𒐏
Romano	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	C
Chino	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	百
Indio	१	२	३	४	५	६	७	८	९	१०	१००
Maya	𝋡	𝋢	𝋣	𝋤	𝋥	𝋦	𝋧	𝋨	𝋩	𝋪	𝋥 𝋠
Arábigo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100
Tailandés	๑	๒	๓	๔	๕	๖	๗	๘	๙	๑๐	๑๐๐

Debido a que estos números provenían de países que no usaban el alfabeto romano, sus formas eran muy distintas a las de las letras latinas, y esto también fue ventajoso: terminó así su confusión con los números romanos, que terminaron pasando completamente de moda, perdiéndose prácticamente su uso. Desde entonces, se pudieron realizar las mismas operaciones con la centésima parte de las explicaciones y sin perderse ningún conocimiento, manteniéndose intactos hasta la actualidad.



El término algebraico como elemento básico de la ecuación



CLASIFICACIÓN DE LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS

- MONOMIO es una expresión algebraica que consta de un solo término, como: 3a, -5b,

- POLINOMIO es una expresión algebraica que consta de más de un término, como a + b, a + x - y, x3 + 2x2 + x +7. Se dividen en:

-Binomio es un polinomio que consta de dos términos como:

a+b, x-y,

-Trinomio es un polinomio que consta de tres términos, como;

a+b+c, x2 -5x+6, 5x2 -6y3 + 3

Escribe 10 monomios y 10 polinomios:

1.-______________________________

2.-______________________________

3.-______________________________

4.-______________________________-

5.-______________________________

6.-______________________________

7.-______________________________

8.-______________________________

9.-______________________________

10.-______________________________

1.-______________________________

2.-______________________________

3.-______________________________

4.-______________________________

5.-______________________________

6.-______________________________

7.-______________________________

8.-______________________________

9.-______________________________

10.-______________________________

Área y perímetro del círculo

1 Completa los enunciados con las expresiones del recuadro.

- r^2
- $r^2 \times \pi$
- diámetro
- $D \times \pi$
- 3.1416

El valor de π es ______

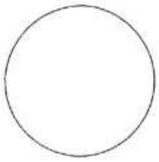
1 radio + 1 radio es igual que el ______

______ es la fórmula para obtener el perímetro del círculo.

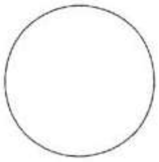
Radio × radio también se representa ______

______ es la fórmula para obtener el área del círculo.

2 Dibuja lo que se pide en cada círculo.

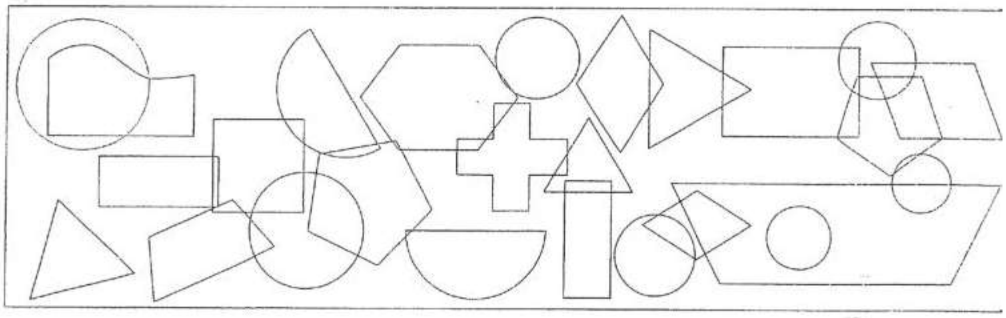


Un radio



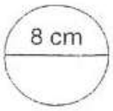
Un diámetro

3 Remarca con color azul las circunferencias y colorea de rosa los círculos.

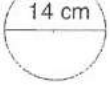


4 Une con flechas.

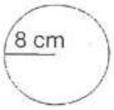
- El valor de π es igual que 3.1416



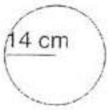
P = 25.1328 cm



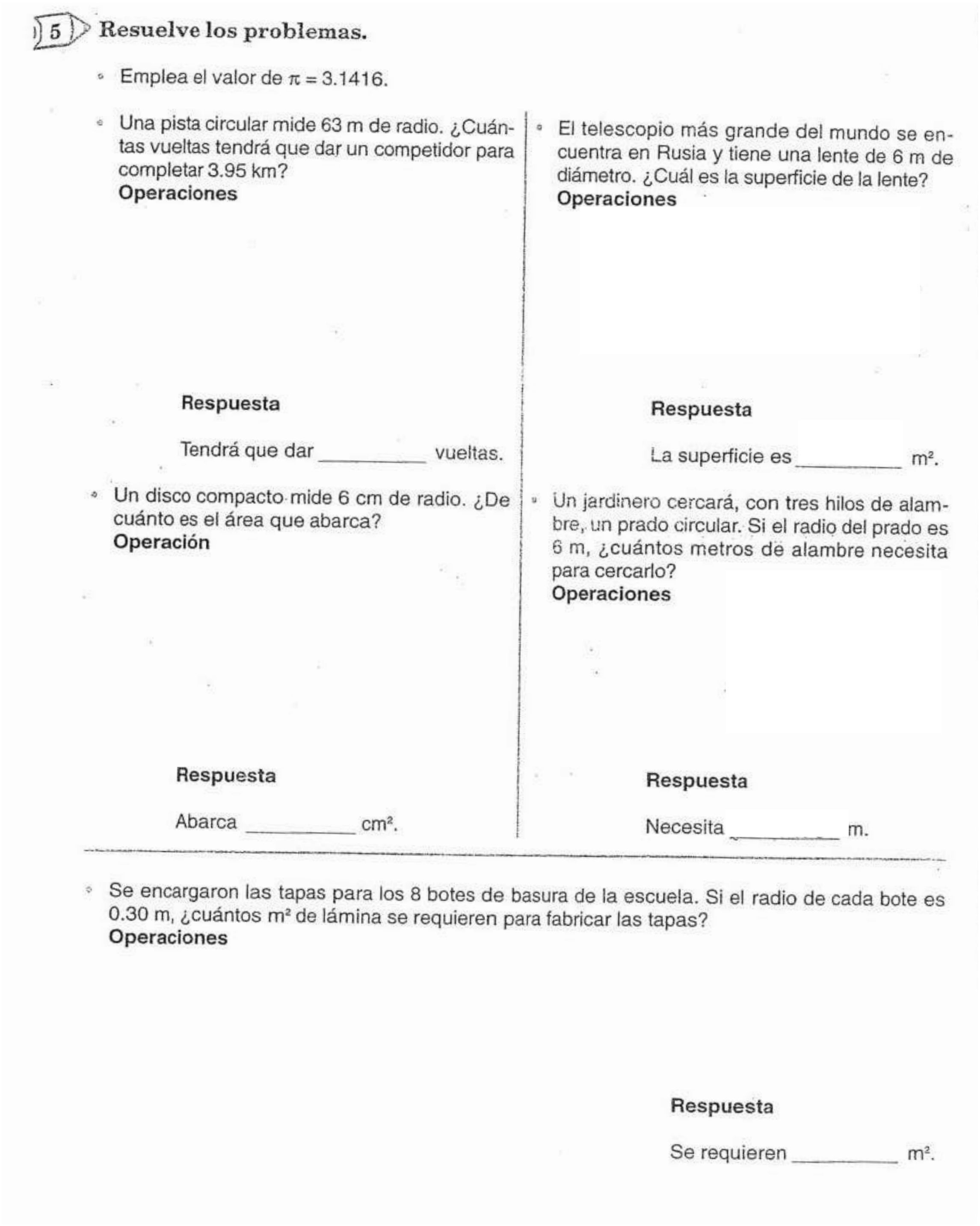
A = 615.7536 cm²



P = 50.2656 cm



A = 153.9384 cm²



5 **Resuelve los problemas.**

- Emplea el valor de $\pi = 3.1416$.

- Una pista circular mide 63 m de radio. ¿Cuántas vueltas tendrá que dar un competidor para completar 3.95 km?

Operaciones

Respuesta

Tendrá que dar __________ vueltas.

- El telescopio más grande del mundo se encuentra en Rusia y tiene una lente de 6 m de diámetro. ¿Cuál es la superficie de la lente?

Operaciones

Respuesta

La superficie es __________ m².

- Un disco compacto mide 6 cm de radio. ¿De cuánto es el área que abarca?

Operación

Respuesta

Abarca __________ cm².

- Un jardinero cercará, con tres hilos de alambre, un prado circular. Si el radio del prado es 6 m, ¿cuántos metros de alambre necesita para cercarlo?

Operaciones

Respuesta

Necesita __________ m.

- Se encargaron las tapas para los 8 botes de basura de la escuela. Si el radio de cada bote es 0.30 m, ¿cuántos m² de lámina se requieren para fabricar las tapas?

Operaciones

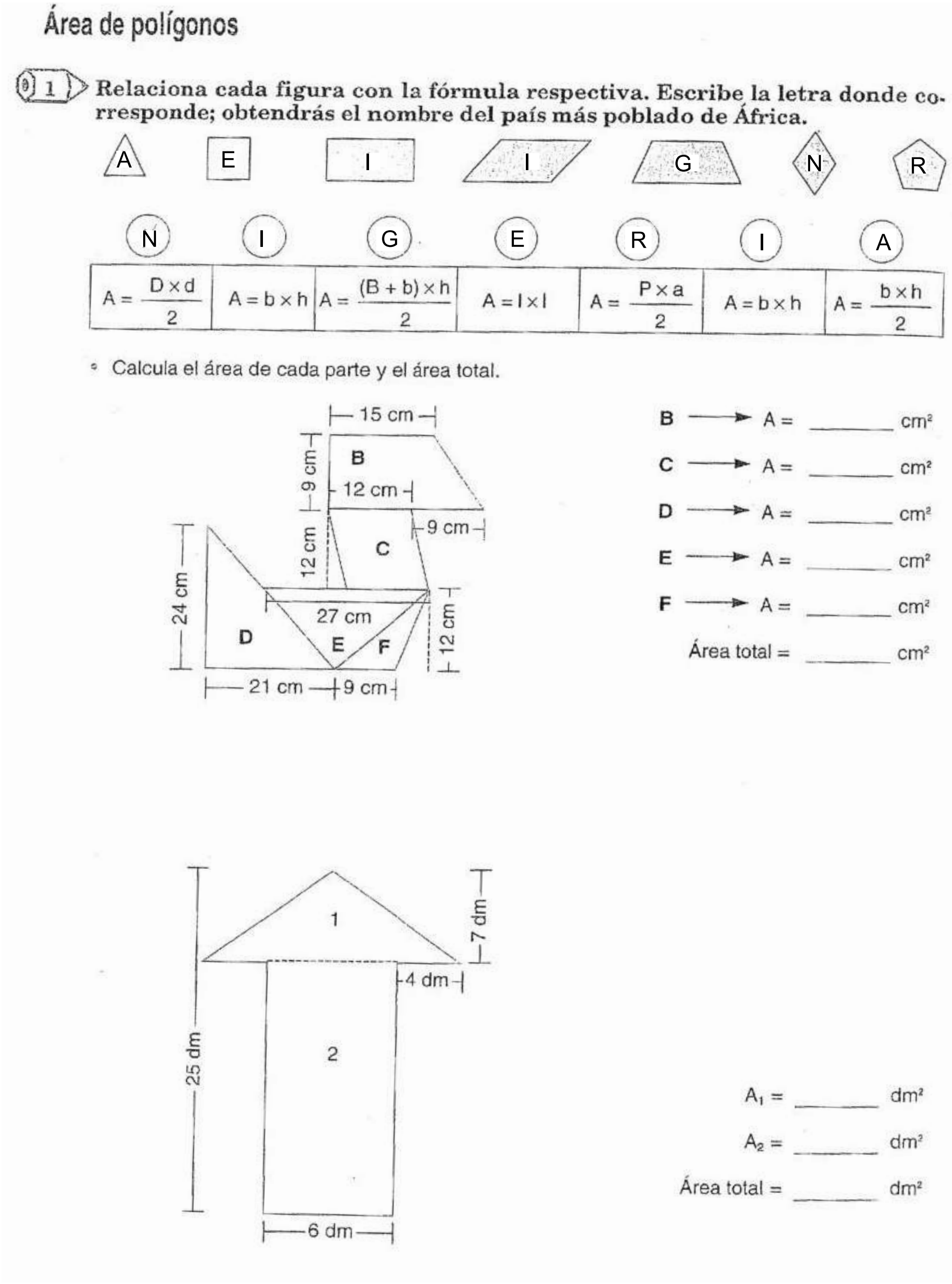
Respuesta

Se requieren __________ m².

UNIDAD 8

E.T. GEOMETRÍA

Perímetro y área



Área de polígonos

1 Relaciona cada figura con la fórmula respectiva. Escribe la letra donde corresponde; obtendrás el nombre del país más poblado de África.

N	I	G	E	R	I	A
$A = \frac{D \times d}{2}$	$A = b \times h$	$A = \frac{(B + b) \times h}{2}$	$A = l \times l$	$A = \frac{P \times a}{2}$	$A = b \times h$	$A = \frac{b \times h}{2}$

- Calcula el área de cada parte y el área total.

B → A = ________ cm^2

C → A = ________ cm^2

D → A = ________ cm^2

E → A = ________ cm^2

F → A = ________ cm^2

Área total = ________ cm^2

A_1 = ________ dm^2

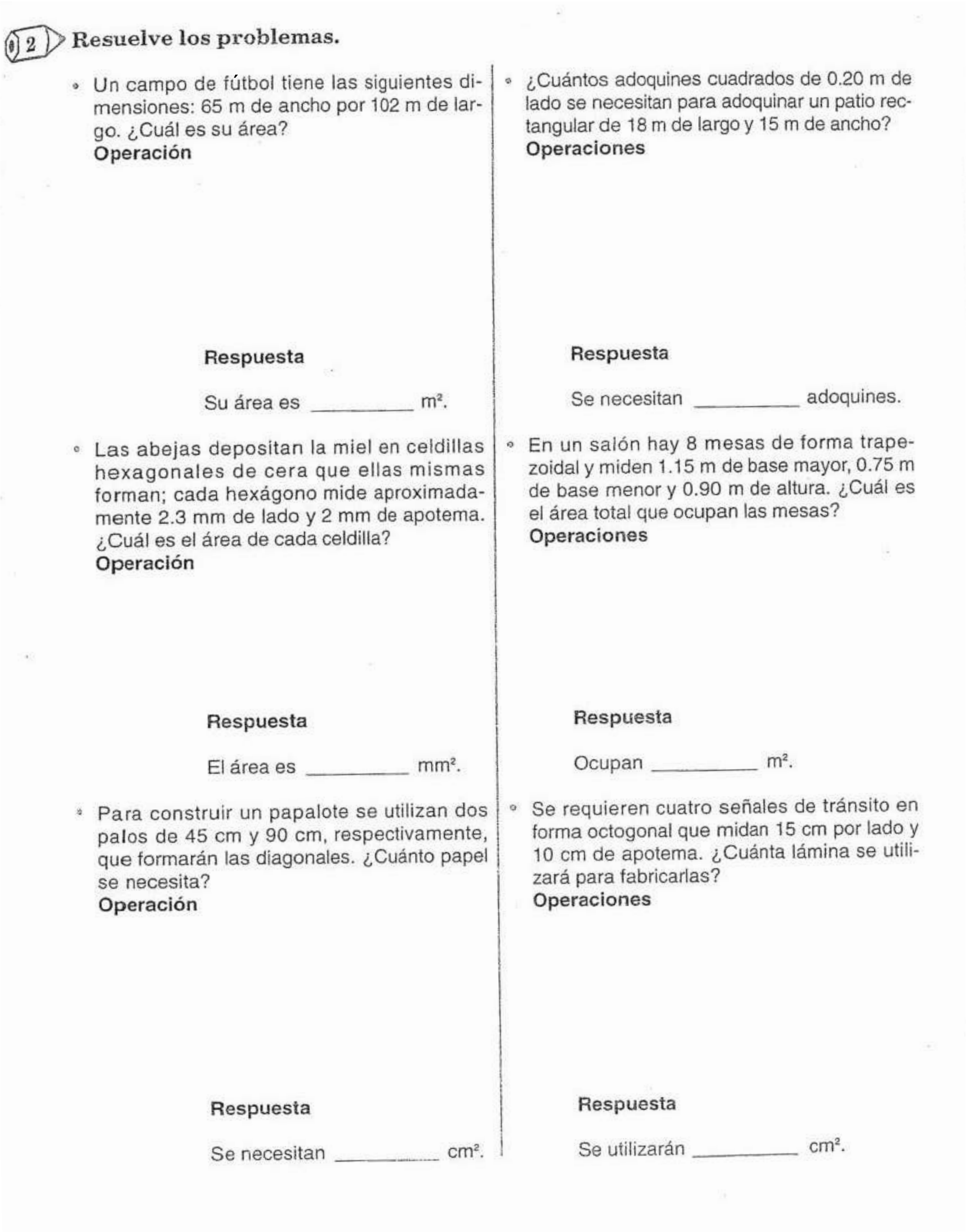
A_2 = ________ dm^2

Área total = ________ dm^2

UNIDAD 8

E.T. GEOMETRÍA

Perímetro y área



2 **Resuelve los problemas.**

- Un campo de fútbol tiene las siguientes dimensiones: 65 m de ancho por 102 m de largo. ¿Cuál es su área?

Operación

Respuesta

Su área es __________ m^2.

- Las abejas depositan la miel en celdillas hexagonales de cera que ellas mismas forman; cada hexágono mide aproximadamente 2.3 mm de lado y 2 mm de apotema. ¿Cuál es el área de cada celdilla?

Operación

Respuesta

El área es __________ mm^2.

- Para construir un papalote se utilizan dos palos de 45 cm y 90 cm, respectivamente, que formarán las diagonales. ¿Cuánto papel se necesita?

Operación

Respuesta

Se necesitan __________ cm^2.

- ¿Cuántos adoquines cuadrados de 0.20 m de lado se necesitan para adoquinar un patio rectangular de 18 m de largo y 15 m de ancho?

Operaciones

Respuesta

Se necesitan __________ adoquines.

- En un salón hay 8 mesas de forma trapezoidal y miden 1.15 m de base mayor, 0.75 m de base menor y 0.90 m de altura. ¿Cuál es el área total que ocupan las mesas?

Operaciones

Respuesta

Ocupan __________ m^2.

- Se requieren cuatro señales de tránsito en forma octogonal que midan 15 cm por lado y 10 cm de apotema. ¿Cuánta lámina se utilizará para fabricarlas?

Operaciones

Respuesta

Se utilizarán __________ cm^2.

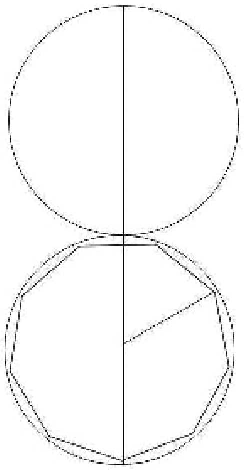
UNIDAD 8

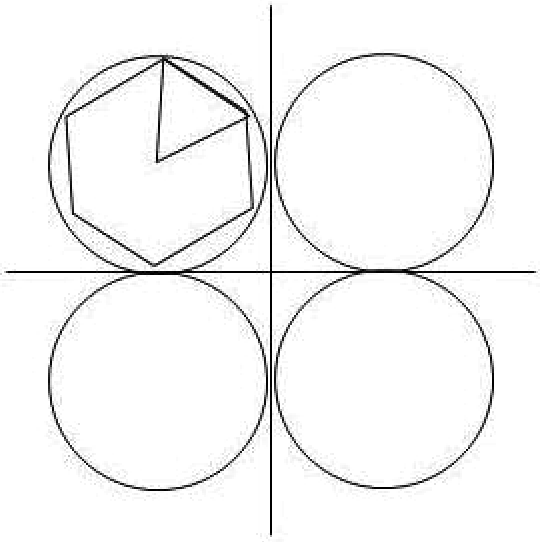
E.T. GEOMETRÍA

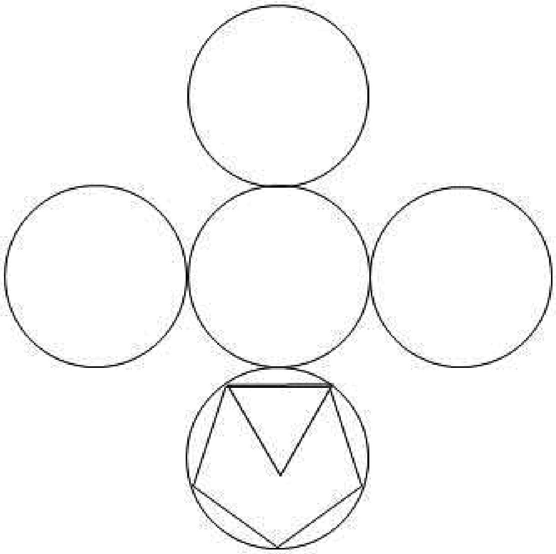
Perímetro y área

Polígonos regulares inscritos en una circunferencia.

Dibuja figuras geométricas iguales que las trazadas en cada arreglo de círculos y coloréalas.

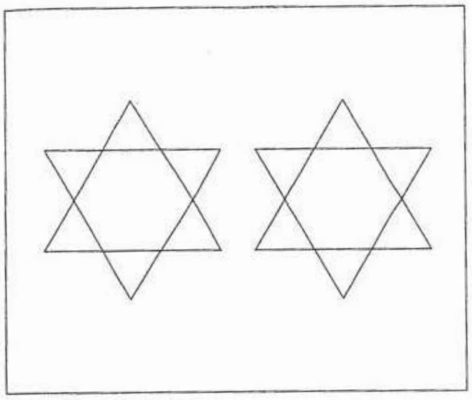


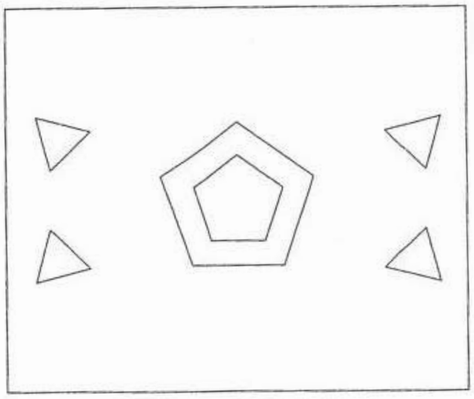


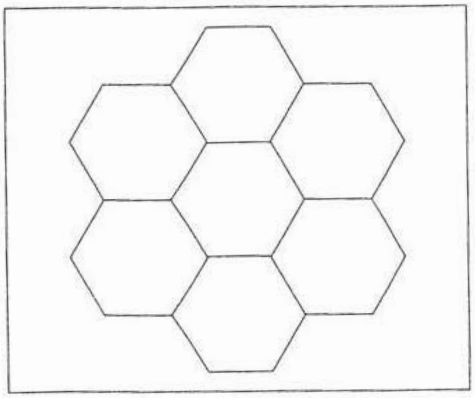


Perímetro y área

2 **Copia los mosaicos y coloréalos. Utiliza tu juego de geometría.**





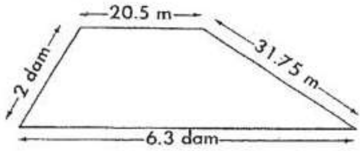


UNIDAD 8

E.T. GEOMETRÍA

Perímetro y área

¿Cuántos metros de tela de alambre se necesitan para cercar el terreno?



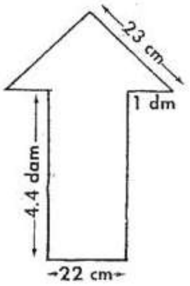
2 dam + 20.5 m + 31.75 m + 6.3 dam =

⇩ ⇩ ⇩ ⇩

20m + 20.5 m + 31.75 m + 63 m = 135.25 m

Se necesitan 135.25 m de tela.

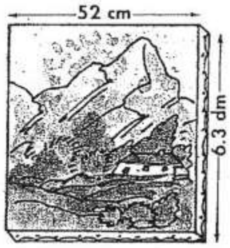
1 ¿Cuántos centímetros de alambre se necesitan para hacer esta figura?



OPERACIÓN:

RESULTADO: Se necesitan ____________ cm.

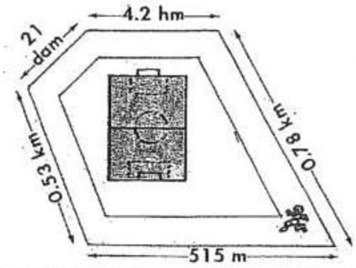
2 ¿Cuántos centímetros de madera se necesitan para enmarcar el cuadro?



OPERACIÓN:

RESULTADO: Se necesitan: ____________ cm.

3 ¿Cuántos kilómetros ha recorrido si dio 2 vueltas?



OPERACIÓN:

RESULTADO: Ha recorrido ____________ km.

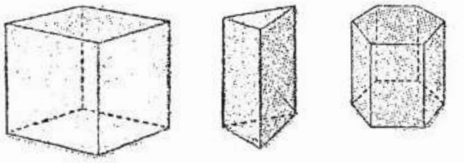
UNIDAD 8

E.T. GEOMETRÍA

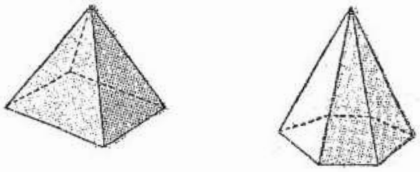
Volumen y cuerpos geométricos

Los **cuerpos geométricos** pueden agruparse de la manera siguiente:

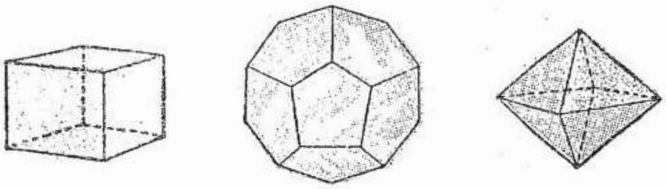
POLIEDROS IRREGULARES
- Prismas: Tienen dos bases paralelas e iguales, y sus caras laterales son; rectangulares.



- Pirámides: Sólo tienen una base, y sus caras laterales son triangulares.

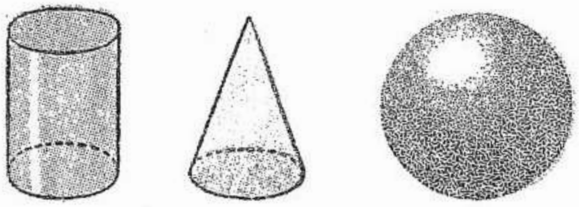


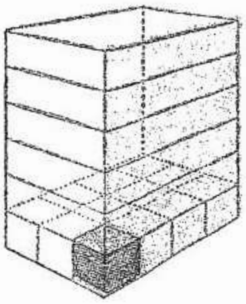
POLIEDROS REGULARES: Tanto sus caras, como los ángulos que éstas forman, son iguales.



Además, se consideran los cuerpos que presentan superficies **curvas**:

CUERPOS
- Cilindro.
- Cono.
- Esfera.





Observemos el prisma que está a la derecha:

1. La superficie de la base tiene 12 cm².
2. El cubito negro tiene 1 cm³.
3. Caben exactamente 12 cubitos en cada centímetro de altura; es decir, caben 72 cubitos en el prisma. Por lo tanto, el **volumen** de este prisma es de 72 cm³.

Podemos resumir así lo expuesto anteriormente:

1º Sacamos la superficie (B) de la base:

$$B = 3 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} = 12 \text{ cm}^2$$

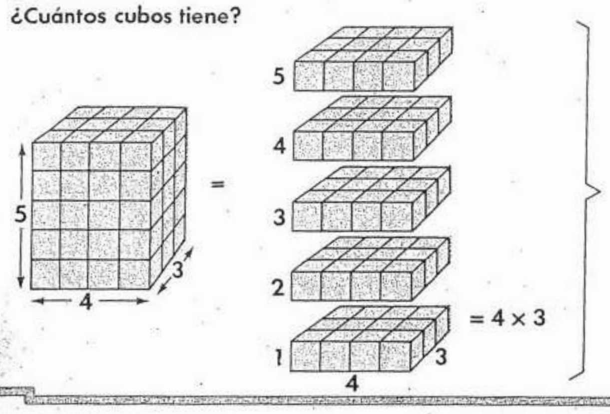
2º Multiplicamos esta superficie por la altura (h):

UNIDAD 8

E.T. GEOMETRÍA

Volumen de prismas

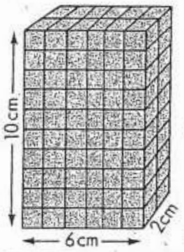
¿Cuántos cubos tiene?



= 4 × 3 × 5 = 60

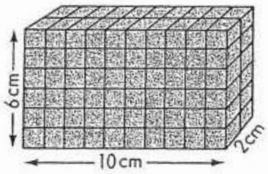
Tiene 60 cubos.

1 Calcula cuántos cubos tiene cada prisma.



6 × 2 × 10 = ______

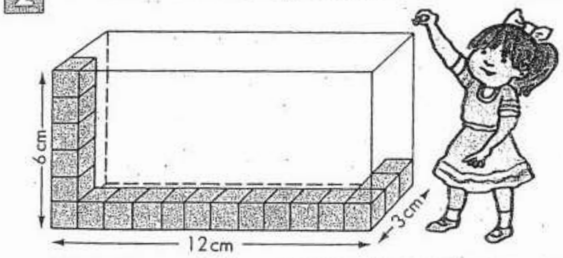
Tiene: ______ cubos.



______ × ______ × ______

Tiene: ______ cubos.

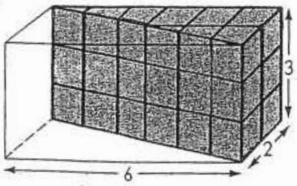
2 ¿Cuántos dados de 1 cm³ cada uno podrá meter Catalina en la caja?



______ × ______ × ______

Catalina podrá meter ______ dados en la caja.

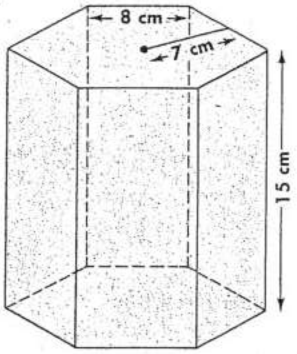
3 ¿Cuántos cubos caben en la parte verde del prisma?

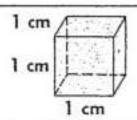


$$\frac{\_\_\_ \times \_\_\_ \times \_\_\_}{2}$$

En la parte verde caben ______ cubos.

Volumen





= 1 cm³

Volumen = área de la base × altura

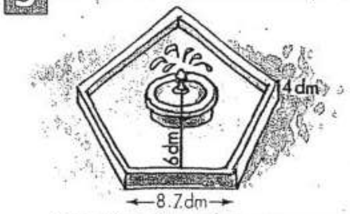
$$V = \frac{6 \times 8\text{ cm} \times 7\text{ cm}}{2} \times 15\text{ cm} = 2\,520\text{ cm}^3$$

Volumen = A. de la base × altura

4 Completa:

Cubo de:	Se escribe:	Se lee:
1 mm por lado	1 mm³	Un milímetro cúbico
1 cm por lado		
	1 dm³	
		Un metro cúbico
	1 dam³	
1 hm por lado		
	1 km³	

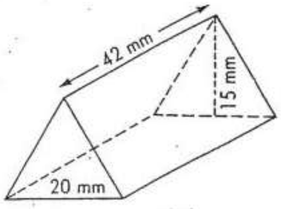
5 Si un decímetro cúbico equivale a un litro ¿cuántos litros necesito para llenar la fuente?



$$\text{Volumen} = \frac{\_\_\_ \times 5 \times \_\_\_ \times \_\_\_}{2} = \_\_\_\_\_\_ \text{ dm}^3$$

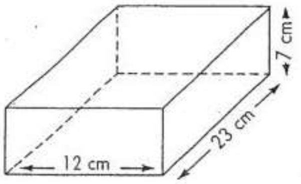
Por lo tanto, necesito ________ litros.

6 Calcula el volumen de los siguientes prismas:



Volumen:

________ mm³



Volumen:

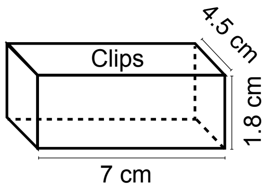
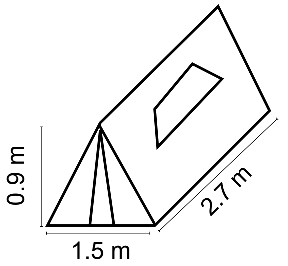
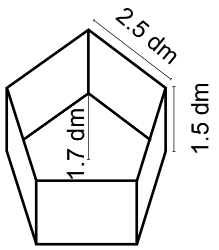
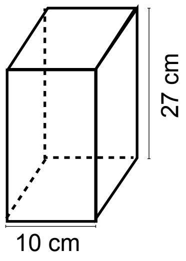
________ cm³

UNIDAD 8

E.T. GEOMETRÍA

Volumen de prismas

Calcula el volumen de cada objeto.

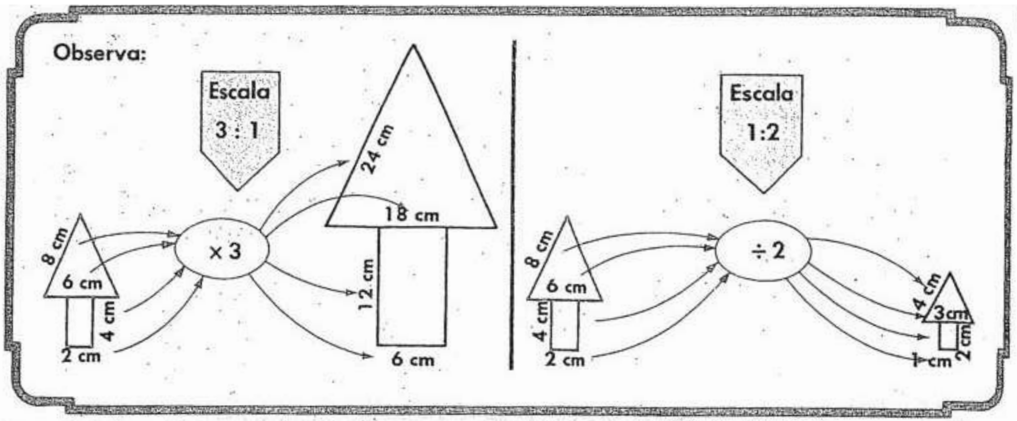
Figura	Área de la base por la altura del prisma (V = A x H)	Respuesta
	V = A x H V = b x h x H A = 4.5 x 7 = 31.5 cm^2 H = 1.8 cm V = 31.5 x 1.8 = 56.70 cm^3	56.70 cm^3
		
		
		

UNIDAD 8

E.T. GEOMETRÍA

Escala

Observa:

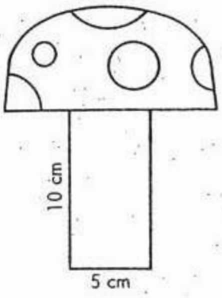


1 Completa observando los ejemplos.

Si la escala es	La copia será: ¿mayor o menor?	¿Cuántas veces cada lado?
3 : 1	Mayor	3 veces
1 : 5	Menor	5 veces
1 : 1		
8 : 1		
1 : 32		
	Menor	24 veces
26 : 1		
1 : 4		
	Mayor	17 veces
150 : 1		

2 ¿Cuál es la escala?

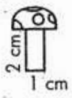
original



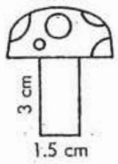
Escala

____ : ____

copia



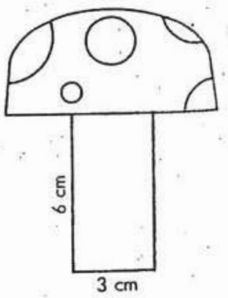
original



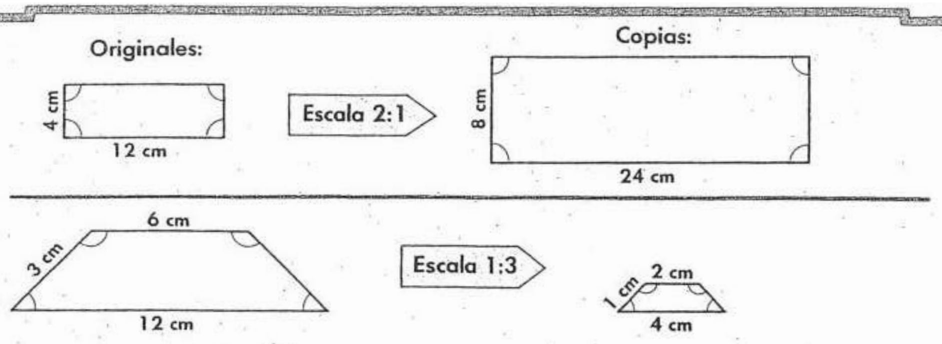
Escala

____ : ____

copia

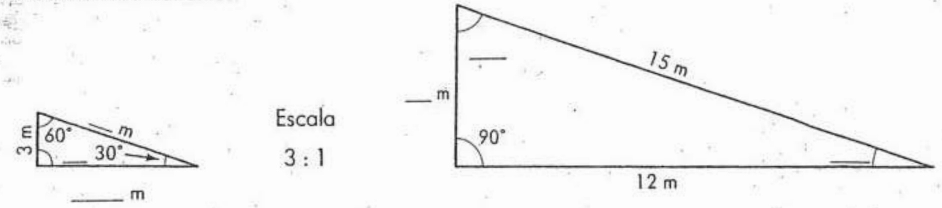


Escala



Las figuras a escala tienen la misma forma y sus ángulos correspondientes son iguales.

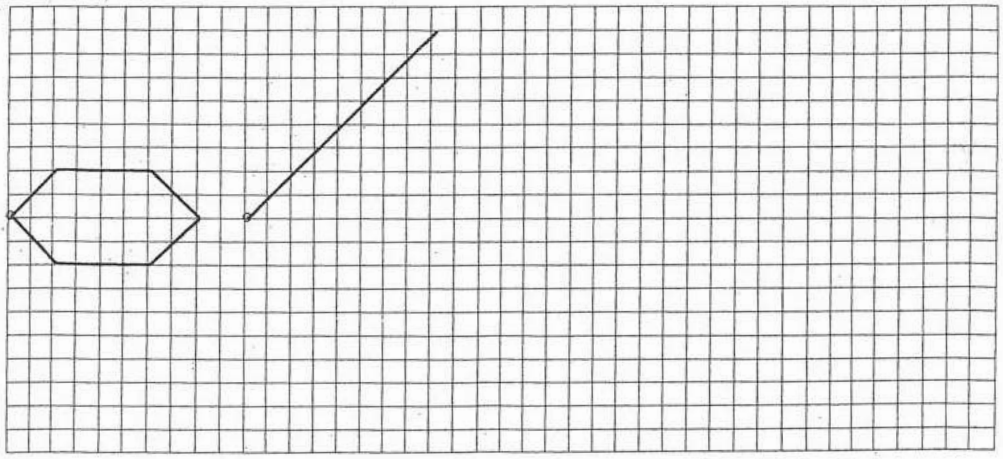
3 Escribe las medidas faltantes:



4 En una maqueta cuya escala es 1:30, un árbol mide 7 cm, un poste 10 cm y una persona 5 cm. ¿Cuáles serán sus medidas reales?

Árbol: _________ Poste: _________ Persona: _________

5 Completa la figura a escala 4:1 y mide los ángulos de ambas.

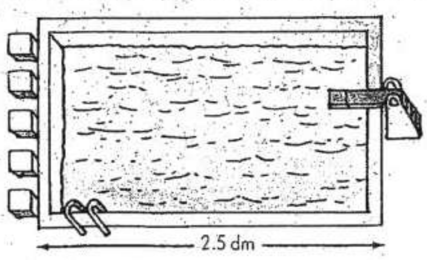


UNIDAD 8

E.T. GEOMETRÍA

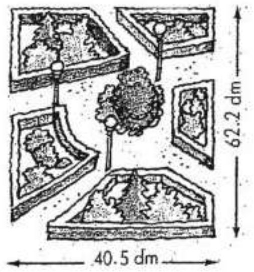
Escala

1 ¿A qué escala está el dibujo si la longitud real es de 50 m?



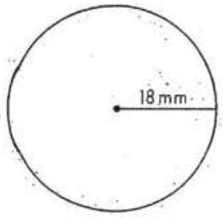
La escala es ______________

2 Calcula el área real que ocupa el parque. La escala es 1:100.



El área real del parque es de _________ m²

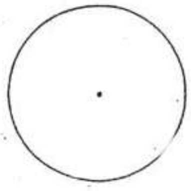
3 Este círculo está dibujado a escala 3:1. Calcula el perímetro y el área del círculo real.



Perímetro real = _________ mm

Area real = _________ mm²

4 Calcula el perímetro y el área del círculo real si éste está dibujado a escala 1.5



Perímetro:
9.42 cm

Área:
7.065 cm²

Perímetro real= _________ cm

Área real= _________ cm²

Caracteres cuantitativos

En estadística la presentación de datos se describe mediante uno o más caracteres. El carácter cuantitativo presenta la propiedad numérica de lo medido.

Tipos de caracteres: cualitativo, ordinales y cuantitativos.

El carácter cuantitativo se halla vinculado a la cantidad, hace referencia a una cuantía, una magnitud, una porción o un número de cosas.

Lo cuantitativo presenta información sobre una cierta cantidad.

Ejemplo: “el análisis de posibilidad de aumento de empleos”.

La propiedad general de los caracteres cuantitativos es que permiten medir, además de determinar variables estadísticas que pueden ser:

Discretas

Sólo pueden tomar un número finito de valores enteros, los valores posibles de estas variables son aislados.

Ejemplos de variables estadísticas cuantitativas discretas:

- Número de hermanos: pueden ser 1,2, 3 ... , pero nunca podrá ser 3.45 número de hijos
- Número de alumnos de...
- Número de días que mi papá tiene trabajo.

Continuas

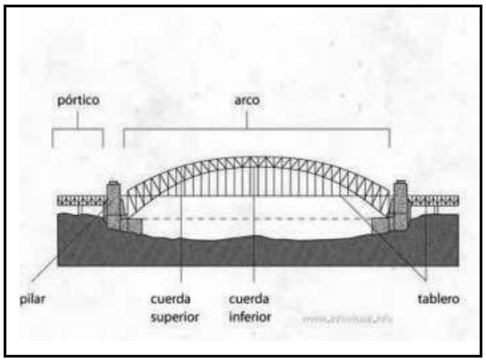
Pueden tomar cualquier valor real (infinitos) dentro de un intervalo.

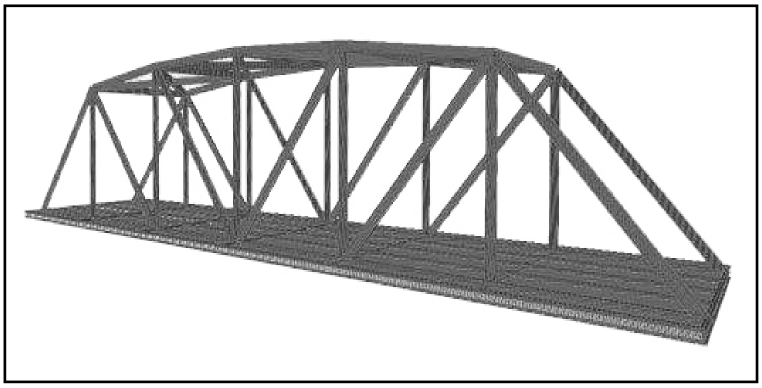
Ejemplos de variables estadísticas cuantitativas continuas:

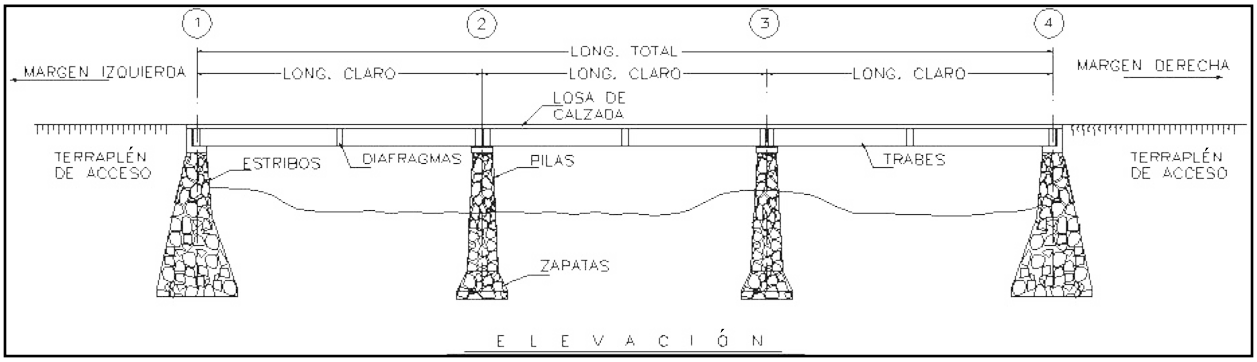
- Velocidad de un vehículo: puede ser 20; 54,2; 100 ; ... km/h
- Temperaturas registradas en un observatorio cada hora.
- Peso en kg de los recién nacidos en un día en Michoacán.

UNIDAD 8

Puentes







Traza tu propio modelo.