PDECEM

PROGRAMA DEMOCRÁTICO DE EDUCACIÓN Y CULTURA PARA EL ESTADO DE MICHOACÁN

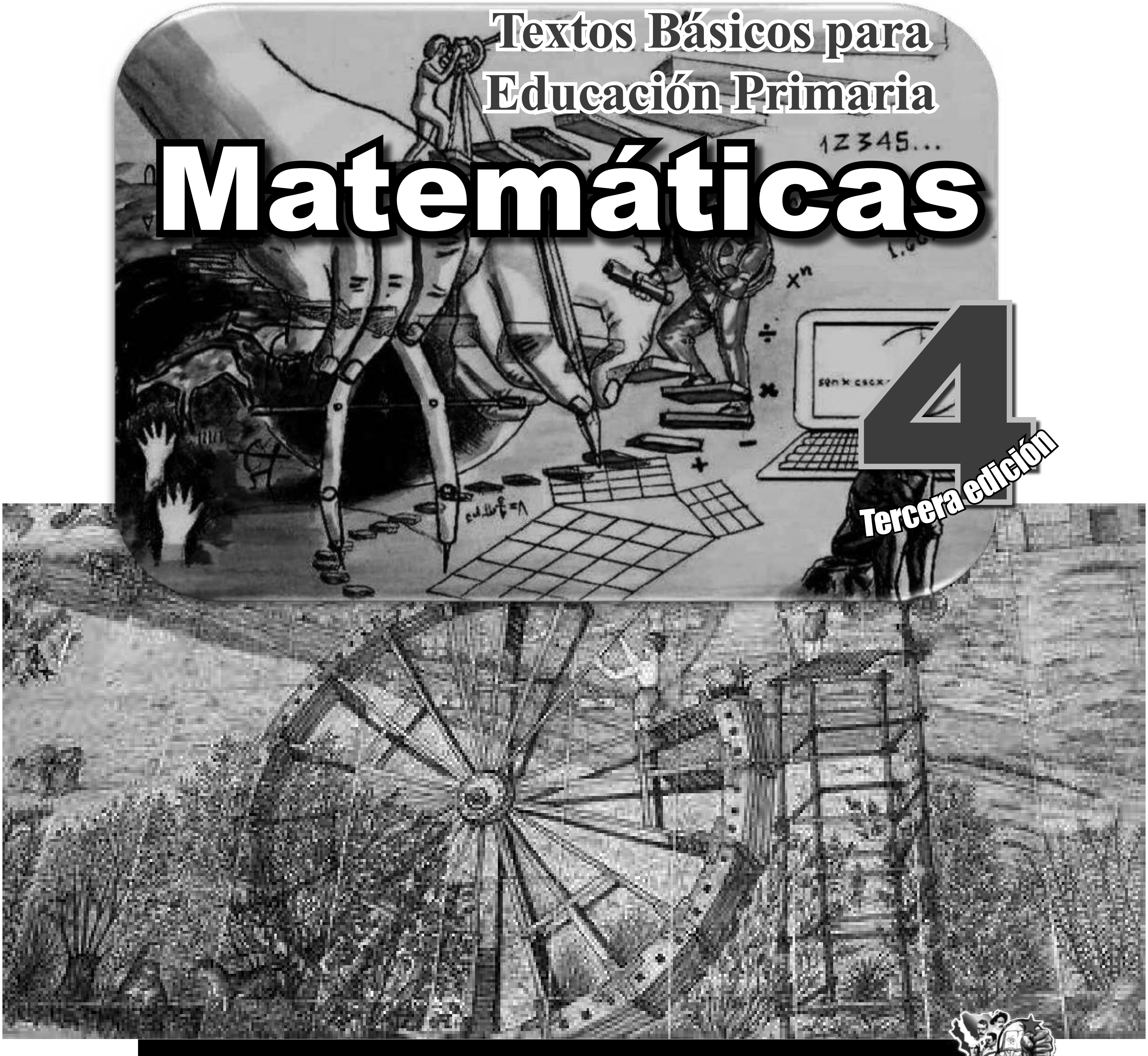
SNTE SECC. XVIII

Textos Básicos para Educación Primaria

Matemáticas

4

Tercera edición



LA BUENA EDUCACIÓN PARA EL BUEN VIVIR

Restituyendo la soberanía cultural y educativa

Libro de Texto Básico

Los Textos Básicos Alternativos, son una herramienta de trabajo elaborada por maestros michoacanos, para fortalecer la acción pedagógica, donde se forjan los perfiles de los seres humanos y se cultivan sus juicios: político, moral-politécnico, estético e intelectivo para una práctica socio-comunitaria culta y en una senda de liberación. Son materiales de consulta para quienes constituidos en sujetos cognoscentes colectivos, acuden tramos del cuerpo del conocimiento humano, como referentes teóricos, filosóficos y/o metodológicos para el desarrollo de los procesos investigativos áulicos, escolares y comunitarios. Estos materiales no son con fines de lucro, de tal suerte que atenidos al principio de conocimiento libre, han sido compilados los textos aquí impresos, para el noble fin de la Buena Educación para el Buen vivir.

Michoacán, México, Primer edición estatal: Agosto de 2014.

Michoacán, México, Segunda edición estatal: Agosto de 2015.

Michoacán, México, Tercera edición estatal: Agosto de 2017.

Programa Democrático de Educación y Cultura para el Estado de Michoacán (PDECEM).

Comité Ejecutivo de la Sección XVIII del SNTE.

Oficinas Sindicales: Libramiento Sur 5400, Morelia, Michoacán.

Coordinación de la edición: Comisión de Gestión Educativa.

Diseño de pintura de la portada: Santiago Esteban Sánchez Quiroz.

En la construcción de la Propuesta Alternativa, se reconoce la participación de Colectivos Pedagógicos de la Secciones Democráticas del País, artistas, intelectuales, investigadores y militantes de organizaciones sociales, comprometidos con la humanidad, con los derechos del pueblo, con la escuela pública y la lucha por la soberanía nacional y popular de nuestro México.

La publicación busca apegarse a las grandes definiciones que hemos adoptado a lo largo de más de cuatro décadas. Proceso en el cual definimos la defensa irrestricta de la escuela pública gratuita; la lucha por una educación integral, popular, humanista y científica; e inscribirnos en la lucha por un México con soberanía democrática y justicia social; por una buena educación y un SNTE democrático. Nuestros procesos de lucha siempre se han acompañado de la reflexión y debate de las ideas, la toma de posturas, la objeción fundamentada y la elaboración colectiva de propuestas autónomas. En ese marco, nuestros Cursos-Taller del Educador Popular y la sesiones de los Congresos de Educación y Cultura, son elementos nodales de la propuesta.

Llamamos a todos los Colectivos Pedagógicos a continuar la auto observación y la sistematización de la práctica docente, escolar y comunitaria, proceso con el cual renovamos la escuela pública y continuamos nuestra formación y construcción como educadores populares.

Prólogo 2017

Los Libros de Texto Básicos, son parte del programa alternativo que los maestros de México y en particular de Michoacán construimos desde hace más de 20 años, con el apoyo de múltiples colectivos de investigadores y artistas. Este modelo de educación popular cuenta con planes, programas, libros de texto alternativos, desde el nivel preescolar hasta secundaria; con paquetes de recursos didácticos, construidos en procesos colectivos de crítica, reflexión, argumentación, sistematización, elaboración socialización y puesta en práctica, en formas parcial e integral desde los programas: (Centros para el Desarrollo de la Creatividad, la Cultura, el Arte y el Deporte CDCCAD, Desarrollo Lingüístico Integral DLI, Escuelas Integrales de Educación Básica EIEB, Colectivos Pedagógicos CP, Colectivo de Sistematización y en miles de Escuelas de Educación Básica) y respaldado desde foros, asambleas, Plenos, Talleres del Educador Popular, seminarios y congresos populares de educación y cultura.

El PDECEM, es el proyecto de los trabajadores frente al modelo de educación neoliberal que pretende extinguir la escuela pública, negando el derecho a una educación gratuita, legalizando cuotas escolares, convirtiendo a todos los trabajadores de la educación en eventuales y empobreciendo al extremo programas de estudio y libros de texto. La reforma educativa, impone: a) la hipoteca de las escuelas (escuelas al CIEN); b) condiciona el ingreso, la promoción y la permanencia en el ejercicio docente a una prueba punitiva; c) impone un nuevo recorte a la carga horaria en educación secundaria y la desaparición de modalidades y subsistemas educativos; d) En el 2016 anunciaron un nuevo Modelo educativo, publicado en el Diario Oficial de la Federación en el 2017 los nuevos programas de estudio, los cuales intentaran implementar en el 2018.

Las reformas curriculares de la SEP son modelos educativos de la ignorancia, para formar una sociedad en muchos sentidos analfabeta, desconocedora de su historia, de sus derechos humanos, sin identidad y con pobre desarrollo cultural, sociedad que calle, obedezca, no proteste, acepte salarios miserables y malos gobiernos. Promueve la llamada “inteligencia emocional”, negando la posibilidad de un conocimiento científico y de todo principio o creencia política y/o social. Su llamada educación de “calidad” no se refiere a una mejor educación, sino a la instrucción en “competencias”, acientífica. Suprime la tradicional educación “bancaria”, mecánico-memorística, por la instrucción empirista-azarosa, que induce a buscar información en internet. Establece como fin, la formación de “capital humano”, Tiene como sustento la teoría de la complejidad de Edgar Morín cuya tesis principal es la indeterminación, la incerteza y en consecuencia el creacionismo. Plantea como un “error” de la humanidad caminar con certezas.

Ese modelo de educación busca que la población mexicana: a) no cuente con herramientas intelectuales suficientes para entender como en la prolongada crisis económica mundial, unos cuantos han multiplicado sus riquezas de forma escandalosa empobreciendo al extremo a los pueblos; b) acepte las reformas estructurales que cancelan los derechos humanos más elementales como el agua, el territorio, la alimentación, el trabajo, el salario y las energías; c) No proteste ante la privatización de sectores estratégicos e indispensables para el desarrollo nacional como el petrolero, el eléctrico, de telecomunicaciones, financiero, de salud y educación.

Nos planteamos que la educación que imparta el Estado debe tender a la formación de ciudadanos conscientes. Dicha facultad humana de entender, interpretar y transformar la realidad ha de descansar en la apropiación, dominio y manejo ético de las ciencias, las humanidades y las artes. La evaluación desde la educación popular es el acto de reconocer socialmente los avances en los distintos niveles del pensar, los grados de interpretación y comprensión del funcionamiento de los múltiples fenómenos, de sus causas, de sus procesos y sus efectos, no puede ser externa a los actores del proceso educativo; debe propiciar personas con un sentido común culto con criterio propio, reconocer los avances en la consciencia, ha de ser procesual, continua, contextual y formativa. Debe cubrir el desarrollo cognitivo y lingüístico, habilidades y actitudes adquiridas, articulando el diseño completo desde el Modelo Social, Educativo, Pedagógico y Didáctico, así como las planeaciones comunitaria, de perfiles humanos y pedagógicos.

El Modelo alternativo proyecta un México soberano para el buen vivir, la felicidad y la justicia. Forma niños y jóvenes con pleno desarrollo humano en su ser, pensar, hacer, sentir y decidir, cultos, de pensamiento libre, de acción colectiva, de compromiso patriótico y ética en favor de los derechos humanos y de la vida; ellos no son ni capital humano, ni máquinas vivientes. Desde el PDECEM nos asumimos parte de un movimiento pedagógico mexicano, latinoamericano y mundial, que busca trascender enfoques anteriores de la teoría educativa rescatando lo mas noble y avanzado de la educación popular y la dialéctica materialista.

PRÓLOGO

Los Libros de Texto Básicos Alternativos

El libro de texto representa en nuestro proyecto educativo una herramienta didáctica de singular importancia, pues se compilan textos referidos a los contenidos u objetos de estudio; se trata de brindar elementos teóricos básicos que le sirven al educando. Cumple también una función coordinadora que permite sistematizar todos los procesos educativos que el alumno va desarrrollando en la escuela.

Reconociendo estas funciones del libro de texto, los trabajadores democráticos del país nos autorizamos y asumimos el compromiso de elaborar nuestros propios libros de texto que respondan didáctica y pedagógicamente a nuestro Programa Democrático de Educación y Cultura para el Estado de Michoacán (PDECEM).

Los maestros democráticos hemos decidido apropiarnos de nuestra materia de trabajo. Editamos, por varios años para el Programa de Desarrollo Língüístico de Lectoescritura, nuestro propio libro de texto. Elaboramos el libro *Nuestra Historia* como material alternativo para enfrentar el modelo de la educación neoliberal que distorsiona la enseñanza de la historia.

MATEMÁTICAS

El proceso metodológico de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas es complejo porque carece de un cuerpo teórico como modelo didáctico propio.

Este proceso ha transitado anclado al ritmo y trascendencia de los modelos didácticos psicopedagógicos o “paradigmas” enfocados con fortaleza y dinamismo al proceso de enseñanza y aprendizaje general del conocimiento de las disciplinas académicas y formativas, además de permear la política educativa del país.

En la década de los 50’s a los 60’s predominó el modelo “tradicional”, en el cual, el “rol de docente” era transmisor verbal del conocimiento con métodos coercitivos; “el rol del alumno”, memorista, receptor y pasivo. La metodología del proceso de apredizaje iniciaba con al conceptualización temática, continuaba con la ejercitación y finalizaba con el examen. El análisis y la síntesis estaban ausentes, es decir, la inducción y deducción no eran importantes en la apropiación del conocimiento. El aprendizaje de las matemáticas no se ejercía a través de un proceso de razonamiento lógico. El principio sociológico sustentaba que “la educación era un privilegio de un reducido grupo social y que el desarrollo socioecónomico se alcanzaba con mano de obra barata”.

En las décadas de los 60’s a los 90’s trascendieron los modelos “conductistas”, los cuales ponderan la tecnología educativa y los procesos de condicionamiento operante. El modelo “cognoscitivista” cuyos creadores fueron: Brunner y Ausubel, en el cual el rol docente consiste en diseñar y dominar estrategias y experiencias didácticas, así como las otras disciplinas, el protagonista y expositor con autoridad se ostentaba en el “docente catedrático”, a pesar de estar auxiliando y apoyando con instrumentos y equipos tecnológicos, da cuenta, además que el desarrollo del conocimiento matemático en los niveles “medio superior” y “superior” sólo es de interés en un porcentaje mínimo de estudiantes cuya inclinación es la formación en profesiones afines.

Finaliza el s. XX e inicia el s. XXI y la política educativa se apropia del paradigma “constructivista” propuesto por Jean Piaget, en el cual se otorga un papel activo al alumno, quien deberá ser el constructor de sus conocimientos para alcanzar su aprendizaje significativo. El docente es promotor del desarrollo y de la autonomía cognitiva del educando.

El conocimiento se origina en un proceso interaccionista dialéctico entre el sujeto y el objeto de conocimiento a través de instrumentos socioculturales denominados “herramientas psicológicas y/o procesos psicológicos superiores” (inducción, deducción, análisis, síntesis, etc.) y “signos” (lenguaje y comunicación). Este proceso dialéctico se ejerce en la escuela y la comunidad como medios socioculturales. Las matemáticas cobran relevancia al desarrollar estos procesos psicológicos superiores en los educandos, porque la dinámica que prevalece en su aprendizaje y comprensión está apoyada en estos elementos, además del razonamiento lógico, la inferencia y la argumentación.

Como una propuesta innovadora y revolucionaria el paradigma “sociocrítico” propone la formación de un sujeto crítico, reflexivo, consciente, emancipador y ético. Esta propuesta ha contribuido en los modelos de “escuelas integrales” donde se pondera la educación popular.

Profesor Félix Santiago Díaz

Telesecundarias

Colectivo democrático. Querétaro.

ÍNDICE

ÍNDICE

ÍNDICE

ÍNDICE

MATEMÁTICAS

INTRODUCCIÓN

En toda la actividad humana interviene de algún modo el conocimiento matemático: desde la tarea cotidiana más elemental, como la que lleva a cabo el pastor que, aun sin conocer los números, sabe cuántas ovejas integran su rebaño, hasta los cálculos más complejos de la tecnología espacial, como los que realiza el científico para hacer que una nave llegue a los confines del sistema solar.

Las ideas y los conceptos matemáticos, incluso los más abstractos, no son sino resultado de la atenta observación de ciertos hechos de la realidad, en los que el hombre ha descubierto un orden y una regularidad inalterables: la sucesión del día y la noche, el cambio de las estaciones, el movimiento de los astros y otros; es decir, de lo que ha percibido a través de sus sentidos desde el inicio de su elevación como especie.

Uno de los objetivos del estudio de las matemáticas es que se convierta en una herramienta eficaz que permita expresar en términos cuantitativos ciertos fenómenos de la realidad física y social; es decir, un conjunto de métodos y un lenguaje simbólico que sirvan para organizar y expresar ideas de modo preciso. De la misma manera, la formación del razonamiento lógico matemático será la base del desarrollo intelectivo, a través del análisis de las relaciones entre el aspecto cualitativo de los fenómenos naturales, sociales y su dimensión cuantificable.

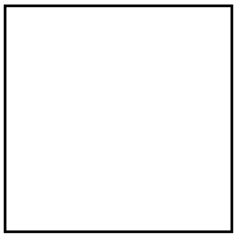
Para tal efecto, se propone realizar observaciones, experimentos y comparaciones, así como formular preguntas sobre la posición, las dimensiones y el movimiento de los objetos. Se espera que de este modo, los estudiantes adquieran conceptos, nociones y categorías sobre los fenómenos de la realidad, que en un momento determinado les sirvan de fundamento para obtener conclusiones aplicables a la solución de problemas de la vida cotidiana.

PRINCIPALES SÍMBOLOS QUE UTILIZAREMOS EN EL CURSO

Símbolo	Significado	Se lee
$+$	Suma	Más
$-$	Resta	Menos
$\times$	Multiplicación	Por o Multiplicado por
$\div$	División	Entre
%	Porcentaje	Tanto por ciento
$\in$	Pertenece	Pertenece a
$\notin$	No pertenece	No pertenece a
$\subset$	Subconjunto	Es subconjunto de
$\not\subset$	No es subconjunto	No es subconjunto de
$\supset$	Incluye	Incluye a
$\not\supset$	No incluye	No incluye a
$=$	Igual	Es Igual a o Igual a
$\neq$	No es igual	No es igual a
$\equiv$	Idéntico	Es idéntico a
$>$	Mayor que	Es mayor que
$\ngtr$	No es mayor que	No es mayor que
$<$	Menor que	Es menor que
$\nless$	No es menor que	No es menor que
$\measuredangle$	Ángulo	Ángulo

Símbolo	Significado	Se lee
$^{\circ}$	Grados	Grados
$\emptyset$	Conjunto vacío	Conjunto vacío
N	Conjunto de los números naturales	Conjunto de los números naturales
Z	Conjunto de los números enteros	Conjunto de los números enteros
Q	Conjunto de números racionales	Conjunto de números racionales
U	Conjunto Universo	Conjunto Universo
$\cup$	Unión	Unión
$\cap$	Intersección	La intersección de
$(\ )$	Paréntesis	Entre paréntesis
$[\ ]$	Corchetes	Entre corchetes
$\{\ \}$	Llaves	Entre llaves
$\parallel$	Paralela	Es paralela a
$\perp$	Perpendicular	Es perpendicular a Son perpendiculares
$\overline{AB}$	Segmento de recta "AB"	La línea entre A y B
$\overleftrightarrow{AB}$	Recta "AB"	La línea infinita que pasa por A y B
$\overrightarrow{AB}$	Rayo "AB"	La línea que empieza en A, pasa por B y continúa
π	Pi	Pi
$\sqrt{\ }$	Raíz cuadrada	Raíz cuadrada de
$\approx$	Es aproximadamente igual a	Es aproximadamente igual a

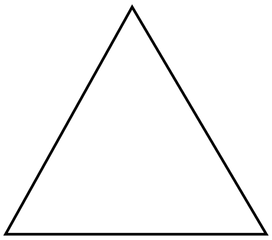
FIGURAS GEOMÉTRICAS



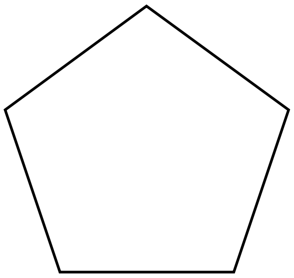
Cuadrado

Rectángulo

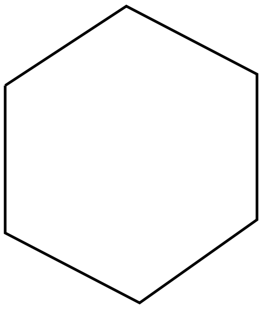
Trapecio



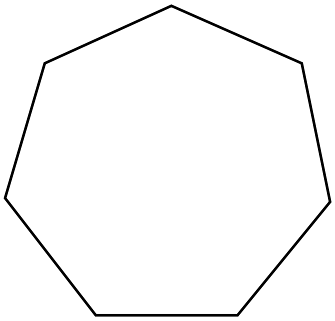
Triángulo



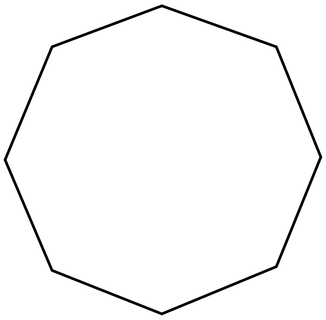
Pentágono



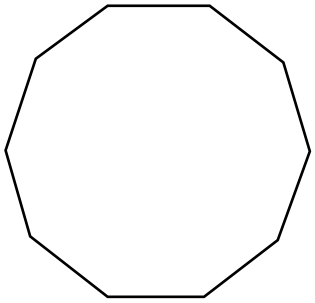
Hexágono



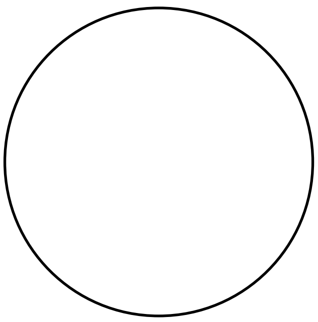
Heptágono



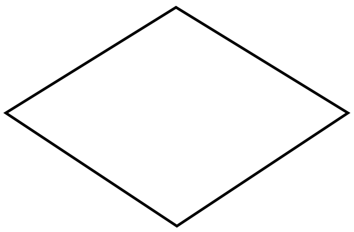
Octágono



Decágono



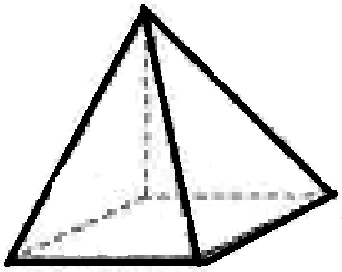
Circunferencia



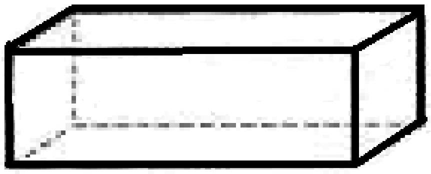
Rombo

Paralelogramo

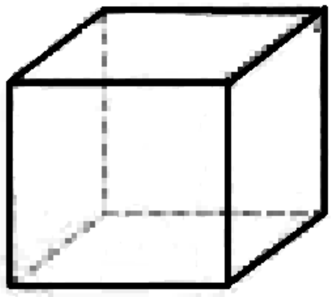
CUERPOS GEOMÉTRICOS



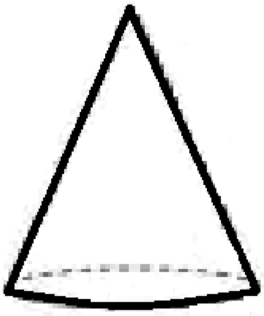
Pirámide



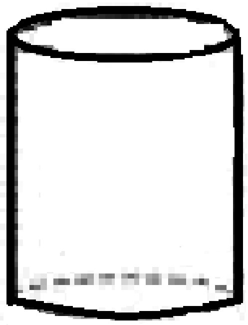
Prisma



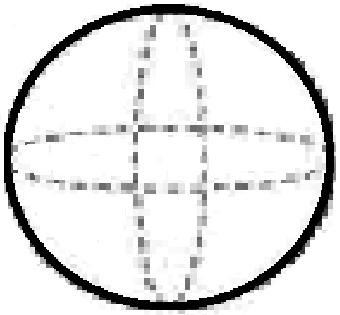
Cubo



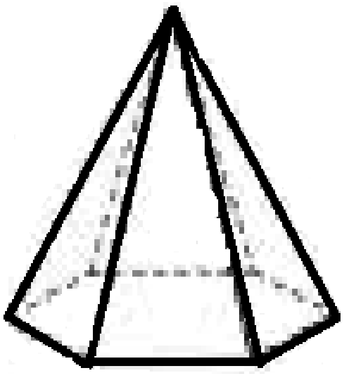
Cono



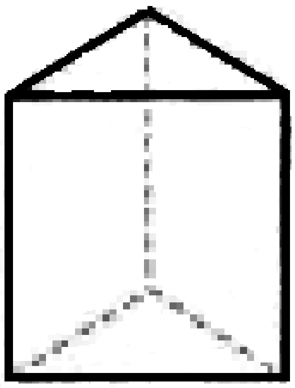
Cilindro



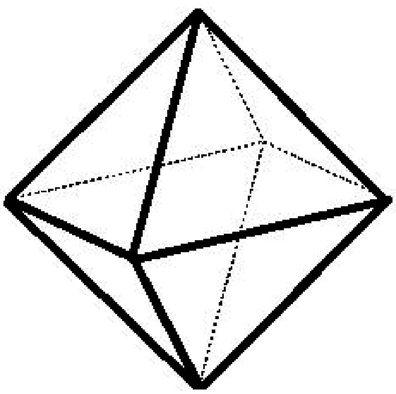
Esfera



Pirámide hexagonal

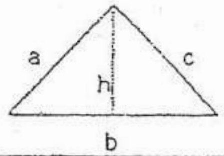
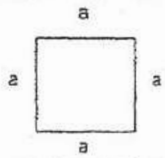
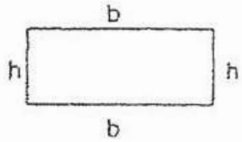
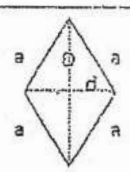
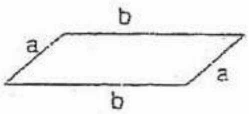
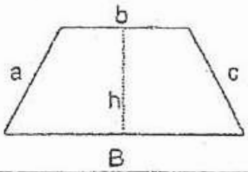
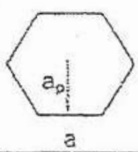
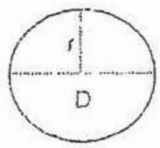


Prisma recto triangular

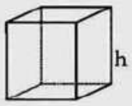
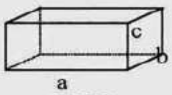
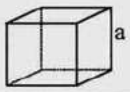
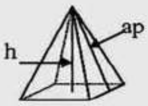
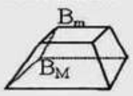
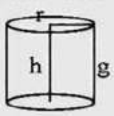
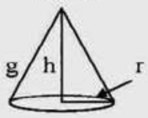
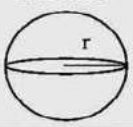


Octaedro

ÁREAS Y PERÍMETROS

IMAGEN DE LA FIGURA	NOMBRE	PERIMETRO	ÁREA
	Triángulo	P = a + b + c En donde P = Perímetro a, b, c son las medidas de los lados	A = (bh)/2 En donde A = Área b = base h = altura
	Cuadrado	P = 4a En donde P = Perímetro a = lado	$A = a^2$ En donde A = Área a = lado
	Rectángulo	P = 2(b + h) P = Perímetro b = base h = altura	A = bh En donde A = Área b = base h = altura
	Rombo	P = 4a En donde P = Perímetro a = lado	A = (Dd)/2 En donde A = Área D = Diagonal mayor d = diagonal menor
	Romboide	P = 2(a + b) En donde P = Perímetro a = lado menor b = base	A = (bh) En donde A = Área b = base h = altura
	Trapecio	P = a + b + c + B En donde P = Perímetro a c son los lados no paralelos b = base menor B = Base mayor	A = [(B + b)h]/2 En donde A = Área B = Base mayor b = base menor h = altura
	Polígono Regular	P = na En donde P = Perímetro n = número de lados a = lado	$A = [P(a_p)]/2$ En donde A = Área P = Perímetro a_p = apotema
	Círculo	$P = \Pi D$ En donde P = Perímetro Π = número de veces que cabe el diámetro alrededor de la circunferencia D = Diámetro	$A = \Pi r^2$ En donde A = Área Π = número de veces que cabe el diámetro alrededor de la circunferencia r = radio

VOLÚMENES

Cuerpos	Área total (A_T)	Área lateral (A_L)	Área base/s (A_B)	Volumen (V)
PRISMAS RECTOS 	$A_T = A_L + 2A_B$	$A_L = P_B \cdot h$	$A_B = \begin{cases} \frac{b \cdot a}{2} & (1) \\ 1^2 & (2) \\ \frac{P \cdot ap}{2} & (3) \end{cases}$	$V = A_B \cdot h$
ORTOEDRO 	$A_T = 2ab+2ac+2bc$	$A_L = 2ac+2bc$	$A_B = 2ab$	$V = a \cdot b \cdot c$
CUBO 	$A_T = 6a^2$	$A_L = 4a^2$	$A_B = 2a^2$	$V = a^3$
PIRÁMIDES RECTAS 	$A_T = A_L + A_B$	$A_L = \frac{P_B \cdot ap}{2}$	$A_B = \begin{cases} \frac{b \cdot a}{2} & (1) \\ 1^2 & (2) \\ \frac{P \cdot ap}{2} & (3) \end{cases}$	$V = \frac{1}{3} A_B \cdot h$ ó $V = \frac{A_B \cdot h}{3}$
TRONCO DE PIRÁMIDE 	$A_T = A_L + A_{BM} + A_{Bm}$	$A_L = \frac{(B+b) \cdot a}{2} \cdot n$	A_B = igual que en la pirámide	
CILINDRO 	$A_T = A_L + 2A_B$ $A_T = 2\pi rg + 2\pi r^2$	$A_L = 2\pi rg$	$A_B = \pi r^2$	$V = \pi r^2 \cdot h$
CONO 	$A_T = A_L + A_B$ $A_T = \pi rg + \pi r^2$	$A_L = \pi rg$	$A_B = \pi r^2$	$V = \frac{1}{3} \cdot \pi r^2 \cdot h$ ó $V = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3}$
TRONCO DE CONO 	$A_T = \pi g(R+r) + \pi R^2 + \pi r^2$	$A_L = \pi g \cdot (R+r)$	$A_{BM} = \pi R^2$ $A_{Bm} = \pi r^2$	
ESFERA 	$A = 4\pi r^2$			$V = \frac{4}{3} \cdot \pi r^3$

(1) Base triangular (b=base, a=altura). (2) Base cuadrada (1= lado). (3) Polígono regular (P=perímetro, ap=apotema).

TABLAS DE MEDIDAS

LONGITUD	
Sistema métrico	Sistema inglés
10 milímetros = 1 centímetro	25 centímetros = 1 pulgada
10 centímetros = 1 decímetro	30.48 centímetros = 1 pie (25 pulgadas)
10 decímetros = 1 metro	91.44 centímetros = una yarda (3 pies)
1,000 metros = un kilómetro	1.6093 kilómetros = 1 milla

PESO	
Sistema métrico	Sistema inglés
1,000 miligramos = 1 gramo	16 onzas = 1 libra
1,000 gramos = 1 kilogramo	100 libras = 1 quintal
1,000 kilogramos = 1 tonelada métrica	2,000 libras = 1 tonelada corta

CAPACIDAD	
Sistema métrico	Sistema inglés
1,000 mililitros = 1 litro	2 pintas = 1 cuarto
10 litros = 1 decalitro	4 cuartos = 1 galón
	1 galón = 3,785 litros

TIEMPO	
60 segundos = 1 minuto	52 semanas = 1 año
60 minutos = 1 hora	12 meses = 1 año
24 horas = un día	365 días = 1 año
7 días = 1 semana	366 días = 1 año bisiesto

TABLA DE CONVERSIONES Y MEDIDAS

TABLA DE CONVERSIÓN DE MEDIDAS DEL SISTEMA ANGLO-AMERICANO

AL SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

MEDIDAS LINEALES

1 milla	=	1609.35 m	1 m	=	0.0006214 milla
1 furlong	=	201.1644 m	1 m	=	0.004971 furlong
1 pole	=	5.029 m	1 m	=	0.19885 pole
1 yarda	=	0.9144 m	1 m	=	1.0936 yardas
1 pie	=	0.3048 m	1 m	=	3.2808 pies
1 pulgada	=	0.0254 m	1 m	=	39.37 pulgadas

MEDIDAS SUPERFICIALES

1 milla^2	=	2589900 m^2	1 m^2	=	0.0000003861 milla^2
1 acre	=	4046.8 m^2	1 m^2	=	0.0002471 acre
1 rod^2	=	25.293 m^2	1 m^2	=	0.03954 rod^2
1 yarda^2	=	0.8361 m^2	1 m^2	=	1.196 yarda^2
1 pie^2	=	0.0929 m^2	1 m^2	=	10.7638 pies^2
1 pulgada^2	=	0.000645 m^2	1 m^2	=	1,550 pulgadas^2

MEDIDAS CÚBICAS

1 cord	=	3.624 m^3	1 m^3	=	0.276 cord
1 yarda^3	=	0.7645 m^3	1 m^3	=	1.308 yarda^3
1 pie^3	=	0.028317 m^3	1 m^3	=	35.3145 pies^3
1 pulgada^3	=	0.00001639 m^3	1 m^3	=	61012.81 pulgadas^3

MEDIDAS DE CAPACIDAD

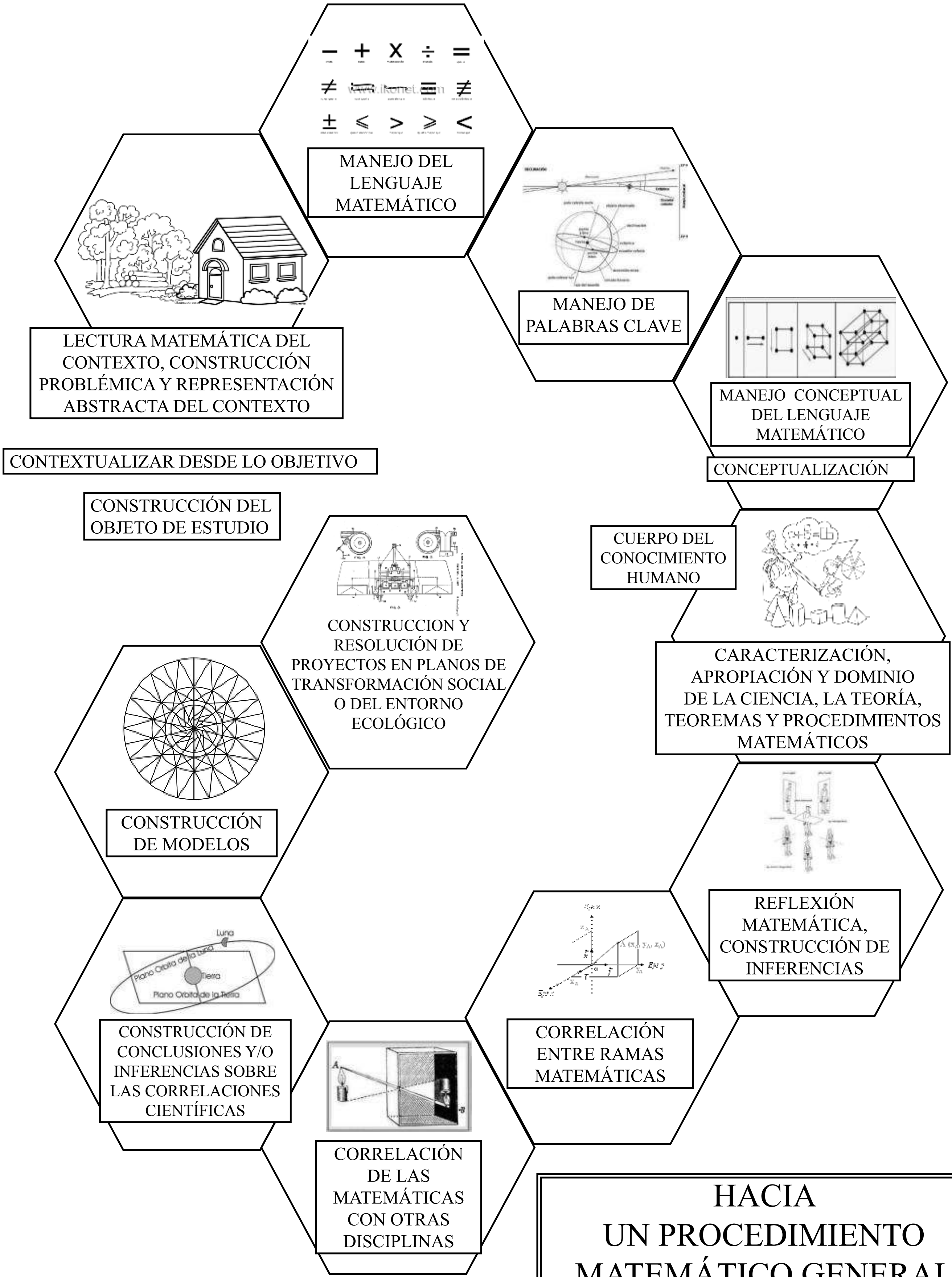
Para líquidos					
1 galón U. S.	=	3.7854 litros	1 litro	=	0.26418 galón U. S.
1 cuarto U. S.	=	0.94636 litro	1 litro	=	1.05671 cuartos U. S.
1 pinta U. S.	=	0.47312 litro	1 litro	=	2.11345 pintas U. S.
1 gill U. S.	=	0.11828 litro	1 litro	=	8.4538 gills U. S.
Para áridos					
1 bushel U. S.	=	35.237 litros	1 litro	=	0.02838 bushel U. S.
1 peck U. S.	=	8.80925 litros	1 litro	=	0.1135 peck U. S.
1 cuarto U. S.	=	1.1012 litros	1 litro	=	0.908 cuarto U. S.

MEDIDAS DE PESO

1 tonelada U. S.	=	907.18 kg	1 kg	=	0.00110232 tonelada U. S.
1 quintal U. S.	=	45.359 kg	1 kg	=	0.0220463 quintal U. S.
1 libra U. S.	=	0.45359 kg	1 kg	=	2.2046 libras U. S.
1 onza U. S.	=	0.028349 kg	1 kg	=	35.2736 onza U. S.

Unidad 1

“LA ALIMENTACIÓN EN MÉXICO”



HACIA UN PROCEDIMIENTO MATEMÁTICO GENERAL

UNIDAD 1

Palabras y conceptos

EJE TEMÁTICO	PALABRAS CLAVE	CONCEPTOS
LÓGICA Y CONJUNTOS	• Probable • Identidad • Carácter • Propiedad • Cualidad	**Cualidad** Características propias e innatas de un ser animado o inanimado. Un carácter natural o adquirido que se distingue del resto de los de su especie, de personas, seres vivos u objetos. Manera de ser alguien o algo.
ARITMÉTICA	• Punto • Cien • Uno • Larga • Corta	**Punto** Señal de muy pequeño tamaño, casi sin dimensiones, que resulta perceptible por un contraste de color o del relieve sobre una superficie y que convencionalmente se representa como circular.
GEOMETRÍA	• Esfera • Octógono • Eje • Semieje • Sentido	**Esfera** Cuerpo geométrico limitado por una superfice curva, cuyos puntos están todos a igual distancia de uno interior llamado centro.
ÁLGEBRA	• Parciales • Desigualdad • Definición • Índices • Proporcionalidad	**Definición** Acción de definir una palabra o un concepto.
MEDICIÓN	• Termómetro • Kilómetro • Yarda • Onza • Tonelada	**Termómetro** Instrumento que sirve para medir la temperatura. El más habitual consiste en un tubo capilar de vidrio cerrado y terminado en un pequeño depósito que contiene una cierta cantidad de mercurio o alcohol, el cual se dilata al aumentar la temperatura o se contrae al disminuir, cuyas variaciones de volumen se leen en una escala graduada.
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA	• Visualización • Resumen • Parámetros • Media • Desviación	**Parámetros** Variable que, en una familia de elementos, sirve para identificar cada uno de ellos mediante su valor numérico.

UNIDAD 1	
E.T. LÓGICA Y CONJUNTOS	

Proposiciones lógicas y valores de verdad

El hombre elabora una serie de pensamientos que expresa en diferentes formas y, al comunicarlos a sus semejantes, da la oportunidad de analizarlos ampliamente. Emplea diferente tipo de lenguaje para expresar dichos pensamientos y en ocasiones, dentro de este lenguaje, llega a emplear formas simbólicas, signos y lenguaje técnico.

Ejemplos:
¿Qué podrá ser?
México, ciudad de palacios.
La ballena tiene respiración branquial.
Yucatán es una península.
Las vacas no vuelan.
$4 + 5 = 9$
$8 < 2 + 3$

Cada uno de esos ejemplos son una expresión de un pensamiento. Analizándolos se observa que:
¿Qué podrá ser?
México, ciudad de palacios.
Son expresiones en las que no podemos determinar si se afirma o se niega algo. En cambio, si se analizan:

La ballena tiene respiración branquial.
Yucatán es una península.
Las vacas no vuelan.
$4 + 5 = 9$
$8 < 2 + 3$

Se observa que en estas expresiones se afirma o niega algo; son llamadas proposiciones lógicas.
En todas ellas reconocemos un sujeto y un predicado.

SUJETO	PREDICADO
La ballena	tiene respiración branquial.
Yucatán	es una península.
Las vacas	no vuelan.
Cuatro más cinco	es igual a nueve.
Ocho	Es menor que dos más tres.

A toda proposición lógica se le otorga un valor: Verdadero (V) cuando lo que enuncia es verdad; Falso (F) cuando lo que enuncia no es verdad.
Son proposiciones lógicas verdaderas:
a. Yucatán es una península.
b. Las vacas no vuelan.
c. $4 + 5 = 9$
Son proposiciones lógicas falsas:
a. La ballena tiene respiración branquial.
b. $8 < 2 + 3$

Ejemplos:

Proposición lógica	Valor de verdad
a. El hombre es un ser vivo	V
b. La Tierra es plana	F
c. La Luna es el satélite de Júpiter	F
d. $9 - 5 = 4$	V
e. El triángulo está limitado por 4 lados	F
f. La ballena es un mamífero	V
g. Mercurio es el planeta de mayor tamaño	F
h. $5 > 3$	V
i. 2, 4, 6 son números impares	F
j. Júpiter es un planeta	V

Nota. Suele utilizarse el símbolo 0 para las proposiciones falsas y el 1 para las verdaderas.

Ejemplos:

Proposición	Valor de verdad
a. El hombre es un ser vivo	1
b. La Tierra es plana	0
c. La Luna es el satélite de Júpiter	0
d. $9 - 5 = 4$	1

EJERCICIOS DE AFIRMACIÓN

1. Escriba diez proposiciones lógicas, califíquelas en falsas o verdaderas.

Proposiciones abiertas

Existen expresiones cuya estructura es análoga a la de las proposiciones lógicas, pero en las que el sujeto está indeterminado.

Ejemplos:

"x es profesor de matemáticas".

"y es alumno del primer grado de educación media básica".

"$x > 5$"

"$5 + x = 8$"

"y es un pentágono".

A estas expresiones las denominamos *proposiciones abiertas.* No podemos asignar un valor de verdad a una proposición abierta si no se determina previamente el sujeto.

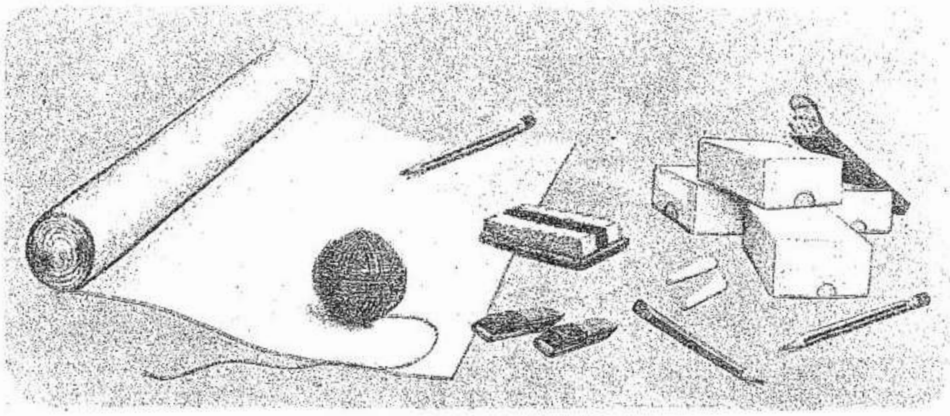
Al determinarse el sujeto y conocerse el valor de verdad de cada proposición se forma una *proposición lógica,* ya que es una afirmación verdadera o falsa.

Sea la proposición abierta: "$x > 5$".

Si reemplazamos x por el número 8, obtenemos la proposición lógica verdadera: $8 > 5$.

Si reemplazamos x por el número 2, obtenemos la proposición lógica falsa: $2 > 5$.

Representar números hasta 10,000



NUMERACIÓN

Los alumnos de 4º año son los encargados de repartir este mes los útiles destinados a los diferentes grupos.

La maestra, ya en clase, interrogó a los comisionados:

—¿Qué hicieron para distribuir los útiles?

—Contamos los borradores, las cajas de gises y los lápices, medimos el cordón y el papel para forrar, y fuimos entregando a cada grupo lo que le correspondía.

—Recuerden —dijo la maestra— que un borrador, una caja de gises, un lápiz, un metro de cordón o de papel, son **unidades en cada conjunto de cajas, de lápices,** etcétera, **que contamos o medimos.** ¿Saben el nombre que se da a cada conjunto de objetos que contaron o midieron?

—Se llama **cantidad** —contestó Enrique.

—¿Pueden decirme cuántos objetos repartieron?

—18 borradores, 12 cajas de gises, 288 lápices, 120 metros de cordón y 300 metros de papel para forrar —dijo Manuel.

—Muy bien; es bueno recordar que 18, 12, 288, 120 y 300 son los **números** que resultaron al contar o medir los objetos.

Ahora pueden determinar la unidad, la cantidad y el número en los siguientes ejemplos:

12 árboles　　35 niñas　　146 canicas

Unidad es la base para contar o medir.
Cantidad es el conjunto de unidades.
Número es el resultado de contar o medir.

UNIDAD 1

E.T. ARITMÉTICA

Unidades de millar

Varios niños estaban en la calle presenciando un desfile deportivo. Los deportistas, en perfecta formación, avanzaban en filas de 10 y en grupos de 100.

—Mira —dijo Luis a Enrique—.¡Cuántos son!

—Sí —respondió Enrique—,van en grupos de 100 muchachos; he contado los grupos.

—Entonces, ¿cuántos son en total? —preguntó Javier.

—Son mil —dijo uno.

—Es un millar —dijo otro.

Pero Enrique afirmó: "Es una unidad de millar".

—Mañana se lo preguntaremos al maestro —repuso Javier, no muy conforme.

Al otro día los tres se acercaron al maestro, y Enrique preguntó:

—¿Verdad, maestro, que es lo mismo mil que una unidad de millar?

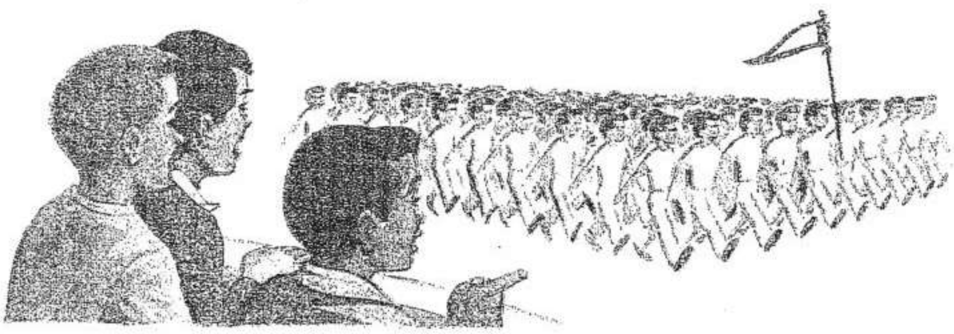
El maestro escribió 1 000 en el pizarrón, y explicó lo siguiente:

—Mil unidades simples son iguales a una unidad de millar, porque, recuérdenlo, las cantidades se analizan así:

10 unidades simples forman	1 decena.
10 decenas forman	1 centena.
10 centenas forman	1 unidad de millar.

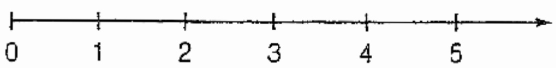
Luego,

1 unidad de millar = 1,000 unidades.



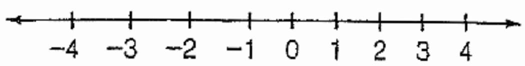
La recta numérica

La *recta numérica*, a la que también se le llama *eje numérico*, es un segmento de recta dividido en partes iguales señaladas con pequeñas rayas verticales, a cada una de las cuales se hace corresponder un número, de manera ordenada. Es usual escribir el número cero en el extremo izquierdo de la recta para señalar el punto de partida, y trazar una punta de flecha en el otro extremo para indicar que la recta es infinita, así como el sentido en que se ordenan los números. He aquí un ejemplo:



El empleo de rectas numéricas en los distintos grados de la educación primaria se ha vuelto un importante recurso de enseñanza, ya que por medio de él los maestros no sólo consiguen que los niños aprendan a contar, sino también a efectuar operaciones aritméticas —tanto con números enteros como con números fraccionarios— de una manera muy parecida a un juego. Es por ello conveniente que los padres de familia conozcan también este valioso recurso.

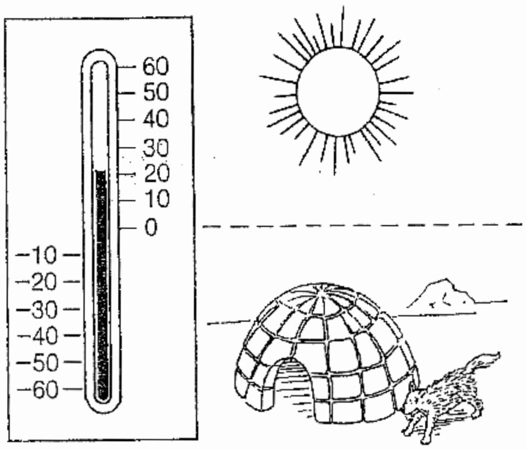
Números enteros en la recta numérica. Podemos representar en una recta numérica el conjunto de los números enteros, tanto los positivos como los negativos. El número cero, que no es positivo ni negativo, señala el punto medio de la recta:



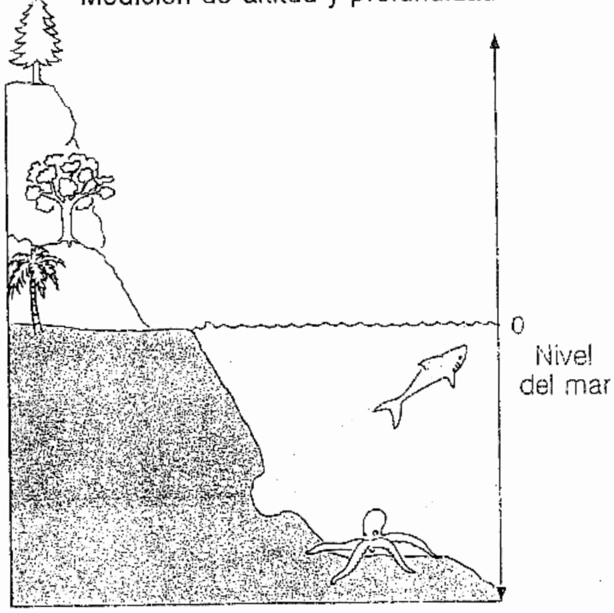
Los números positivos, que se escriben sin el signo + antepuesto, se ordenan a la derecha del cero, mientras que los negativos, a los que sí hay que anteponer el signo −, se ordenan a la izquierda. Observe usted que el extremo izquierdo de la recta termina en punta de flecha, lo que indica que en ese sentido la recta también es infinita.

La recta numérica de números enteros, trazada en posición vertical, tiene muchas aplicaciones en instrumentos, mediciones y gráficas. He aquí unos ejemplos elocuentes:

Medición de temperaturas



Medición de altitud y profundidad

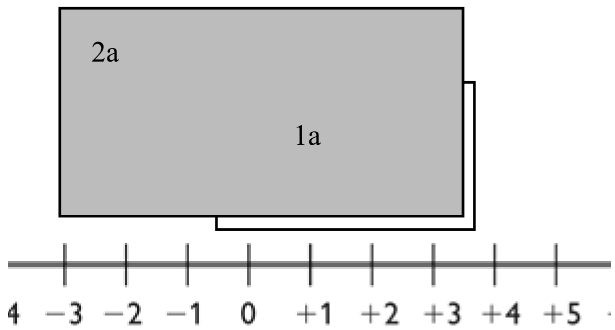


UNIDAD 1

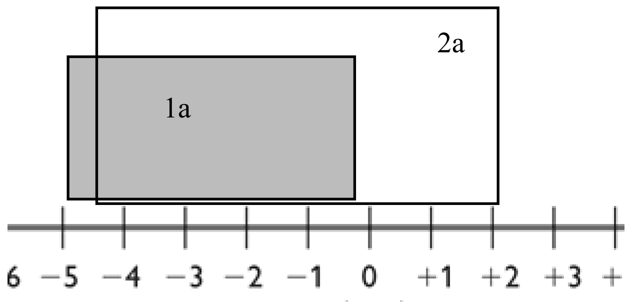
E.T. ARITMÉTICA

La recta numérica

La recta numérica puede utilizarse para crear diversos juegos y entretenimientos. Si se estimula al niño a participar en ellos, puede alcanzar un objetivo educativo muy importante: combinar aprendizaje y diversión.
A continuación presentamos un juego.
Materiales: Un dado, una regla, un lápiz, un plumón, varias hojas de papel en blanco tamaño oficio y una ficha de juego para cada jugador, de preferencia de plástico u otro material inofensivo.
Con el lápiz y la regla trace usted una recta numérica del -10 al 10 en cada hoja de papel; luego remarque con plumón todas las líneas y los números. Si los niños ya saben usar la regla, anímelos a que ellos mismos tracen la recta en su hoja respectiva.
Reparta una hoja y una ficha a cada jugador. Conviene que los niños se sienten alrededor de una mesa para que puedan ver el desarrollo del juego. Dígales que usted será el juez y haga que sorteen con el dado el turno de salida.
El juego consiste en hacer avanzar la ficha a lo largo de la recta numérica de acuerdo con lo que marque el dado, una tirada en un sentido y la tirada siguiente en el otro. Por ejemplo, si el primer jugador tira el dado y sale 5, debe avanzar su ficha 5 marcas, empezando por la marca del cero y hacia cualquier extremo de la recta; si elige el extremo positivo de la recta, debe colocar su ficha en la marca del número 4, o en la marca del -4 si escoge el otro extremo. Luego, por turno, los demás jugadores efectúan su tirada, pero deben avanzar en el mismo sentido que el primer jugador. Si éste se halla en la marca del 4 y en su segunda tirada sale 6, debe retroceder su ficha a la marca del -2, o bien, hacerla avanzar a la marca del 2 si se hallaba en la marca del -4
Tiradas del primer jugador:



O bien:



Una vez que los demás jugadores hayan realizado su segunda tirada, el primer jugador vuelve a tirar el dado: si le sale 3, por ejemplo, debe mover su ficha tres marcas en sentido contrario a la tirada anterior (de manera que quedará en la marca del 1 o del -1, según el sentido en que haya avanzado en la primera tirada). Todos los jugadores estarán avanzando y retrocediendo sucesivamente a lo largo del juego, y el azar hará que algunos se vayan alejando poco a poco de la marca del cero: el primero que llegue a la marca del 10 o a la del -10 será el ganador.

UNIDAD 1

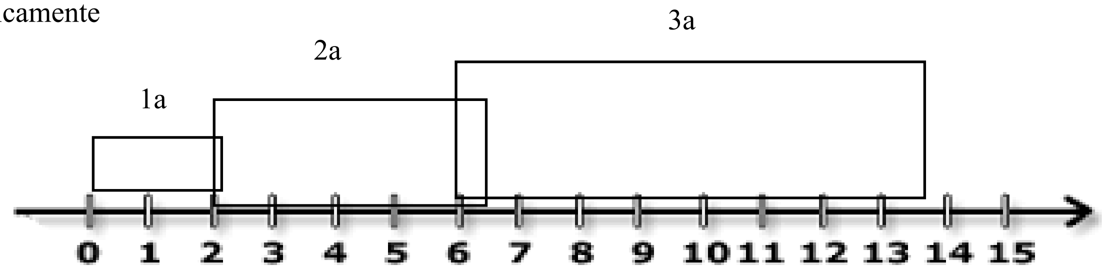
E.T. ARITMÉTICA

La recta numérica

Adición en la recta numérica.

El uso de la recta numérica puede contribuir a que los niños comprendan mejor el algoritmo de la adición. Si un niño quiere sumar 2 + 4 + 7, por ejemplo, se le puede proporcionar una recta numérica trazada en una hoja de papel y pedirle que localice la marca del cero, el punto de partida para efectuar la suma. Como el primer sumando es 2, el niño debe dar un "salto" con un dedo a la marca de ese número en la recta, es decir, dos marcas a la derecha del cero. Luego debe "saltar" cuatro marcas más, ya que el segundo sumando es 4, y por último, debe dar un "salto" de siete marcas – el número del tercer sumando -. La marca a la que llegue será la suma o total.

Gráficamente



Entonces la suma de 2 + 4 + 7 = 13

Propiedad de cerradura.

Definimos la adición o suma como una operación con un par ordenado de números. Sumemos los componentes de los pares ordenados de números enteros siguientes:

(3, 6)   3 + 6 = 9

(14, 21)   14 + 21 = 35

(502, 317)   502 + 317 = 819

Como puede verse, la suma de cualquier par ordenado de números enteros siempre es otro número entero. A esta particularidad de la adición se le llama propiedad de cerradura.

Propiedad conmutativa.

El orden en que se unen dos conjuntos ajenos o disjuntos no afecta el resultado, es decir, si los elementos de la unión A U B son exactamente los mismos que los de B U A, decimos que: A U B=B U A. Esta particularidad, llamada propiedad conmutativa, también se cumple en la adición de numeros enteros, es decir, el orden de los sumandos puede alterarse (conmutarse) sin afectar el resultado.

Ejemplos:

7 + 6 = 13   6 + 7 = 13

7 + 6 = 6 + 7

50 + 19 = 69   19 + 50 = 69

50 + 19 = 19 + 50

Un niño puede comprobar esta propiedad en una recta numérica. Se le puede pedir, por ejemplo, que sume 5 + 3 y luego 3 + 5; en ambos casos el resultado será invariablemente el mismo.

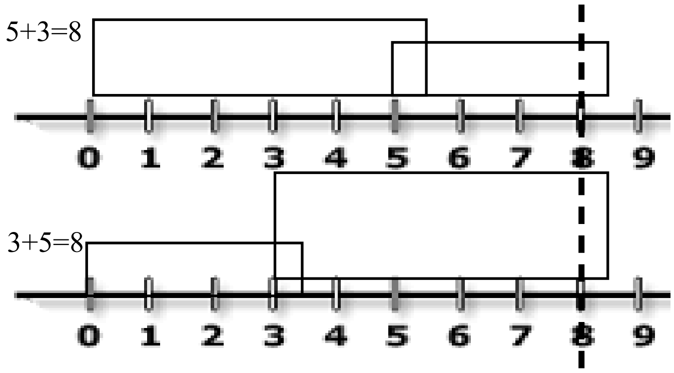
La recta numérica

La propiedad conmutativa se cumple en todos los casos, sin importar el número de sumandos. Comprobémoslo con un ejemplo más:

2 + 9 + 7= 18 9 + 2 + 7 = 18

2 + 7 + 9= 18 7 + 9 + 2= 18

9 + 7 + 2= 18 7 + 2 + 9= 18



Propiedad asociativa.
Hemos dicho que la adición es una operación binaria, es decir, que sólo puede ser ejecutada con dos números a un tiempo. Si queremos sumar tres números, debemos sumar primero dos de ellos y luego sumar el resultado con el tercer número. Para sumar los números 3, 5 y 7, por ejemplo, podemos sumar 3 y 5 primero y obtener 8; a esta suma, 8, luego le agregamos 7 y obtenemos el total, 15, es decir:

(3+5) + 7 = 8 + 7
= 15

Por otro lado, podemos sumar 5 + 7 para obtener 12, y entonces sumar 3 + 12 para obtener 15, o sea:

3 + (5+7) = 3 + 12
= 15

Como en cada caso la suma es la misma, concluimos que (3+5) + 7 = 3 + (5 + 7). A esta propiedad de agrupación se le llama propiedad asociativa de la adición.
Esta propiedad también puede comprobarse en una recta numérica, como en el ejemplo siguiente:

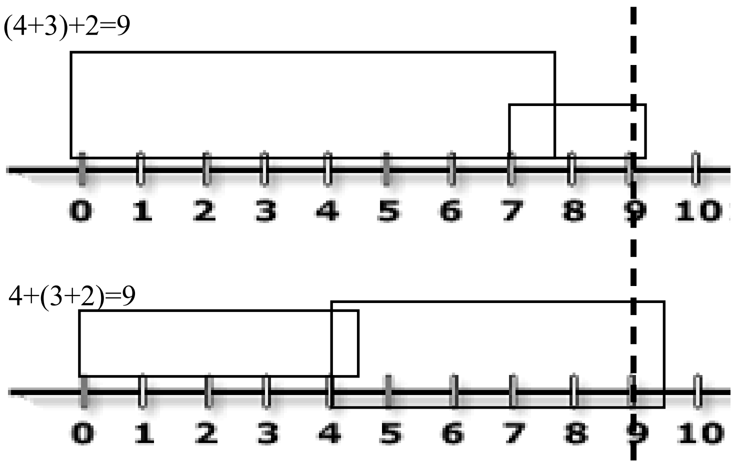
La propiedad asociativa también se cumple al sumar más de tres números. Si queremos obtener la suma de 5 + 6 + 9 + 1, por ejemplo, podemos agrupar los sumandos de varias maneras. He aquí tres de ellas:

(5+6) + (9+1) = 11 + 10
= 21

(5+9) + (6+1) = 14 + 7
= 21

(5+1) + (6+9) = 6 + 15
= 21

En la práctica, agrupamos en orden los números para sumarlos.

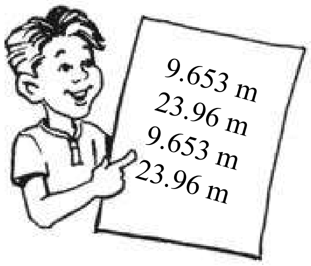


UNIDAD 1

E.T. ARITMÉTICA

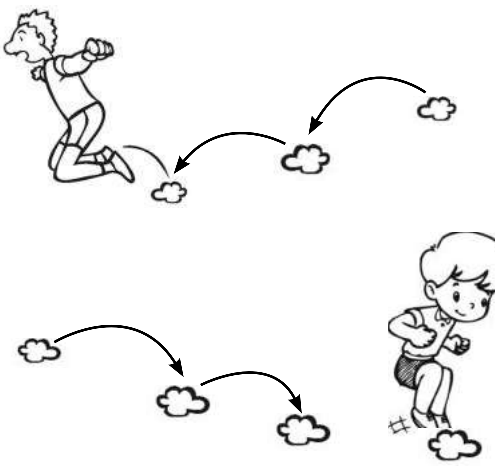
Operaciones con enteros positivos

Resuelve los siguientes problemas.



Pepe midió un terreno para cercarlo.
Obtuvo las siguientes medidas:
9.653 m, 23.96 m, 9.653 m y 23.96 m
¿Cuántos metros mide el perímetro del terreno?
OPERACIONES:
RESULTADO:
______________________ m

Héctor y Tuti juegan a saltar.

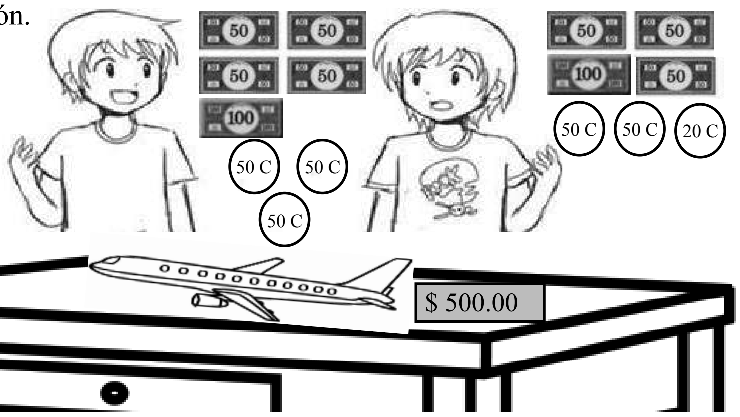


Héctor da tres saltos:
1er salto: 5.357 m
2° salto: 3.87 m
3er salto 5.5 m
Héctor salta en total _______________________ m

Tuti también salta tres veces:
1er salto: 4.7 m
2° salto: 5.36 m
3er salto 4.855 m
Tuti salta en total __________________________ m

Completa (utiliza: Tuti, Héctor, más, menos):
_________________saltó en total____________ que ___________.

Entre Arturo y Javier quieren comprar un avión.
¿Les alcanza con lo que tienen ahorrado?



Arturo tiene $ _________________ Javier tiene $ ___________________
Entre los dos tienen $ _______________________
¿Les alcanza para comprar el avión? ___________________

UNIDAD 1

E.T. ARITMÉTICA

Operaciones con enteros positivos

Resuelve los siguientes problemas:
Miguel quiere comprar una barquita de $ 632.40, para lo cual ha ahorrado durante 4 semanas.

1ª semana ahorró $ 157.80
2ª semana ahorró $ 95.50
3ª semana ahorró $ 186.30
4ª semana ahorró $ 179.90

¿Cuánto ha ahorrado en total?
Miguel ha ahorrado $ _______________
¿Cuánto le falta para poder comprar el barquito?
Le faltan $ ____________________

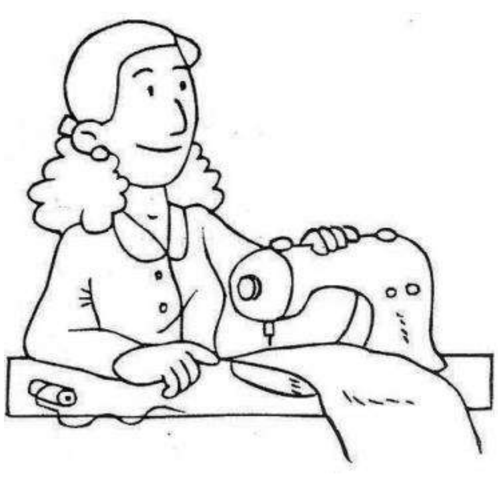
Un grupo de excursionistas intenta subir a una montaña de una altura de 4,508 m en 3 etapas.

En la 1ª etapa subieron 1 802.9 m.
En la 2ª etapa subieron 1 344.35 m.

¿Cuánto deben subir en la 3ª etapa para alcanzar la altura deseada?

Deben subir en la 3ª etapa ________________ m

Para confeccionar varias prendas necesitamos las siguientes cantidades de tela:



Para la primera: 1.74 m
Para la segunda: 0.85 m
Para la tercera: 3.5 m
Para la cuarta 2.40 m
¿Cuántos metros necesitamos en total?
Necesitamos _________________ m
Si compramos 10 m ¿Cuántos metros sobran?
Sobran __________________ m

UNIDAD 1	
E.T. ARITMÉTICA	

Adición y sustracción con números hasta de 3 cifras

ADICIÓN O SUMA

—¡Qué hermosas golondrinas! ¿A dónde irán? ¡Han pasado tantas! He contado ya tres grupos —exclamó Susana, que contemplaba el cielo desde la ventana de su clase.

—¿Cuántas golondrinas revolotean? —interrogó el maestro, que la escuchaba.

—En el primer grupo conté 12 —respondió Susana—, en el segundo, 14, y en el tercero, 23.

—¿Cuántas son en total?
Susana hizo esta suma:

$$\begin{array}{r} 12 \\ +\ 14 \\ 23 \\ \hline 49 \end{array}$$

Y añadió: 49 golondrinas han pasado.

¿Cuántos sumandos tiene esta adición?
¿Cómo se llama el resultado?
¿En cuántas formas podemos colocar los sumandos?

El vuelo de las golondrinas recordó a la clase la **adición,** y los alumnos afirmaron que 12, 14 y 23 son los **sumandos,** y que 49 es el **total o suma.**

El maestro recomendó repasar las sumas de **números dígitos,** y anotó en el pizarrón las siguientes:

$$\begin{array}{r} 7 \\ +\underline{\ 1\ } \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \\ +\underline{\ 7\ } \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ +\underline{\ 6\ } \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ +\underline{\ 2\ } \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ +\underline{\ 2\ } \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ +\underline{\ 3\ } \end{array} \quad \begin{array}{r} 5 \\ +\underline{\ 1\ } \end{array} \quad \begin{array}{r} 6 \\ +\underline{\ 3\ } \end{array}$$

para que los alumnos completaran las series. Haz tú lo mismo para adiestrarte en la adición, porque debes sumar:

1º Cuando quieras hallar el total de varios números.
2º Cuando tengas que aumentar un número a otro.

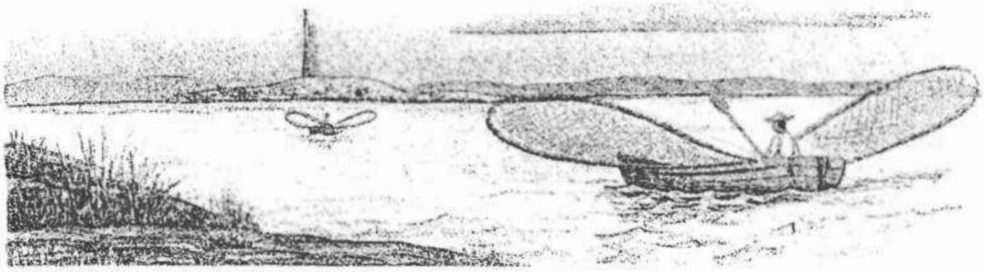
Resuelve este problema: Carlos tenía 20 canicas y ganó en el juego otras 26. ¿Cuántas tiene ahora?

Adición y comprobación

La familia Rojas hizo una gira de recreo por varios lugares de la República durante las vacaciones.

José Rojas, que es de 4º año, trajo a la escuela varias fotografías, muy bonitas, de los lugares que vio en su viaje. Nos hizo una descripción del lago de Pátzcuaro; de la ciudad de Guadalajara, con sus hermosas colonias; de la pacífica ciudad de Morelia, y de su paso por Mil Cumbres.

—¡Cuánto te paseaste, José! —comentaron sus compañeros.



Y él contestó:

—En verdad que sí; aquí tengo anotados los kilómetros que recorrimos diariamente: lunes, 325; martes, 220; miércoles, 355; jueves, 700, y viernes, 384.

Dijo Luis:

—5 y 5, 10 . . .

—Un momento —interrumpió el maestro—. Al sumar digan, por ejemplo, señalando cada sumando, 5, 10, 14; coloquen el 4 debajo de las unidades y sumen el 1 con las decenas. 1, 3, 5, 10, 18; escriban el 8, y sumen el 1 con las centenas. 1, 4, 6, 9, 16, 19; escriban el 19 completo y con esto hemos terminado.

$$\begin{array}{r} 325 \\ 220 \\ 355 \\ +\ 700 \\ 384 \\ \hline 1{,}984 \text{ km} \end{array}$$

—Así sumamos más aprisa —dijo Luis—. Pero ¿y si nos equivocamos?

—Lo comprueban —aclaró el maestro.

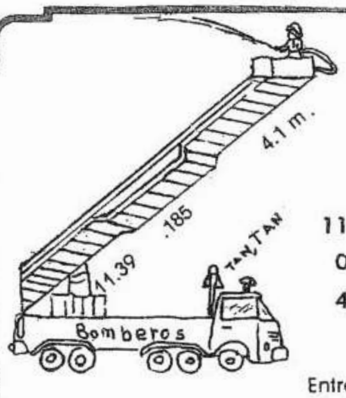
—¿Cómo?

—Se suma en sentido contrario de como se sumó la primera vez.

UNIDAD 1

E.T. ARITMÉTICA

Adición y comprobación



¿Qué altura alcanza la escalera?

11.39 + 0.185 + 4.1

	C	D	U		d	c	m
11.39 →		1	1	•	3	9	
0.185 →			0	•	1	8	5
4.1 →			4	•	1		
Total:		1	5	•	6	7	5

Entre las tres tienen: 11.39 + 0.185 + 4.1 = 15.675 m.

Acomoda, suma y escribe el resultado:

903.008 + 45.1 + 0.37 = ____________

	C	D	U		d	c	m
903.008 →				•			
45.1 →				•			
0.37 →				•			
Total:				•			

0.09 + 0.865 + 3 542.0 = ____________

	C	D	U		d	c	m
0.09 →				•			
______ →				•			
______ →				•			
Total:				•			

Resuelve las siguientes sumas:

6 321.569 + 47.83 + 65.540 = ____________ 1.890 + 0.8 + 6.02 + 0.435 = ____________

```
   547.92        24353.80        345.125
    32.531        9537.55          7.34
   800.09           72.324      2400.72
+    1.2      +   9835.4     +     3.5
-----------   ------------   -----------
= _________   = __________   = _________
```

Adición y sustracción de fracciones de igual denominador

A cada una de las partes en que se divide una unidad se le considera, a su vez, una nueva unidad, y ésta se denomina *unidad fraccionaria*. Así, en el caso del triángulo, la unidad fraccionaria es 1/3, ya que lo hemos dividido en tres partes iguales; en cuanto al hexágono y el círculo, las unidades fraccionarias son 1/6 y 1/8, respectivamente. He aquí los nombres de las nueve primeras unidades fraccionarias:

$\frac{1}{2}$ (un medio) $\frac{1}{6}$ (un sexto)

$\frac{1}{3}$ (un tercio) $\frac{1}{7}$ (un séptimo)

$\frac{1}{4}$ (un cuarto) $\frac{1}{8}$ (un octavo)

$\frac{1}{5}$ (un quinto) $\frac{1}{9}$ (un noveno)

$\frac{1}{10}$ (un décimo)

Después de un décimo, las unidades fraccionarias se nombran con el sufijo *avo* —por ejemplo, un treceavo (1/13), un treintaidosavo (1/32), un cincuentaitresavo (1/53), etcétera—, con excepción de 1/100, 1/1 000, 1/10 000, etcétera, que se nombran un *centésimo*, un *milésimo*, un *diezmilésimo*, etcétera (vea **Fracciones decimales**).

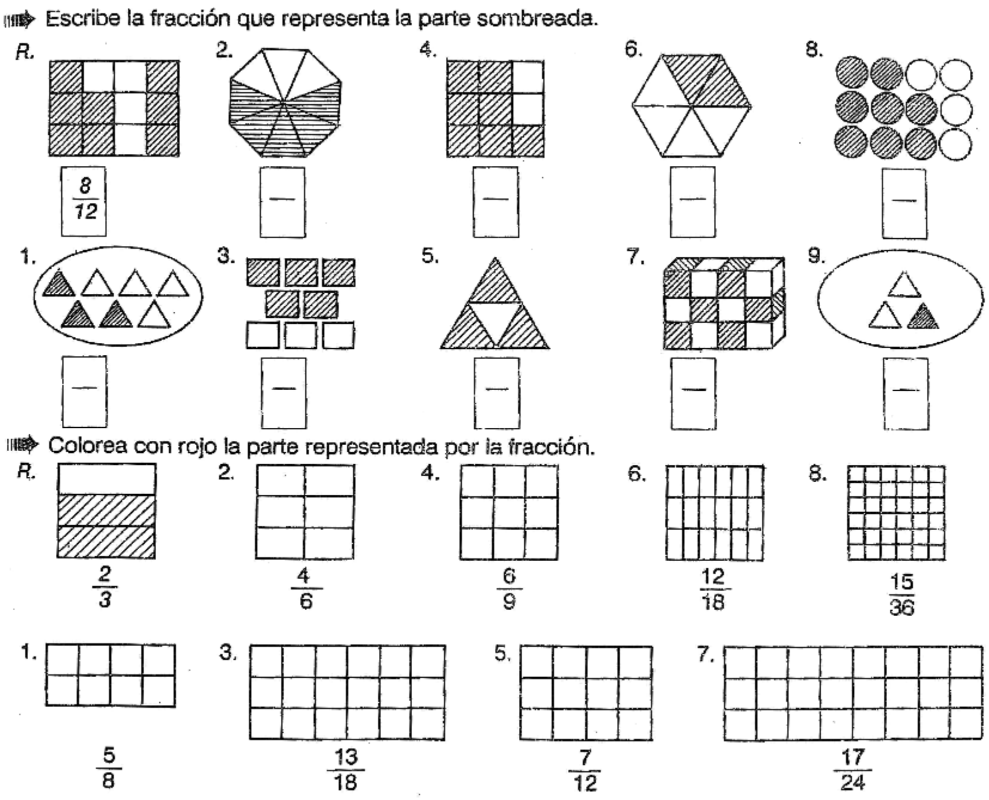
Veamos ahora estas otras figuras:

$\frac{1}{4}$ $\frac{4}{4}$ $\frac{5}{4}$

Si consideramos el rectángulo dividido en cuatro partes como unidad, decimos entonces que la fracción común 1/4 es *menor* que la unidad, ya que la parte sombreada es menor que el rectángulo completo; en consecuencia, 4/4 es *igual* a la unidad, y 5/4 es *mayor* que la unidad.

Numerador y denominador. Como hemos visto, una fracción común se expresa mediante dos números enteros, escritos uno debajo de una raya horizontal y el otro arriba (o bien, en una misma línea pero separados por una diagonal). El número que se escribe debajo de la raya (o a la derecha de la diagonal) se llama denominador, e indica el número de partes iguales en que se ha dividido la unidad. Por su parte, el número que se escribe arriba de la raya (o a la izquierda de la diagonal) recibe el nombre de numerador, e indica cuántas unidades fraccionarias contiene la fracción. En conjunto, el numerador y el denominador de una fracción común se llaman términos de la fracción. Así, por ejemplo, en la fracción 6/9 el número 6 es el numerador, 9 es el denominador, y 6 y 9 son los términos de la fracción.
Una FRACCIÓN COMÚN representa la RELACIÓN de una PARTE con un ENTERO y de éste con aquélla.

Así, si la semana tiene 7 días, un día es $\frac{1}{7}$ de semana.



R. Un año es — de un lustro.

1. Un mes es — de un año.

2. Un segundo es — de un minuto.

3. 500 metros son — de un kilómetro.

4. 500 gramos son — de un kilogramo.

5. Un semestre es — de un año.

6. Un centímetro es — de un metro.

7. Un metro es — de un kilómetro.

8. Un gramo es — de un kilogramo.

9. Un milímetro es — de un centímetro.

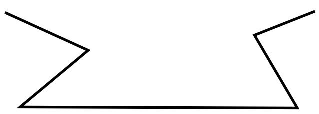
10. Un mililitro es — de un litro.

UNIDAD 1	Figuras simétricas y ejes de simetría
E.T. GEOMETRÍA	

Figuras simétricas y ejes de simetría

Clases de líneas.
Dos de los estudiantes de 4º año se dirigen a la escuela. Mientras esperan el tranvía, juegan con sus yoyos.
¡Qué bonita curva hiciste! – dice Jaime -. Yo mantengo el yoyo verticalmente, y todavía no puedo imitarte.
Veo que recuerdas lo que te han enseñado en la escuela: “verticalmente”.
¡Claro! Y no sólo sé todos los nombres de las líneas que aprendimos, sino que anoche papá dijo: “que algunas líneas rectas convergen en un punto”, y yo le pregunté qué es converger. Me explicó que dos rectas convergentes son aquellas que se van juntando cada vez más una a la otra, y que al prolongarse, se tocan en un punto, a diferencia de las paralelas, que conservan la misma distancia por más que se prolonguen. Con los brazos y manos extendidos me hizo ver la diferencia que hay entre líneas paralelas y líneas convergentes.

Al llegar a la escuela los dos estudiantes contaron su conversación al maestro, y de allí surgió la explicación de las siguientes líneas:



Quebrada

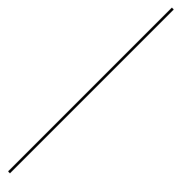
Ondulada

Mixta

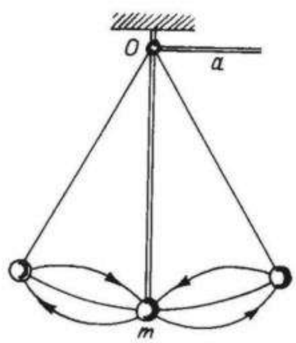
Y que la recta puede tener tres posiciones con relación al suelo:

Vertical

Horizontal



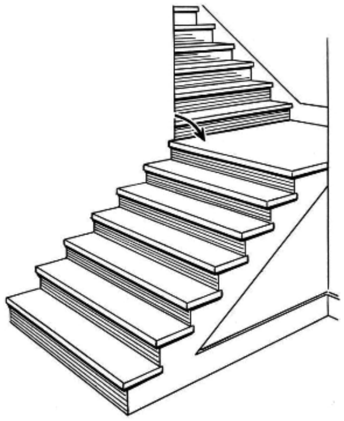
Inclinada

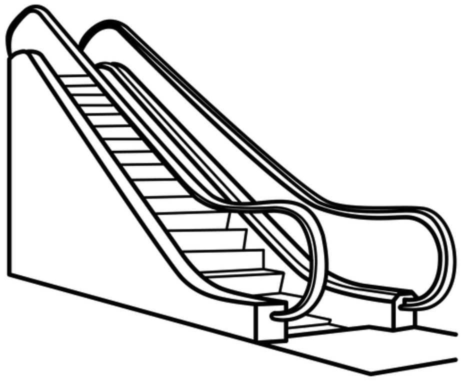


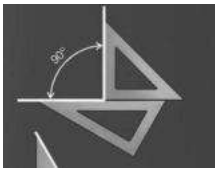
UNIDAD 1

E.T. GEOMETRÍA

Figuras simétricas y ejes de simetría

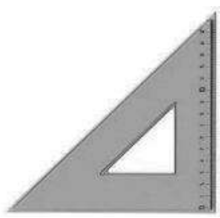






PERPENDICULARES

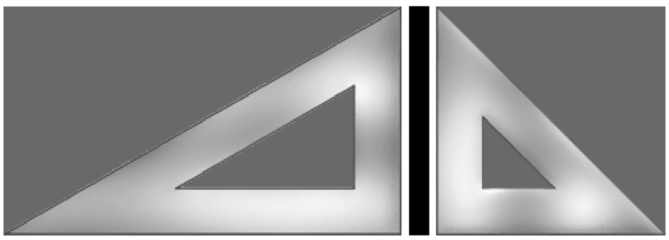
También explicó el maestro que varias rectas combinadas toman diferentes nombres, y enseñó cómo trazarlas. Así fue como supieron la manera más fácil de trazar rectas perpendiculares, paralelas y convergentes.
Aprendamos también nosotros:
Trazamos una recta en cualquier posición.
Colocamos la escuadra sobre ella, cuidando que sea por uno de los lados que forman el ángulo recto. La línea que tracemos por el otro lado del ángulo será perpendicular a la que hemos trazado primero.
Las perpendiculares se podrán trazar en el extremo de la línea o en cualquier punto de ella, según se coloque la escuadra.



Para trazar líneas paralelas a una recta dada, colocamos primero uno de los lados del ángulo recto de la escuadra sobre la recta dada.
Después deslizamos la escuadra sobre el borde de una regla y trazamos las paralelas que se deseen.
Las líneas convergentes-divergentes son las que por un lado se aproximan (convergentes), y por otro se van separando cada vez más (divergentes).
¿Qué líneas forman los travesaños de una escalera?
Si ésta es algo más ancha en su base que en la parte superior, ¿a qué líneas se asemejan los largueros de la escalera?

LÍNEAS PARALELAS

LÍNEAS CONVERGENTES

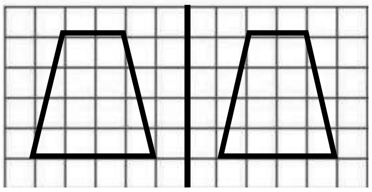


UNIDAD 1

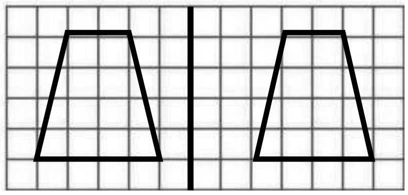
E.T. GEOMETRÍA

Figuras simétricas y ejes de simetría

Para comprobar que dos figuras son simétricas con respecto a un eje, se pueden dividir los planos en que se encuentran por el eje de simetría y luego juntarlos de manera imaginaria. Si las figuras coinciden en todos sus bordes, son simétricas.

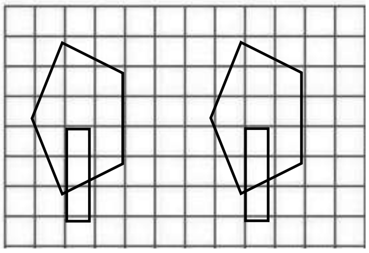


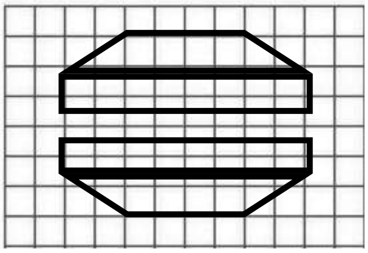
Son simétricas con respecto al eje



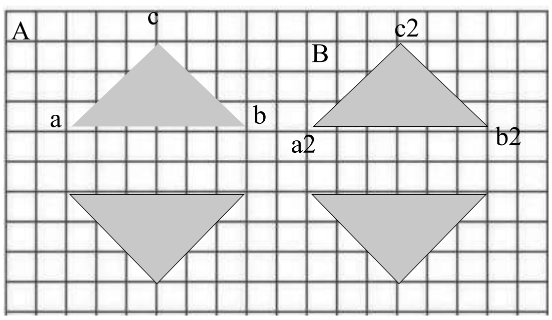
No son simétricas con respecto al eje

Traza figuras simétricas con respecto a los ejes que observas.



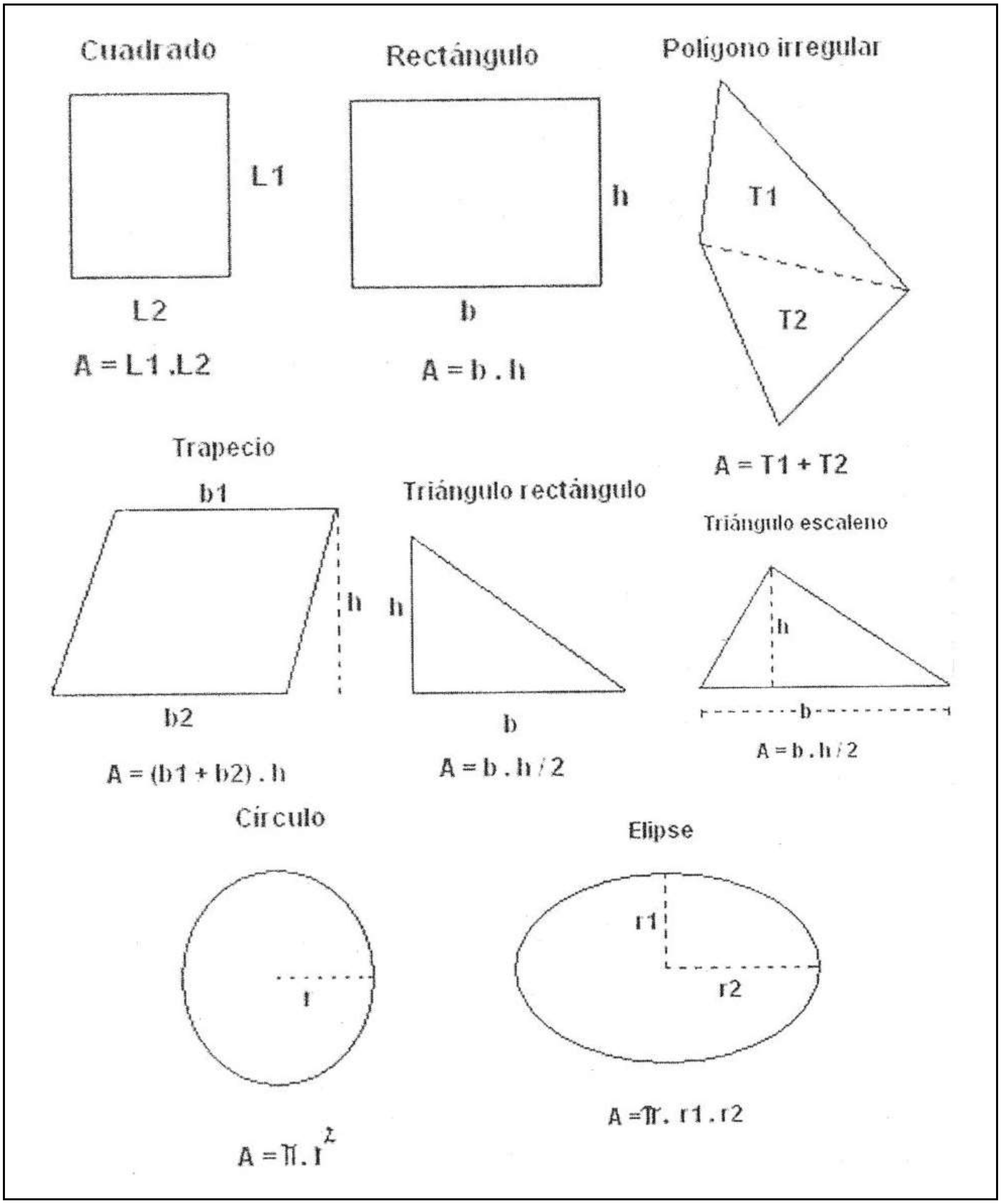


Traza figuras simétricas con respecto al eje horizontal. Luego completa los datos de la tabla.



COORDENADAS DE LA FIGURA A	COORDENADAS DE LA FIGURA B
VÉRTICE a:	VÉRTICE a2:
VÉRTICE b:	VÉRTICE b2:
VÉRTICE c:	VÉRTICE c3:

Figuras geométricas con fórmula



UNIDAD 1

E.T. MEDICIÓN

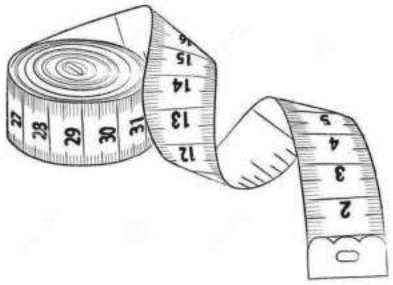
Unidades estándar

Sistema métrico decimal

¿Has visto medir las telas cuando las venden? En México las medimos con el metro. ¿Lo conoces? Hay metros plegadizos, de madera, de varilla metálica; los sastres y las costureras usan la cinta métrica.
En todas estas reglas o cintas de medir están marcados los decímetros, centímetros y milímetros en que se divide el metro.

Usa la cinta métrica para entender que:

1 metro = 10 decímetros (dm)
1 decímetro = 10 centímetros (cm)
1 centímetro= 10 milímetros (mm)



Por eso, nuestro sistema de medidas se llama decimal, como el de la numeración: porque cada orden de unidades crece o decrece de diez en diez respecto de la inmediata posterior o anterior.
Hay reglas menores que el metro, como las que usamos en clase. Por ejemplo, el doble decímetro y las reglas de 50 centímetros que nos sirven para medir longitudes menores, como libros, escritorios, papel, lápices, etc.: medidas que generalmente se toman en centímetros. Para expresar medidas muy pequeñas se usan los milímetros; así podemos medir el grueso de cuadernos y libros delgados, el de vidrio y cristales, el de hojas de cartón, etc.
Al decímetro, centímetro y milímetro se le llaman divisores o submúltiplos del metro, porque lo fraccionan un número exacto de veces.

Múltiplos del metro

Has medido con el metro telas, cintas, papel, etc., y con él has tomado las dimensiones de tu clase. Si quieres medir distancias mayores, como el patio de la escuela o el frente de tu casa, para facilitar el trabajo mides de 10 en 10 metros, pones alguna señal cada 10 metros y tienes así marcada la longitud de un decámetro. Deca quiere decir diez.

Los ingenieros llevan esta medida en una cinta que enrollan y guardan en su estuche.
Algunos ingenieros van provistos de un rollo de cinta de dos decámetros, que se llama **doble decámetro;** pero este resulta chico para medir longitudes mayores, como calles, algún terreno o camino. Entonces usan una medida de 100 metros, que se llama **hectómetro.**
Hecto quiere decir **cien.**
Si la calle de la manzana en que esta situada tu casa tienen 100 metros, 10 calles tendrán la longitud de un **kilómetro.**
Kilo quiere decir **mil.**
Las carreteras se miden por kilómetros los cuales se indican con pequeños postes o señales en los que se pone el número consecutivo de kilómetros que la carretera tiene desde donde empieza.
Cuando viajes, observa la longitud que hay de un poste a otro—se llaman **piedras miliares o mijeros**— y, si es posible, recorre a pie esa distancia, para que aprecies la longitud de un kilómetro.

Ejercicio:
Con un cordel hagamos un decámetro o doble decámetro para medir el frente de la escuela, la calle donde ésta se halla situada y el largo y ancho del parque más próximo a ella.
El decámetro, el hectómetro y el kilómetro son múltiplos del metro, porque lo contienen un número exacto de veces.

Múltiplos del metro	**Símbolos**
1 decámetro = 10 metros	**Decámetro = dam**
1 hectómetro = 100 metros	**Hectómetro = hm**
1 kilómetro = 1 000 metros	**Kilómetro = km**

Trata de reducir

5 m a dm	12m a mm	830 m a hm
7 m a cm	125m a dam	2,213 m a km

●Si la carretera de México a Guadalajara mide 670 km, ¿Cuántos hm o dam tiene?

Multiplícalos por 10 ó por 100 y tenemos: 6,700 hm ó 67,000 dam

UNIDAD 1	Cómo se usan las unidades estándar
E.T. MEDICIÓN	

Cómo se usan las unidades estándar

En los tiempos primitivos, la extensión de la mano de un hombre o la longitud de su pie se usaba con frecuencia como una unidad de medida, porque estas extremidades no sólo eran convenientes, sino que también tenían una aproximación burda de un tamaño estándar común a todos los hombres.

En los tiempos actuales, han llegado a ser estándar varias unidades de medida por uso común y acuerdo general. Por ejemplo, tenemos ciertas unidades lineales universalmente adoptadas para medir distancias, unidades de tiempo para medir tiempos, y unidades de peso para medir pesos. El sistema inglés de pesas y medidas ofrece muchos ejemplos de tales unidades estándar.

La necesidad de unidades estándar de medida puede ilustrarse en una situación como la siguiente. Supongamos que se pida al lector que mida la longitud de un pizarrón con cualquier objeto que tenga a mano. Los resultados de sus experiencias de medida podrían ser como los que aparecen en la tabla I.

TABLA I

LONGITUD DEL PIZARRÓN

Unidad de medida	*Medida*
lápiz	15 lápices
bastón	4 bastones
grapa para papel	103 grapas para papel
libro	15 libros
tira de papel	17 tiras de papel
goma para borrar	18 gomas para borrar

¿Puede el lector visualizar la longitud del pizarrón mediante cualesquiera de estas medidas? Tenemos una conciencia general de la longitud de una grapa, pero pocos de nosotros pueden visualizar con precisión tolerable una longitud que está representada por 103 grapas colocadas una tras otra. Como hay libros de muchos tamaños, "un largo de 15 libros" no tiene mucho sentido como expresión de una medida. Análogos comentarios pueden hacerse para cada una de las otras medidas. Por tanto, se necesita alguna *unidad estándar* para hacer posible el suministro de alguna *interpretación uniforme* de las medidas.

¿Cómo sabemos que las medidas se tomaron con precisión? La verdad es que no hay forma alguna de decir nada sobre esto si nos basamos en la tabla de información que hemos dado. La medida con el lápiz pudo verificarse haciendo que cierto número de personas midiesen el pizarrón con el lápiz y después comparasen los resultados. Si la mayoría de ellos obtuvo una medida de 15, pudo concluirse que la medida era satisfactoria. Es importante hacer notar que para verificar una medición debe usarse la misma unidad de medida. Y ésta es una de las razones básicas por la que las unidades estándar de medida son tan importantes.

Otra razón para establecer unidades estándar se deriva de la situación siguiente. Un amigo del lector acaba de mudarse a una ciudad que el lector nunca ha visitado. Envía una carta en la que describe ciertos aspectos de la ciudad: "la tienda de comestibles está aproximadamente al doble de distancia de la casa que la escuela de los niños." ¿Esta descripción hace posible que el lector tenga una idea de la distancia que hay entre la casa de su amigo y la tienda de comestibles? Supongamos que hubiese escrito, "hay casi un kilómetro a la tienda de comestibles más cercana a la casa". Entonces comprendemos cuál es la distancia aproximada que hay hasta la tienda de comestibles, porque la unidad estándar "un kilómetro" es un término familiar.

¿Cuál cree el lector que es la unidad básica determinada por el hombre para medir la rapidez de un aeroplano que vuela con velocidad supersónica (es decir, más de prisa que la velocidad del sonido)? Una unidad de medida para tal velocidad se llama "Mach", el nombre del físico que contribuyó al estudio del sonido. Decimos que un aeroplano se desplaza a la velocidad de un mach si está volando a la velocidad del sonido. Por tanto, un mach es la unidad básica de medida. Si el aeroplano está volando a menos de un mach, su velocidad puede escribirse por subdivisiones de la unidad, por ejemplo, 0.10 mach. La altura a la que el aeroplano está volando también debe considerarse, ya que la velocidad del sonido varía con la altura. El lector puede encontrar interesante seguir desarrollando las ideas que se presentan al medir el sonido.

Aunque algunos países establecieron estándares de medida para uso de su propio pueblo, el comercio mundial hizo necesario para ellos llegar a algún acuerdo sobre la estandarización de las medidas de peso, longitud, volumen y tiempo. En 1875 se efectuó un simposio internacional en Francia, y como resultado de esa conferencia se estableció la Oficina Internacional de Pesas y Medidas. El grupo definió las unidades estándar. Se hicieron modelos de tales unidades estándar de medida. Se conservan en Francia, pero se dispone de copias para otros países a fines de comparación. Muchos países han recibido copias de estas unidades estándar que en la mayoría de los casos guardan en sus respectivas Oficinas Nacionales de Pesas y Medidas.

EJERCICIOS

1. Cuando usamos el lápiz y el libro como unidades para medir el pizarrón, las medidas fueron iguales. ¿Qué es lo que podría decirse de la longitud de cada una de estas unidades?
2. ¿Por qué existe la diferencia que hay en las medidas cuando las que se usan como unidades son una grapa y una goma de borrar?
3. ¿Por qué varían tan ampliamente las cantidades numéricas de las medidas?
4. ¿Qué unidad estándar sería práctico elegir para medir lo siguiente?

   a) La distancia entre una ciudad y otra
   b) La altura de un edificio
   c) El diámetro de un tornillo

UNIDAD 1

E.T. PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Fenómenos deterministas y fenómenos de azar

Azar y probabilidad

¿Qué es el azar? Todos sabemos de qué se tratan los juegos de azar, e incluso hemos participado en muchos de ellos desde que éramos niños. En este tipo de juegos, el que ganemos o perdamos depende de la suerte, pues no podemos asegurar en ningún momento que *estamos seguros* de que nos vamos a sacar la bolita premiada, el número ganador, etcétera.

Entre los juegos de azar encontramos, por ejemplo, la "lotería cantada", en la que ganar depende de que salgan todas las cartas que haya en nuestro cartón; el juego de dados, que se tiran para ver qué número nos toca; la rifa de un automóvil, en la que hacemos "changuitos" con los dedos con tal que nuestro boleto tenga el número premiado, y muchísimas más.

En el azar *no* interviene nuestra habilidad, nuestra inteligencia o nuestros deseos. Es algo que toca, precisamente por... azar, es decir, por casualidad, sin seguir una norma o regla fija.

Si dejamos caer una canica en un vaso de agua no pensamos: "¡A ver si se hunde o flota!". Ya sea por experiencia o por conocimientos, tenemos la seguridad de que la canica, por su consistencia, se va a ir al fondo del vaso. Aquí no se trata de azar, pues sabemos lo que va a pasar, y siempre que dejemos caer una canica en un vaso de agua, se irá al fondo.

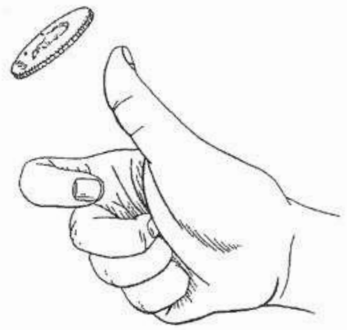
En cambio, si lanzamos una moneda al aire, cuando caiga puede salir "cara" o "cruz", o bien, "águila" o "sol". No sabemos nunca por anticipado lo que va a ocurrir, y es entonces cuando se dice que interviene el azar. Ahora bien, lo que sí podemos hacer es darle una medida numérica a ese azar, es decir, podemos señalar el *número de probabilidades* que existen de que se llegue a obtener el resultado deseado.

¿Y qué significa *probabilidad*? Cuando realizamos un experimento o juego cualquiera que nos pueda dar como resultado varios sucesos igualmente posibles, a éstos los llamamos probabilidades de un suceso. Éstas pueden clasificarse en:

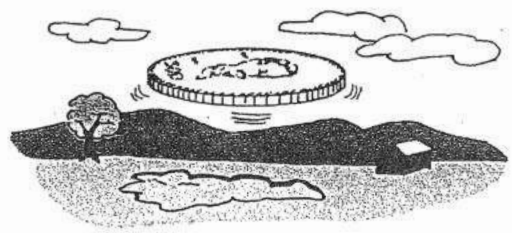
- probabilidad uno y
- probabilidad cero

¿Cuál es la diferencia entre ambas probabilidades? Decimos que algo tiene *probabilidad uno* cuando estamos seguros de que sí resultará, y *probabilidad cero* cuando no estamos seguros de que algo resultará.

Volviendo al ejemplo de la moneda, lancémosla al aire para "echar un volado".



Pregunta. ¿Qué probabilidad hay de que la moneda quede suspendida en el aire?

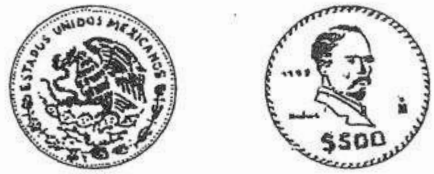


Respuesta. Ninguna. Sabemos que es seguro que caerá al suelo. Entonces se dice que tiene probabilidad cero.

Pregunta. ¿Qué probabilidad existe de que la moneda caiga al suelo? (Siempre y cuando no la atrapemos antes.)

Respuesta. Como es seguro que caerá al suelo, entonces se dice que tiene probabilidad uno.

Pregunta. ¿Qué probabilidad hay de que en el volado salga sol o salga águila?



Respuesta. Existe la probabilidad uno, puesto que sí es un hecho seguro que cualquiera de las dos, sol o águila, va a salir.

Pregunta. ¿Qué posibilidad hay de que salga sol al caer la moneda?

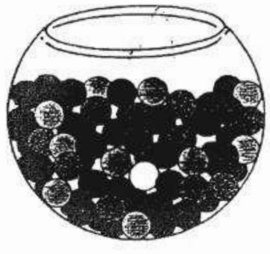
Respuesta. Hay probabilidad cero, ya que no es seguro que caiga sol, puesto que igualmente puede salir águila.

Pregunta. ¿Qué probabilidad hay de que salga águila?

Respuesta. También en este caso hay probabilidad cero, ya que existen las mismas posibilidades de que caiga sol.

Más probable, igualmente probable, menos probable. Ésta es otra manera de calcular la probabilidad, cuando existen más de dos sucesos que pueden o no ocurrir. El siguiente ejemplo nos ayuda a explicar este tipo de comparaciones.

En una vasija hemos metido 45 canicas de las cuales 24 son negras, 10 son azules, 10 son grises y 1 es blanca.



Como hay mayor número de canicas negras, es *más probable* sacar una de éstas que de otro color. Le siguen en orden de probabilidad las canicas azules y las grises.

Sacar una canica azul o una gris es *igualmente probable*, ya que hay 10 de cada color.

Obtener la canica blanca es *menos probable*, puesto que solamente hay una.

De esta manera, haciendo *comparaciones*, es como los niños empiezan a tener una idea de las probabilidades.

Unidad 2

“LA PRODUCCIÓN DE ALIMENTOS EN MÉXICO”

UNIDAD 2

Palabras y conceptos

EJE TEMÁTICO	PALABRAS CLAVE	CONCEPTOS
LÓGICA Y CONJUNTOS	• Individual • Exclusivo • Infinito • Cualidad • Razonamiento	**Razonamiento** Facultad que permite resolver problemas, extraer conclusiones y aprender de manera consciente de los hechos, estableciendo conexiones causales y lógicas necesarias entre ellos.
ARITMÉTICA	• Limite • Serie • Tabla • Unidades • Decenas	**Serie** Conjunto de cosas relacionadas entre sí o con ciertas características comunes, que están o se suceden unas a otras siguiendo un orden.
GEOMETRÍA	• Triángulo • Eneágono • Distancia • Ángulo • Angosto	**Triángulo** Figura geométrica de tres lados y tres ángulos.
ÁLGEBRA	• Factores • Reflexiva • Producto notable • Grupos cíclicos • Conjugación	**Producto notable** La multiplicación es una operación matemática que consiste en sumar un número tantas veces como indica otro número. Así, 4x3 es igual a sumar tres veces el valor 4 por sí mismo.
MEDICIÓN	• Metro • Hectárea • Corto • Vibración • Regla	**Metro** Unidad de longitud del Sistema Internacional, de símbolo m, que equivale a la longitud del trayecto recorrido por la luz en el vacío durante 1/299 792 458 de segundo; es la base del sistema métrico decimal.
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA	• Prueba • Hipótesis • Estimación • Futuro • Observación	**Hipótesis** Suposición de algo posible o imposible para sacar de ello una consecuencia.

UNIDAD 2

E.T. LÓGICA Y CONJUNTOS

Relación de pertenencia y cuantificadores

Concepto de conjunto

El hombre está rodeado de colecciones de objetos, seres, animales que existen en mayor o menor número, los cuales si son agrupados por ciertas características o circunstancias comunes forman colecciones muy especiales que se nombran conjuntos. Tú mismo puedes formar parte en diferentes situaciones de diversos grupos o conjuntos: cuando asistes a la escuela, cuando estás con tu familia, cuando juegas tu deporte preferido, etc. Para el estudio que necesitamos realizar es indispensable sistematizar todas estas situaciones y sus colecciones formadas, tal como se muestra a continuación:

Tomemos como ejemplo la colección de libros que hay en tu casa a la cual llamaremos *universo*, por comprender a todos los libros que tomaremos en cuenta.

U = {Los libros que hay en tu casa}

Ahora le aplicaremos la proposición abierta

a = "x es libro de primer año de secundaria"

El conjunto formado en el universo escogido agrupa a todos los libros que sean de primer año. Todos aquellos elementos del universo que al sustituir a x hacen la *proposición abierta* aplicada se transforme en una *proposición lógica verdadera*, determinan el *conjunto*. Se dice, que dichos elementos *pertenecen* al conjunto determinado.

El conjunto obtenido se designa por una letra mayúscula:

A = {Los libros de primer año de secundaria}

En este caso, también se pueden nombrar todos los elementos que forman el conjunto:

A = {Matemáticas, Español, Inglés, Ciencias Sociales}

Se observa así que hay dos procedimientos para definir a un conjunto dentro de un universo a partir de una proposición abierta:

1. Cuando se nombran todos los elementos que pertenecen al conjunto, se está definiendo por EXTENSIÓN O ENUMERACIÓN:

A = {Matemáticas, Español, Inglés, Ciencias Sociales}

La representación simbólica de un conjunto, atendiendo a su extensión, se hace en la forma siguiente:

Los conjuntos se indican con letras mayúsculas: A, B, C... y los elementos con minúsculas escritas dentro de claves o llaves separadas entre sí por comas. Muchos conjuntos tienen como elementos a números, los cuales ocupan el lugar de las letras.

El conjunto de los días de la semana simbólicamente se puede representar:

$$M = \{a, b, c, d, e, f, g\}$$

El conjunto de los meses del año simbólicamente se puede representar:

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

El conjunto de los números primos comprendidos hasta 100.

$$C = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97\}$$

El conjunto de cometas que circulan en el universo es infinito.

$$D = \{a, b, c, d, e, f, \ldots\}$$

El conjunto de los números naturales:

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots\}$$

2. Para que un elemento del universo elegido pertenezca al conjunto A, del que hablamos al comenzar el capítulo, debe cumplir con las condiciones enunciadas en el predicado de la proposición abierta: "es libro de primer año". Podemos definir al conjunto A enunciando estas propiedades, que son las que caracterizan a los elementos del conjunto.

Decimos entonces que el conjunto A está definido por COMPRENSIÓN O DESCRIPCIÓN

Se escribe:

$$A = \{x \,/\, x \text{ es libro de primer año de secundaria}\}$$

(se lee: conjunto A de los x *tal que* x es libro de primer año de secundaria).

Tomando los ejemplos de la representación por extensión:

$$M = \{x \,/\, x \text{ es un día de la semana}\}$$

(se lee: conjunto A de x *tal que* x es un día de la semana).

$$B = \{x \,/\, x \text{ es un mes del año}\}$$

(se lee: conjunto B de x *tal que* x es un mes del año).

$$C = \{x \,/\, x \text{ es un número primo comprendido hasta } 100\}$$

(se lee: conjunto C de x *tal que* x es un número primo comprendido hasta el 100).

$$D = \{x \,/\, x \text{ es un cometa que circula en el universo}\}$$

$$N = \{x \,/\, x \text{ es un número natural}\}$$

En estos ejemplos observamos la presencia de proposiciones abiertas tales como "x es un día de la semana". El conjunto M está constituido por aquellos elementos que al ser reemplazados en la proposición abierta la transforman en una proposición verdadera. Por ejemplo:

"Lunes" es un elemento del conjunto M porque "Lunes es un día de la semana", es una proposición verdadera.

En cambio "Marzo" no es un elemento del conjunto M porque "Marzo es un día de la semana", es una proposición falsa.

Por lo tanto, cuando definimos un conjunto por comprensión, lo hacemos señalando aquellos elementos para los cuales cierta proposición abierta se transforma en una proposición verdadera.

EJERCICIOS DE AFIRMACIÓN

Represente simbólicamente, por comprensión, los siguientes conjuntos:

Ejemplo:

$F = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

$F = \{x \,/\, x$ es un número impar menor o igual que $19\}$

1. $A = \{$Canadá, Estados Unidos, México$\}$
2. $B = \{$enero, febrero, marzo, abril, mayo, junio$\}$
3. $C = \{a, e, i, o, u\}$
4. $D = \{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$
5. $E = \{1, 6, 11, 16, 21, 26, 31\}$

Como los conjuntos se determinan en un universo, gráficamente este universo se representa por medio de un rectángulo que lleva una "U" en el vértice superior derecho.
El conjunto se dibuja dentro del rectángulo cuando se ha determinado el conjunto en dicho universo.

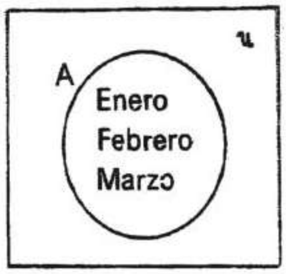
Ejemplo:

En el universo: U = {los meses del año} se hace la siguiente proposición abierta:
a = "x es un mes del primer trimestre del año"

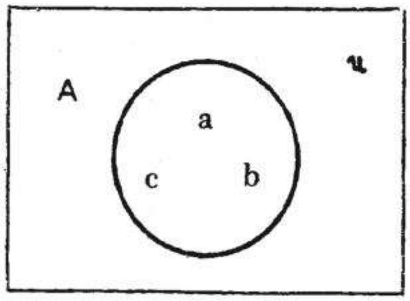
Los elementos del universo que hacen verdadera la proposición abierta propuesta son: enero, febrero, marzo. Por lo tanto el conjunto formado es:

A = {enero, febrero, marzo}

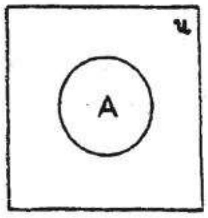
Se traza el rectángulo para representar el Universo propuesto, adentro se dibuja la línea curva cerrada dentro de la cual se pueden anotar los elementos, o, las letras que simbólicamente los representan. Es muy usual anotar la letra mayúscula que se le asignan al conjunto.



Los elementos pueden ser representados simbólicamente por las letras: a, b, c.



Simplemente con anotar la letra mayúscula que se asignó al conjunto dentro del diagrama.



5. En el U = {Los números pares} y la proposición abierta:

   e = "el número x termina en 8"

   Los elementos que hacen verdadera la proposición, forman el conjunto "**E**".

   Por extensión o enumeración: E = {................

   Por comprensión o descripción: E = {................

   El diagrama de Venn-Euler es ...

Cuantificadores

Cuando se ha seleccionado un Universo y de acuerdo con la estructura de la proposición abierta, los elementos que la hacen verdadera en el universo dado satisfacen a uno de los siguientes términos: "todos" "algunos", "ninguno".

A estos términos se les denomina con el calificativo de "Cuantificadores" y determinan directamente la formación del conjunto como se observa en seguida:

Si en el universo propuesto, "todos" sus elementos hacen verdadera la proposición abierta presentada, el conjunto que se forma es universal.

Pertenencia

La relación de pertenencia o no pertenencia de los elementos que integran o no a un conjunto, se representa en la forma siguiente:

- Conjunto $A = \{a, e, i, o, u\}$

$$a \in A$$

(se lee: elemento *a* *pertenece* al conjunto A)

$$b \notin A$$

(se lee: elemento *b* *no pertenece* al conjunto A)

$$e \in A$$

(se lee: elemento *e* *pertenece* al conjunto A)

$$d \notin A$$

(se lee: elemento *d* *no pertenece* al conjunto A)

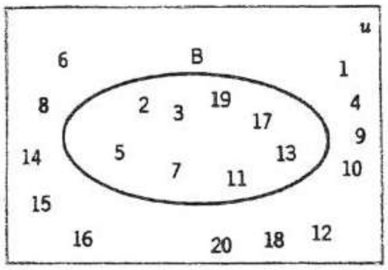
Es decir:

$$a \in A;\ e \in A;\ i \in A;\ o \in A;\ u \in A$$

Existen otros elementos del abecedario que no pertenecen al conjunto de las vocales

$$b \notin A;\ c \notin A;\ d \notin A;\ f \notin A\ \ldots$$

- Conjunto $B = \{x \,/\, x$ es un número primo menor que $20\}$



Pertenencia:

$2 \in B$; $3 \in B$; $5 \in B$; $7 \in B$; $11 \in B$; $13 \in B$; $17 \in B$; $19 \in B$

No pertenencia:

$1 \notin B$; $4 \notin B$; $6 \notin B$; $8 \notin B$; $9 \notin B$; $10 \notin B$; $12 \notin B$; $14 \notin B$; $15 \notin B$; $16 \notin B$; $18 \notin B$; $20 \notin B$

Por lo tanto, no todos los números menores que 20 pertenecen al conjunto de los números primos.

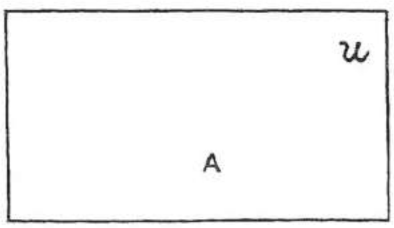
Sea el universo U = {Los números dígitos} y la proposición abierta:

$a =$ "x es número de una cifra"

Los elementos que hacen verdadera la proposición abierta son: "todos" los del universo, por lo tanto, el conjunto formado es universal.

Por extensión: $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Su diagrama de Venn-Euler es:



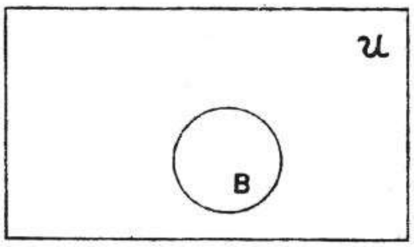
Si en el mismo universo propuesto se hace ahora la proposición abierta:

b = "El número x es par".

Los elementos que hacen verdadera la proposición, son únicamente "algunos" de los elementos del universo propuesto, los cuales forman el conjunto "B".

Por extensión: B = {2, 4, 6, 8 }

Su diagrama de Venn-Euler es:



Finalmente, si en el mismo universo propuesto se elige ahora la proposición abierta:

c = "El número x está formado por dos cifras significativas"

Se observa de inmediato que "ninguno" de los elementos del universo propuesto, hace verdadera la proposición abierta. Por lo tanto, el conjunto formado "C" es un conjunto carente de elementos, es decir: C = { } a este elemento se le llama "conjunto vacío" y se representa por el símbolo: $\emptyset$

Es necesario que se comprenda con toda claridad que el universo elegido es el único que puede determinar si el conjunto formado por hacer verdadera una proposición abierta, es o no vacío, para no caer en ideas absurdas que deformen este concepto.

Un ejemplo más, sería el considerar los múltiplos de 10 en el universo formado por los números 1, 2, 3, 4, 5, 6.

a = "múltiplos de 10 que existan en los números: 1, 2, 3, 4, 5, 6."

M = { } o bien M = $\emptyset$

M = { x/x es un múltiplo de 10 en el conjunto 1, 2, 3, 4, 5, 6 }

Observación. Téngase presente que el conjunto {0} no significa conjunto vacío, pues el primero contiene un elemento (cero), mientras que el segundo indica que dicho conjunto carece de elementos { }.

UNIDAD 2	Representar números hasta 10,000
E.T. ARITMÉTICA	

Los números naturales: lectura y escritura

Los números naturales sirven para contar. Para leer un número de muchos dígitos primero se separa en clases, luego se lee de izquierda a derecha y se nombra cada una de las clases, excepto la de las unidades.

CLASES	Billones			Millones de millón			Millones			Millares			Unidades		
ÓRDENES	C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U
	2	1	8	3	2	3	6	7	8	8	3	5	5	4	3

Se lee: doscientos dieciocho billones, trescientos veintitrés mil seiscientos setenta y ocho millones, ochocientos treinta y cinco mil quinientos cuarenta y tres.

1. **Escribe con letra las siguientes cantidades.**

Ejemplo: 700,100 Setecientos mil cien.

a. 180,003 ____________
b. 3,467,342 ____________
c. 10,071,479 ____________
d. 345,645,328 ____________

2. **Anota el número que se forma con las siguientes cantidades.**

a. 4 centenas + 5 unidades + 8 decenas + 3 unidades de millar = ____________
b. 3 decenas de millar + 4 unidades + 1 centena + 6 unidades de millar = ____________
c. 8 unidades de millón + 2 decenas de millar de millón + 3 unidades de millar de millón + 7 centenas de millón + 1 unidad de millar + 3 centenas = ____________
d. 7 decenas de millón + 5 decenas de millar + 5 unidades de millar + 1 unidad de millón + 4 centenas de millar + 6 centenas + 9 unidades + 2 decenas = ____________

3. **Realiza las operaciones.**

a. Si a 687,324 se le suman 10 centenas, el resultado es: ____________
b. Si a 850,031 se le restan 5 unidades, el resultado es: ____________
c. Si a 99,176,408 se le suman 8 decenas, el resultado es: ____________
d. Si a 1,086 se le suman 10 decenas, el resultado es: ____________

UNIDAD 2	Los números enteros. Regla de tres directa
E.T. ARITMÉTICA	

Los números enteros.
Regla de tres directa

Si 6 libros cuestan $ 390.00 ¿cuánto valen 17 libros?

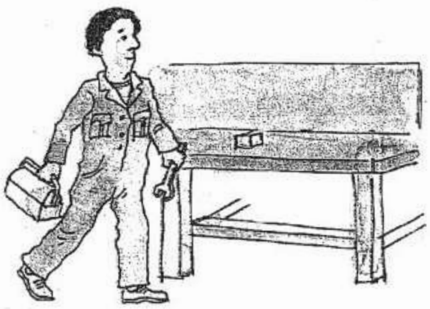
Observa:

6 libros valen 390 pesos
1 libro valdrá: 390 ÷ 6 = 65 pesos
17 libros valdrán: 65 × 17 = 1,105 pesos

Libros		Pesos
6	→	390
1	→	390 ÷ 6 = 65
17	→	65 × 17 = 1 105

17 libros cuestan $ 1,105

1 Alonso gana en 6 días $ 2,130. ¿Cuánto gana en 20 días? ¿Y en 30 días?



Días		Pesos
6	⟶	2,130
1	⟶	____ ÷ 6 = ____
20	⟶	____ × ____ = ________
30	⟶	____ × ____ = ________

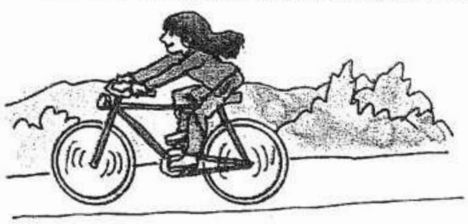
Alonso gana: en 20 días $ ________
en 30 días $ ________

2 El auto de Carmen gasta 98 litros de gasolina cada 14 días. ¿Cuántos litros gasta en 60 días?

Días		Litros
14	⟶	98
1	⟶	____ ÷ 14 = ____
60	⟶	____ × ____ = ________

El auto de Carmen gasta ________ litros en 60 días.

3 Flor recorre en 17 minutos 5 950m. ¿Cuánto recorre en 1 hora?

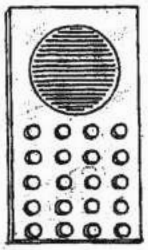


Minutos		Metros
17	⟶	5,950
1	⟶	____________
60	⟶	____________

Flor recorre ________ m en una hora.

UNIDAD 2	Multiplicación. Propiedades asociativas
E.T. ARITMÉTICA	

Multiplicación. Propiedades asociativa y conmutativa



¿Cuántos timbres hay?

$\underbrace{5 + 5 + 5 + 5} = 4 \text{ veces } 5 = 4 \times 5$

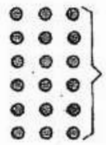
$4 \times 5 = 20$

factores producto

Expresa como suma de sumandos iguales y como multiplicación:

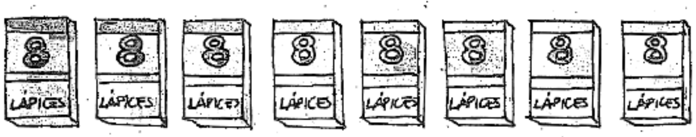
5 + ___ + ___ = ____

5 × ___ = ____



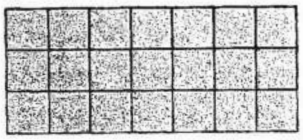
3 + 3 + ___ + ___ + ___ + ___ = ___

___ × ___ = ____



___ + ___ + ___ + ___ + ___ + ___ + ___ + ___ = ____

___ × ___ = ____



___ + ___ + ___ = ____

___ × ___ = ____

Escribe la suma correspondiente a cada multiplicación y calcula el resultado:

7 × 3 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 21

8 × 2 = ____________________ = ____

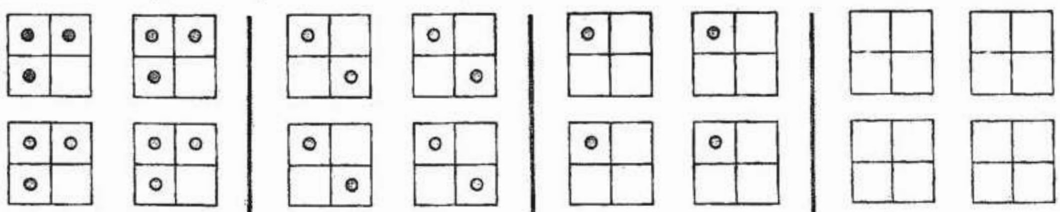
2 × 8 = ____________________ = ____

15 × 1 = ____________________ = ____

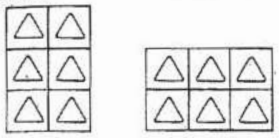
1 × 15 = ____________________ = ____

10 × 5 = ____________________ = ____

Escribe la multiplicación y el resultado correspondientes:



4 × ____ =   4 × ____ =   4 × ____ =   4 × ____ =



2 × 3 3 × 2

Propiedad conmutativa de la multiplicación.

2 × 3 = 6

3 × 2 = 6

$2 \times 3 = 3 \times 2$

$6 = 6$

Propiedad asociativa de la multiplicación.

2 × 3 × 5 =

6 × 5 = 30

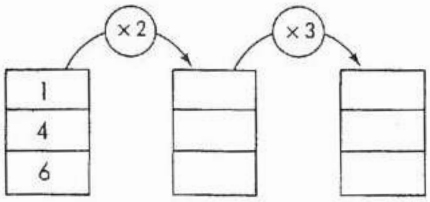
2 × 15 = 30

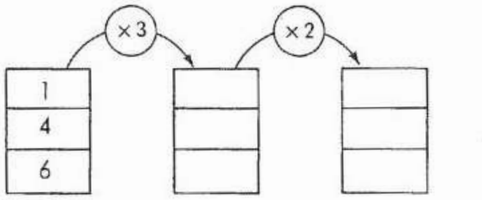
$(2 \times 3) \times 5 = 2 \times (3 \times 5)$

$6 \times 5 = 2 \times 15$

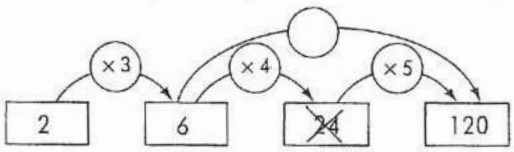
$30 = 30$

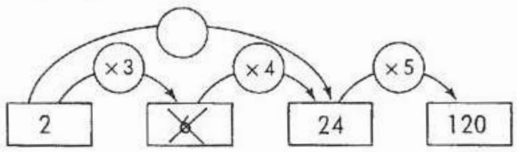
Escribe los números que faltan:





Encuentra el operador que te permita saltar el cuadro tachado:





Encuentra multiplicaciones iguales:

3 × 18 = 3 × (9 × 2) = (3 × 9) × 2 = 27 × 2

7 × 12 = 7 × (______ × 4) = (7 × ______) × 4 = ______ × 4

5 × 14 = 5 × (______ × ______) = (5 × ______) × ______ = ______ × ______

7 × 45 = 7 × (______ × ______) = (7 × ______) × ______ = ______ × ______

Escribe 3 multiplicaciones de 2 factores en cada caso.

2 × 3 × 4
- (2 × 3) × 4 = 6 × 4
- 2 × (3 × 4) = __ × __
- (2 × 4) × 3 = __ × __

5 × 7 × 3
- ______
- ______
- ______

4 × 6 × 8
- ______
- ______
- ______

UNIDAD 2

E.T. ARITMÉTICA

Operaciones con números enteros positivos

Resuelve estos problemas.

Para hacer una barda, 2 albañiles tardan 12 días. ¿Cuántos albañiles necesito para hacer el trabajo en 6 días (la mitad del tiempo)?

Si 2 albañiles tardan 12 días, 4 (el doble) tardarán la mitad. ***R._4 albañiles__***

En una fiesta en donde asistieron 18 niños, a cada uno se le entregó: 8 caramelos, 3 chocolates y 5 mazapanes. ¿Cuántos dulces había de cada uno y por todos si sobraron 12 caramelos, 7 chocolates y 9 mazapanes?

R. ___ caramelos
R. ___ chocolates
R. ___mazapanes
R.________dulces

Para hacer un trabajo, empleo a 23 obreros que tardan 18 días. ¿Cuántos obreros necesito para hacer el trabajo en 9 días?

R:_________________________

Una tonelada de alimento preparado dura 8 días para mis vacas. ¿Cuántos días durará el alimento si aumento el número de vacas a 32?

R:_________________________

Teresa desea comprar 52 300 hojas de cartón y cada hoja cuesta N$ 0. 85 ¿Cuánto va a gastar?

R:____________________________

El peso de Daniel y Roberto juntos es de 70 kilógramos. Si Roberto pesa 6 kilógramos más que Daniel, ¿Cuánto pesa cada uno?

R:_________________ **Roberto**

R:_________________ **Daniel**

Alfredo tarda una hora 15 minutos en ir a un lugar y de regreso tarda 75 minutos. ¿Cuándo tardó más, de ida o de regreso?

R:___________________________

Doce costureras cosen diariamente 30 prendas cada una, otras 7 costureras hacen el doble de prendas. ¿Cuántas prendas harán todas en 5 días de trabajo?

R:____________________________

UNIDAD 2	
E.T. ARITMÉTICA	

Adición y sustracción de fracciones de igual denominador

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE FRACCIONES

Ayer, que hubo juego en la escuela, los muchachos de 4º año obsequiaron al equipo pan, mermelada y refrescos.

La mermelada nos la regalaron. José trajo $\frac{1}{2}$ bote, Toño $\frac{1}{3}$ y Angel $\frac{2}{3}$ más. El pan y los refrescos se compraron con dinero de la caja de ahorros. ¿Cuánta mermelada se reunió?

Si pretendemos sumar $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{2}{3}$, descubrimos que no podemos hacerlo, porque las fracciones tienen diferente denominador. Antes hay que convertirlas a un **común denominador.**

Recordemos la tabla de equivalencias de las fracciones:

$\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$

1/2			1/2		
1/3		1/3		1/3	
1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

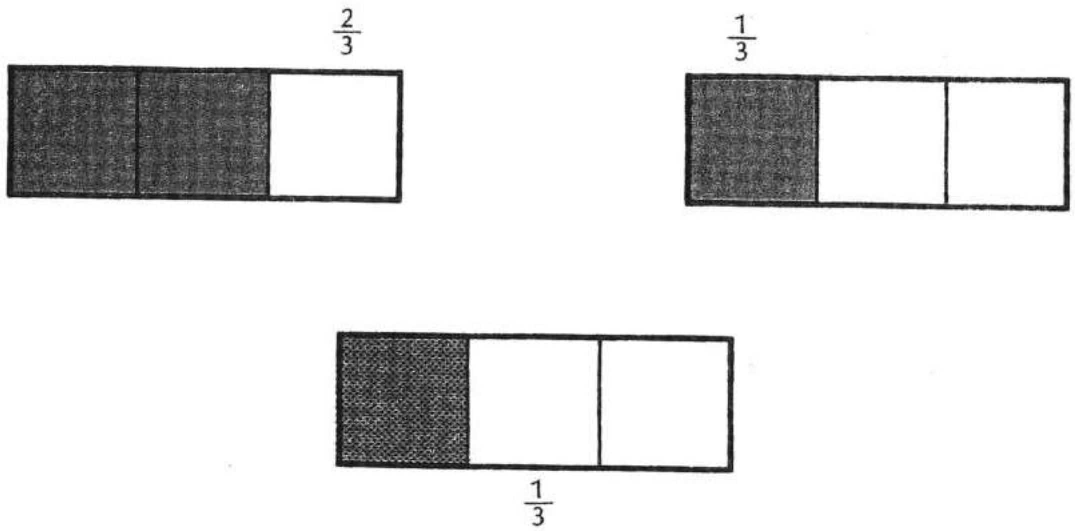
Encuentra el sumando faltante.

R. $\frac{23}{77} + \boxed{\frac{39}{77}} = \frac{62}{77}$

1. $\frac{7}{18} + \boxed{} = \frac{15}{18}$
2. $\frac{11}{24} + \boxed{} = \frac{23}{24}$
3. $\frac{15}{17} + \boxed{} = \frac{17}{17}$
4. $\frac{5}{14} + \boxed{} = \frac{13}{14}$
5. $\frac{6}{17} + \boxed{} = \frac{15}{17}$
6. $\frac{8}{23} + \boxed{} = \frac{21}{23}$
7. $\frac{12}{37} + \boxed{} = \frac{31}{37}$
8. $\frac{19}{51} + \boxed{} = \frac{43}{51}$
9. $\frac{9}{27} + \boxed{} = \frac{25}{27}$
10. $\frac{17}{53} + \boxed{} = \frac{41}{53}$
11. $\frac{19}{37} + \boxed{} = \frac{29}{37}$
12. $\frac{13}{48} + \boxed{} = \frac{45}{48}$
13. $\frac{21}{58} + \boxed{} = \frac{57}{58}$
14. $\frac{33}{81} + \boxed{} = \frac{79}{81}$
15. $\frac{23}{47} + \boxed{} = \frac{43}{47}$

Sustracción de fracciones

La sustracción de fracciones se puede observar en el siguiente dibujo.



La fracción que queda sin puntear es el resultado.

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

La sustracción de fracciones obedece a las mismas reglas que la adición.

Si se restan fracciones con igual denominador se restan los numeradores y se deja al resultado el mismo denominador.

$$\frac{13}{15} - \frac{8}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} \qquad \frac{4}{7} - \frac{2}{7} = \frac{2}{7}$$

Resuelve lo siguiente:

1. $\frac{9}{4} - \frac{4}{4} =$

2. $\frac{6}{8} - \frac{3}{8} =$

3. $\frac{4}{5} - \frac{2}{5} =$

4. $\frac{8}{3} - \frac{5}{3} =$

Cuando las fracciones comunes que se van a restar son de diferente especie, es decir tienen diferente denominador, se debe buscar un común denominador y convertirlas a una misma especie; se procede como en la suma, pero usando el gino menos.

$$\frac{7}{8} - \frac{2}{5} = \frac{35 - 16}{40} = \frac{19}{40}$$

Si se van a restar números mixtos, al igual que en la suma, puede hacerse de dos formas.

a) Restando separadamente los enteros y los números fraccionarios.

$$3\frac{2}{3} - 1\frac{1}{4}$$

$$3\frac{2}{3} - 1\frac{1}{4} = 2\frac{8-3}{12} = 2\frac{5}{12}$$

En caso de que la fracción no pueda restarse se convierte un entero o los que sean necearios, al tipo de fracción usada y se agregan al minuendo.

$$3\frac{2}{5} - 1\frac{5}{6}$$

$$3\frac{2}{5} - 1\frac{5}{6} = (2-1)\frac{\overset{30+}{12} - 25}{30} = 1\frac{42-25}{30} = 1\frac{17}{30}$$

b) O bien, convirtiendo cada mixto a fracción impropia y restando después.

$$3\frac{2}{5} - 1\frac{5}{6}$$

$$\frac{17}{5} - \frac{11}{6} = \frac{102 - 55}{30} = \frac{47}{30} = 1\frac{17}{30}$$

Resuelve:

1. $\frac{4}{5} - \frac{2}{3} =$
2. $\frac{6}{8} - \frac{3}{6} =$
3. $\frac{7}{9} - \frac{3}{4} =$
4. $\frac{8}{10} - \frac{3}{5} =$
5. $6\frac{2}{4} - 4\frac{1}{5} =$
6. $7\frac{5}{8} - 2\frac{1}{3} =$
7. $9\frac{5}{6} - 3\frac{4}{7} =$
8. $10\frac{7}{8} - 6\frac{4}{6} =$

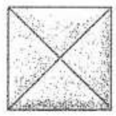
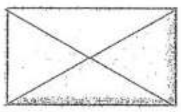
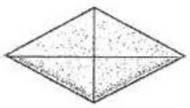
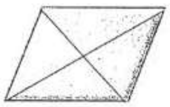
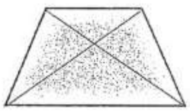
Figuras simétricas

Los cuadriláteros

Un cuadrilátero es un polígono que tiene 4 lados y 4 vértices Dos lados del cuadrilátero son opuestos si no tienen un vértice común.

Los cuadriláteros que tienen ambos lados opuestos paralelos se llaman paralelogramos. Éstos se clasifican en rectángulos, cuadrados, rombos y romboides.

1. **Traza las diagonales de los cuadriláteros y completa la información.**

Figura	Nombre	Núm. de diagonales	Descripción de las diagonales
	Cuadrado	2	Las diagonales son del mismo tamaño, son perpendiculares y las dos se cortan por el punto medio.
	Rectángulo	2	Las diagonales son del mismo tamaño, no son perpendiculares, y las dos se cortan por el punto medio.
	Rombo	2	Una diagonal es mayor que la otra, son perpendiculares y se cortan por el punto medio.
	Romboide	2	Una diagonal es mayor que la otra, no son perpendiculares y se cortan por el punto medio.
	Trapecio	2	Las diagonales son del mismo tamaño, no son perpendiculares y no se cortan por el punto medio.

2. **Contesta.**

a. ¿Cuántas diagonales tienen los cuadriláteros? 2 diagonales.

b. ¿Cuál de los cuadriláteros de la tabla no es paralelogramo? El trapecio.

¿Por qué? Porque sólo tiene un par de lados paralelos.

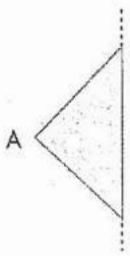
UNIDAD 2

E.T. GEOMETRÍA

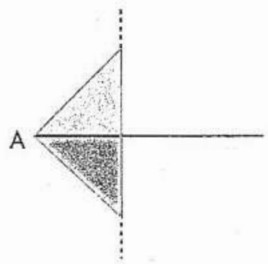
Construcción de polígonos por simetría

Construcción de polígonos por simetría

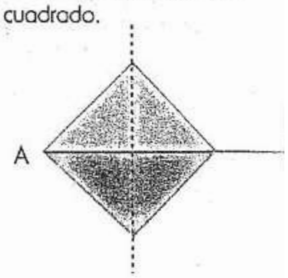
La figura es la mitad de un cuadrado. La línea punteada es un eje de simetría.



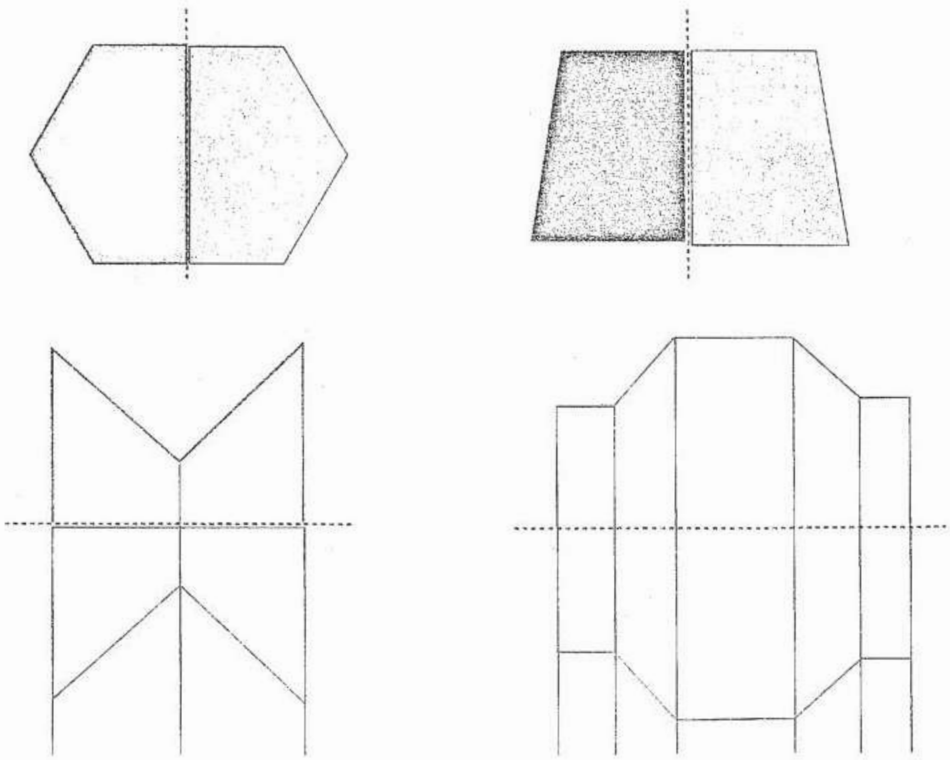
Para construir la parte que falta, se traza con las escuadras una línea perpendicular al eje a partir del vértice A.

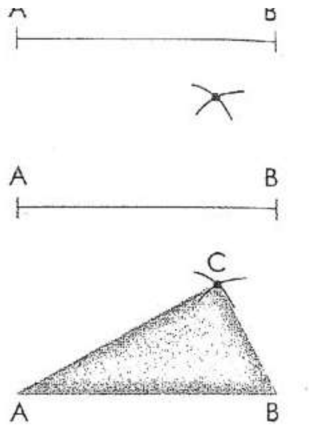


Se mide la distancia del eje al vértice A y se marca un punto en el lado opuesto, a la misma distancia. Este punto se une los otros vértices del cuadrado.



1 **Completa figuras. Usa los ejes de simetría.**





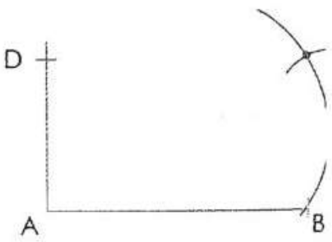
1. Traza con la regla un segmento AB de 4 cm.
2. Abre el compás 3 cm. Coloca la punta en el punto A y traza un arco. Después abre el compás 2 cm, coloca la punta en el punto B y traza otro arco.
3. Llama C al punto donde se cortan los dos arcos. Luego une los puntos A, B y C para formar el triángulo.

a. Reproduce la figura anterior en tu cuaderno.
b. Traza un triángulo isósceles cuyos lados midan 6, 7 y 7 cm.
c. Traza un triángulo equilátero cuyos lados midan 8, 8 y 8 cm.

Rectángulo

1. Traza con la escuadra dos rectas perpendiculares y marca sobre ellas un segmento AB de 5 cm y otro segmento AD de 2 cm.

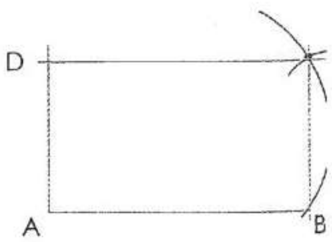
2. Abre el compás 5 cm, coloca la punta en el punto D y traza un arco. Después abre el compás 2 cm y con el centro en el punto B traza otro arco. Llama C al punto donde se cortan los dos arcos.
3. Une los puntos A, B, C y D para formar un rectángulo.



Cuadrado

1. Se sigue el mismo procedimiento que empleaste para el rectángulo, pero las perpendiculares deben medir 5 cm y el compás se debe abrir 5 cm para trazar los dos arcos.

a. Reproduce el rectángulo y el cuadrado en tu cuaderno.
b. Traza un rectángulo que mida 8 cm de largo por 5 cm de ancho.
c. Traza un cuadrado de 6 cm de lado.

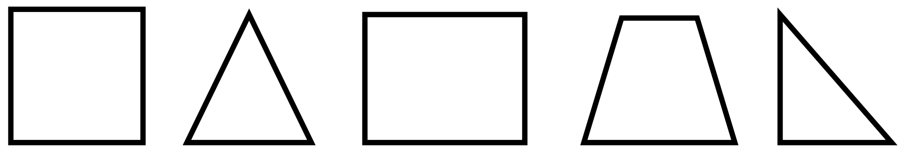
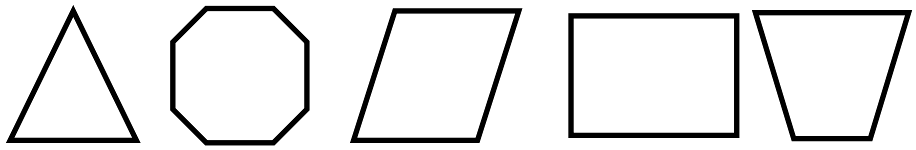
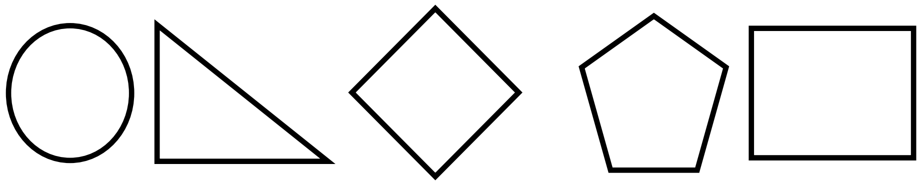
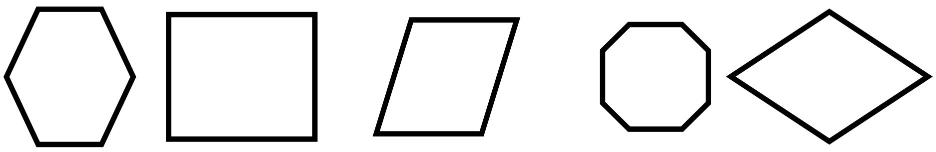


UNIDAD 2

E.T. GEOMETRÍA

Clasificación de figuras

Colorea las figuras geométricas que se indican en cada caso.

Tienen por lo menos un ángulo recto.	
Tienen dos o más ejes de simetría.	
Tienen dos diagonales.	
Tienen todos sus lados iguales.	

Une las descripciones y los dibujos correspondientes.

a. Triángulo rectángulo: posee un ángulo recto.

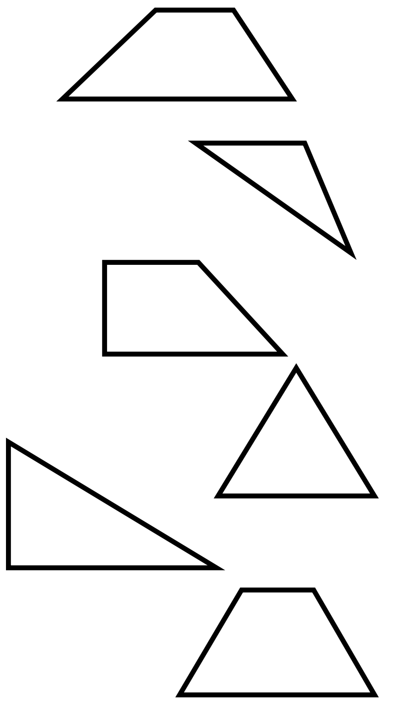
b. Triángulo acutángulo: tiene tres ángulos agudos.

c. Triángulo obtusángulo: tiene un ángulo obtuso.

d. Trapecio rectángulo: tiene dos ángulos rectos.

e. Trapecio isósceles: tiene dos parejas de ángulos iguales.

f. Trapecio escaleno: sus ángulos son desiguales.



Magnitud como unidad de medida

MAGNITUDES PROPORCIONALES

Dos magnitudes son **proporcionales** cuando multiplicando o dividiendo una de ellas por un número, la otra queda multiplicada o dividida (o viceversa) por el mismo número.

Las magnitudes **proporcionales** pueden ser **directamente proporcionales** e **inversamente proporcionales.**

MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES Son dos magnitudes tales que, **multiplicando** una de ellas por un número, la otra queda **multiplicada** por el mismo número y **dividiendo** una de ellas por un número, la otra queda **dividida** por el mismo número.

Ejemplo

Si una cuadrilla de obreros puede hacer en 4 días 20 metros de una obra, en 8 días (doble número de días) hará 40 metros de la misma obra (doble número de metros) y en 2 días (la mitad del número de días) hará 10 metros (la mitad del número de metros). Por lo tanto, el *tiempo* y las *unidades de trabajo realizadas* son magnitudes directamente proporcionales o están en *razón directa*.

Son magnitudes directamente proporcionales:

El *tiempo* y las *unidades de trabajo* realizadas.
El *número de cosas* y el *precio* cuando se paga a razón del número.
El *peso* y el *precio* de una mercancía, cuando se paga a razón del peso.
El *tiempo de trabajo* y el *salario* de un obrero.
El espacio con la *velocidad*, si el tiempo no varía.
El espacio con el *tiempo*, si la velocidad no varía.
El *número de obreros* empleado y el *trabajo realizado*.

MAGNITUDES INVERSAMENTE PROPORCIONALES Son dos magnitudes tales que, **multiplicando** una de ellas por un número, la otra queda **dividida** por el mismo número, y **dividiendo** una de ellas por un número, la otra queda **multiplicada** por el mismo número.

Ejemplo

Si 4 hombres pueden hacer una obra en 6 días, 8 hombres (doble número de hombres) harían la misma obra en 3 días (la mitad del número de días) y 2 hombres (la mitad del número de hombres) harían la obra en 12 días (doble número de días). Por lo tanto, el *número de hombres* y el *tiempo* necesario para hacer una obra son magnitudes inversamente proporcionales o están en *razón inversa*.

Son magnitudes inversamente proporcionales:

El *número de obreros* empleado y el *tiempo* necesario para hacer una obra.
Los *días de trabajo* y las *horas diarias* que se trabajan.
La *longitud* con el *ancho* y la *altura* y en general cualquier dimensión de un cuerpo con otra, si la superficie o el volumen del cuerpo permanecen constantes.
La *velocidad* de un móvil con el *tiempo* empleado en recorrer un espacio.

Eventos de azar

Encuentra la fracción que representa la probabilidad.

R. En una bolsa tengo 3 canicas blancas, 2 rojas y 4 azules. ¿Qué probabilidad hay de sacar una canica roja?

Hay dos de nueve. Por lo tanto, la probabilidad es de $\boxed{\frac{2}{9}}$

1. En una bombonera tengo 5 dulces de piña, 6 de limón y 7 de cereza. ¿Qué probabilidad hay de sacar un dulce de cereza?

   Probabilidad = $\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

2. Si haces 6 cartas con cada una de las letras de la palabra CARLOS, ¿qué probabilidad hay de que saques una vocal?

   Probabilidad = $\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

3. En un ánfora hay 3 tarjetas verdes, 5 amarillas y 7 rojas. ¿Qué probabilidad hay de sacar una roja?

   Probabilidad = $\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

4. De 7 focos que hay en una caja, 2 están fundidos. ¿Qué probabilidad hay de que escoja un foco bueno?

   Probabilidad = $\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

5. En la palabra PARALELAS, ¿qué probabilidad hay de escoger al azar una A?

   Probabilidad = $\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

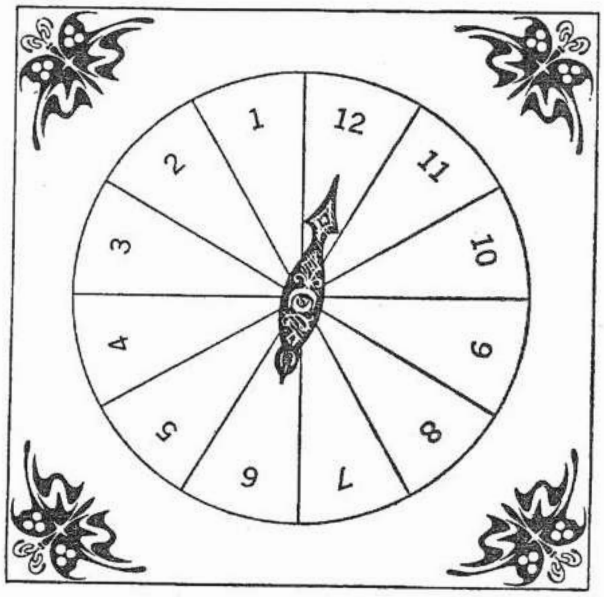
   ¿Qué probabilidad hay de escoger una consonante?

   Probabilidad = $\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

Probabilidad de un resultado

Expresiones tales como "probablemente va a llover hoy", "el licenciado González es probable que gane las elecciones", y "la probabilidad de que la Universidad derrote al Politécnico en el juego de futbol es remota", todas reflejan incertidumbre. Es intuitivamente claro que algunas cosas quizá ocurran con más probabilidad que otras. Por ejemplo, la probabilidad de lluvia es mucho mayor generalmente cuando el cielo está lleno de nubes y el barómetro está bajando, que cuando el cielo está despejado y el barómetro sube. Es posible que en cualquiera de los casos pueda llover, pero nos sorprendería mucho menos si lloviera en el primer caso que si lo hiciera en el segundo. Una de las tareas de la rama de las matemáticas conocida como *teoría de la probabilidad* es la de asignar valores numéricos a tales ideas.

Hay dos maneras básicas para asignar números a las probabilidades. Una manera es la de examinar propiedades físicas u otras inherentes a cierta situación y hacer luego una asignación basada en esas propiedades. Una asignación tal se llama asignación a *priori.*



Rueda de lotería para un juego de azar.

FIGURA 9

Otra manera, es la de examinar lo que ha sucedido en el pasado y luego hacer una asignación basada en la experincia. A una asignación así se le llama asignación *a posteriori* o *empírica.* Examinemos primero una probabilidad *a priori*.

En los juegos de los niños aparecen con frecuencia una especie de ruedas de lotería como la que aparece dibujada en la figura 9. Haciendo girar la flecha se determina cuántos espacios se tiene que mover una ficha en un tablero. Si la flecha se para en la región del círculo marcada con "1", el que ha hecho la tirada puede avanzar un espacio; si la flecha para en el "2", puede mover dos espacios; etc. Si el dispositivo es "honrado" en el sentido de que no es defectuoso ni tiene trampa alguna y si los sectores en que el círculo está dividido son todos de igual tamaño, no tenemos ninguna razón para sospechar de que en determinada tirada la flecha se pare con más probabilidad en una región determinada que en otra cualquiera. Desde luego, podría ser que parase en una de las rectas que separan los espacios, pero suponemos que éstas son tan delgadas que no se deben tener en cuenta. Decimos, entonces, que los *resultados* (números del 1 al 12) son *igualmente probables* o *probablemente iguales*. Como hay doce resultados, podíamos esperar en consecuencia que, en promedio, aproximadamente una vez de cada doce la flecha marcaría, por ejemplo, al número 7. Tiene, por tanto, sentido usar la razón $\frac{1}{12}$ para describir esta probabilidad. De acuerdo con ello decimos que la *probabilidad* de que salga el 7 en una tirada es de $\frac{1}{12}$. Análogamente, la probabilidad de que salga el 8 es también de $\frac{1}{12}$ la de que salga el 9 es de $\frac{1}{12}$, etc. Algunos otros ejemplos de asignaciones *a priori* de probabilidades son:

1. La probabilidad de que una moneda no defectuosa caiga de cara (con la cara arriba) al arrojarla es de $\frac{1}{2}$. Se sigue esto de la hipótesis de que sólo hay dos posibles resultados, cara o cruz, y que ambos tienen probabilidades iguales de ocurrir.
2. La probabilidad de que la carta inferior en una baraja de bridge bien barajada sea la reina de corazones es de $\frac{1}{52}$. Se sigue esto de la hipótesis de que cada carta tiene iguales probabilidades de quedar en el fondo al barajarlas, y de que hay cincuenta y dos cartas.
3. La probabilidad de uno cualquiera de entre quince nombres sea seleccionado en un sorteo es de $\frac{1}{15}$. Lo que se sigue de la hipótesis de que el nombre elegido está determinado sólo por azar y de que hay quince nombres.

Un examen de los ejemplos anteriores, sugeriría que, en general, si hay h resultados posibles en una situación de cierto tipo y si cada uno de los resultados tiene igual probabilidad de ocurrir, entonces la probabilidad asignada a cada uno de los resultados es la razón de 1 a n, es decir, $\frac{1}{n}$.

Una palabra frecuentemente usada en conexión con resultados igualmente probables es *aleatorio* (o *aleatoria*). Si una elección de resultados igualmente probables se hace de manera que sólo intervenga el azar, decimos que se ha hecho una elección aleatoria o que la elección se hizo aleatoriamente.

Nótese que —de acuerdo con la definición de probabilidad de uno entre n resultados igualmente probables— cuantos menos sean los resultados posibles, mayor será la probabilidad asignada a cada uno. Ciertamente, si hay un solo resultado posible en alguna situación, decimos que el resultado es *cierto* y que su probabilidad es 1. Por otra parte, cuantos más resultados hay, menos probable es para uno cualquiera de ellos que se produzca, y la probabilidad asignada a cada uno es menor. Como un caso especial, decimos que la probabilidad de un resultado imposible es 0.

Unidad 3

“LA SALUD Y LA MEDICINA TRADICIONAL EN MÉXICO”

UNIDAD 3

Palabras y conceptos

EJE TEMÁTICO	PALABRAS CLAVE	CONCEPTOS
LÓGICA Y CONJUNTOS	• Atributo • Objeto • Sujeto • Condicional • Condicionado	**Sujeto** Es el ser que tiene experiencias o se mantiene relacionado con otra entidad o con un objeto. De ahí la palabra subjetividad.
ARITMÉTICA	• Centenas • Millares • Millones • Cifra • Acarreo	**Centenas** En la numeración decimal, cifra que en un número ocupa la tercera posición de los número enteros, empezando por las unidades hacia la derecha, y que indica cuántos grupos de 100 números enteros tiene (como máximo 9).
GEOMETRÍA	• Tetrágono • Nonágono • Diagonal • Perímetro • Extremo	**Perímetro** Línea o conjunto de líneas que forman el contorno de una superficie o una figura.
ÁLGEBRA	• Alfabéticamente • Agrupación • Desarrollar • Determinantes • Matrices	**Agrupación** Acción de agrupar o agruparse.
MEDICIÓN	• Centímetro • Alambre • Espacio • Antes • Después	**Centímetro** Medida de longitud, de símbolo *cm,* que es igual a la centésima parte de un metro.
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA	• Estado • Recolección • Clasificación • Gobierno • Administración	**Clasificación** Clasificar. Ordenar o disponer por clases.

Clasificación de conjuntos finitos e infinitos, unitarios, vacíos, iguales, diferentes, ajenos y equivalentes

Un conjunto es una colección de entes u objetos, como personas, animales, números, letras, palabras, enunciados, ideas, etc.
Los conjuntos se clasifican según la naturaleza de sus miembros o elementos.
Cuando los elementos de un conjunto son de una misma clase, decimos que constituyen un conjunto homogéneo; cuando son de distinta especie integran un conjunto heterogéneo.
Los conjuntos además de su naturaleza también los podemos clasificar en:
Llamamos conjuntos ***finitos*** cuando se conocen todos sus elementos y son ***infinitos*** porque nunca se terminan de contar sus elementos, o bien, nunca se conocen sus elementos.

A={0,1,2,3,4,5...} B={espacio} C={tiempo} D {↔} E={↕}

Conjunto unitario. Formado por un elemento que puede caracterizarse por ser único.

L= { Luna } M= { ☼ } Ñ= {Torre Latinoamericana}

Conjunto vacío. Hay algunos conjuntos que no tienen miembros o elementos, a estos les llamamos ***Conjunto vacío o nulo.*** Decimos que un conjunto es vacío cuando nos señala la ausencia de elementos. J= { } K= Ø

El conjunto de personas hablantes de akateco es un ejemplo de un conjunto vacío o nulo, ya que era una de las lenguas que se hablaban en los estados de Campeche, Chiapas y Quintana Roo y que en la actualidad se ha extinguido.
¿Te parece que es ocioso hablar de conjuntos vacíos?, tal vez si pensamos en animales, plantas, minerales, lenguas y culturas que se han extinguido, o que están en peligro de extinción por causa de la ambición humana, encontremos un sentido más profundo a nuestro estudio de conjuntos y su clasificación.

Conjuntos iguales. Tienen los mismos y el mismo número de elementos, sin importar su orden.

A={a,e,i,o,u} B={o,i,e,u,a} C={I,X,L,V,VI} D={VI,L,I,X,V}

A=B se lee: A igual a B   C=D se lee: C igual a D

Conjuntos diferentes. Cuando hay elementos del conjunto A que no se encuentran en el conjunto B, y viceversa, diremos entonces que dos conjuntos son diferentes cuando existe al menos un elemento perteneciente a uno de ellos que no pertenezca al otro.

A= { a, e, i, o, u }   B= { b, c, d, e }

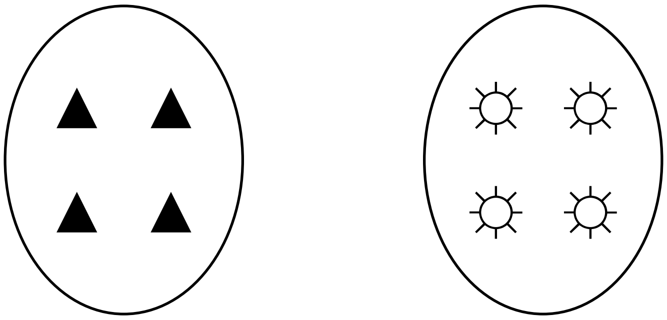
C={ ▲, ■ , ☺ , ◻}   D= { Δ, ♥ , ☼ , ▲}

Un caso particular de conjuntos diferentes se tendrá cuando todos los elementos de ambos conjuntos sean distintos o no tengan ningún elemento en común, a estos conjuntos se les conoce con el nombre de **conjuntos ajenos o disjuntos.**

C={ ▲, ■ , ☺ , ◻}   D= { Δ, ♥ , ☼ , ♠}

Conjuntos equivalentes. Se dice cuando tienen el mismo número de elementos.

Comenta con tu grupo en el espacio de la asamblea, sobre el tema de los conjuntos y su clasificación y escribe en tu cuaderno algunos ejemplos de los mismos.



Traza una línea desde cada triángulo a un sol ¿Te fijas que a cada triángulo le corresponde un sol? ¿Te fijas que a cada sol le corresponde un triángulo? Al trazar esa línea has establecido una correspondencia uno a uno, lo que significa que son **conjuntos equivalentes.**

Comenta con tu grupo en el espacio de la asamblea, sobre el tema de los conjuntos y su clasificación y escribe en tu cuaderno algunos ejemplos de los mismos.

UNIDAD 3	Representación de números hasta centenas de millar
E.T. ARITMÉTICA	

El sistema de numeración decimal

El sistema de numeración decimal utiliza diez dígitos para representar todos los números: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, y 9. Tiene como base el número 10, esto quiere decir que diez unidades de un orden cualquiera forman una unidad del orden inmediato superior; por ejemplo:
10 unidades = 1 decena, 10 decenas = 1 centena, 10 centenas = 1 unidad de millar, etcétera.

En el sistema de numeración decimal, cada una de las cifras de un número tiene cierto valor que depende de la posición que ocupa en el número. A este valor se le llama valor posicional. Ejemplo:

6 7 6 9 1 9 2

- 2 → **2**
- 9 → **90**
- 1 → **100**
- 9 → **9,000**
- 6 → **60,000**
- 7 → **700,000**
- 6 → **6,000,000**

Se lee: Seis millones setecientos sesenta y nueve mil ciento noventa y dos.

Anota el valor posicional de los números destacados.

Ejemplo: 3**9**,900: ________________

a. 730,3**1**6: ________________ **e:** 1,234,56**4**: ________________

b. 47**5**,146: ________________ **f.** 6,**7**65,432: ________________

c. **3**4,816: ________________ **g.** **4**5,789: ________________

d. **1**02,708: ________________ **h.** 9**5**6,765: ________________

Escribe el mayor número que se puede formar con las cifras de los recuadros

Ejemplo: $\boxed{3\ 9\ 4\ 5\ 7}$ →

$\boxed{5\ 6\ 2\ 7\ 9\ 5}$ → ________________ $\boxed{8\ 0\ 1\ 4\ 3\ 3}$ → ________________

$\boxed{1\ 3\ 6\ 0\ 8\ 3}$ → ________________ → ________________

Escribe otros cinco números con las cifras. Rodea con **azul** el número mayor y con **rojo** el menor.

3 5 4 0 6 7

rojo azul

607,345 075 436 765 340

543,670 476 530 675 403

UNIDAD 3

E.T. ARITMÉTICA

Multiplicación

MULTIPLICACIÓN

Lupe compró 3 globitos de 25 centavos cada uno. ¿Cuánto pagó?

Si sumáramos el precio de los tres globitos, nos resultaría así: $25 + 25 + 25 = 75$. Hemos repetido el 25 tres veces. Por eso, cuando los sumandos son iguales, es mejor hacer una multiplicación, indicándola con el signo **por** ($\times$).

Lupe pagó 75 centavos. $25 \times 3 = 75$

El número que se repite —aquí es el 25— se llama **multiplicando;** el número que indica las veces —aquí es el 3— que se repite el multiplicando, se llama **multiplicador;** el resultado de la multiplicación —aquí es el 75— se llama **producto.** El multiplicando y el multiplicador son los **factores** de la multiplicación.

Siempre que tengas que hacer una adición de sumandos iguales, abréviala con una multiplicación.

La multiplicación se dispone en columna o en línea horizontal.

$$\textbf{Factores}\left\{\begin{array}{r}25\\ \underline{3}\end{array}\right.\begin{array}{l}\text{multiplicando}\\ \text{multiplicador}\end{array}$$

$$\begin{array}{rl}75 & \text{producto}\end{array}$$

$$25 \times 3 = 75 \quad \text{producto}$$

3 — multiplicador

25 — multiplicando

25 y 3 son factores de 75

Expresa en forma de adición estas operaciones:

$$\begin{array}{r}5\\ \times\ 3\\ \hline\end{array}\qquad \begin{array}{r}7\\ \times\ 9\\ \hline\end{array}\qquad \begin{array}{r}8\\ \times\ 6\\ \hline\end{array}\qquad \begin{array}{r}7\\ \times\ 3\\ \hline\end{array}\qquad \begin{array}{r}4\\ \times\ 5\\ \hline\end{array}$$

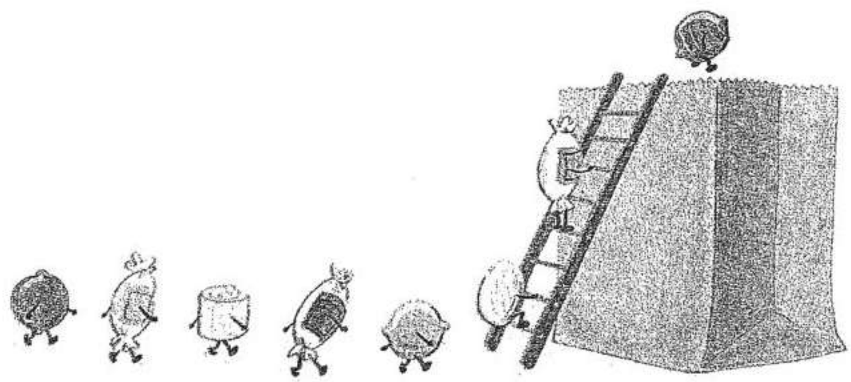
Expresa en forma de multiplicación estas adiciones.

$6 + 6 + 6 + 6 + 6 =$ $\qquad$ $30 + 30 + 30 =$

$\$.25 + \$.25 =$ $\qquad$ $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} =$

Halla dos factores que den estos productos:

$30 = 6 \times 5$	$56 =$	$25 =$
$15 =$	$64 =$	$36 =$



¿Cuántos caramelos se necesitarán para llenar 3,000 bolsas con caramelos cada una?

20 veces 3,000 = 3,000 × 20

Como en esta multiplicación hay ceros en los factores, y el producto del cero ya sabes que siempre es cero, basta multiplicar 2 × 3 = y agregar los cuatro ceros de los factores.

3,000 × 20 = 60,000 caramelos.

Si uno o los dos factores terminan en ceros, se multiplican las cifras **significativas**, y se agregan en el producto tantos ceros como haya en los factores.

Resuelve estos problemas.

1º Roberto camina 15 cuadras diarias al ir y volver de la escuela. ¿Cuántas cuadras recorrió en 23 días escolares?

2º El papá dio $15.00 a Lola; al hermano de ésta, el doble, y a la mamá, el cuádruple. ¿Cuánto dio al hermano y a la mamá?

Comprobación de la operación

Si tienes 8 billetes de \$5.00 cada uno, ¿cuántos pesos tienes?

$8 \times 5 = 40$ Tienes \$40.00

Si queremos comprobar esta operación **invertimos el orden de los factores,** es decir, tomamos como multiplicador lo que antes consideramos como multiplicando. Así: $5 \times 8 = 40$.

Para probar la multiplicación, se realiza de nuevo invirtiendo el orden de los factores.

Multiplicación (factores de varias cifras)

$23 \times 43 = 23 \times 40 + 23 \times 3$

$920 + 69$

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times\ 43 \\ \hline 69 \\ +\ 920 \\ \hline =\ 989 \end{array}$$

Resuelve las multiplicaciones como se indica.

$37 \times 94 = 37 \times 90 + 37 \times$ ___

___ + ___

$$\begin{array}{r} 37 \\ \times\ 94 \\ \hline \_\_\_ \\ +\ \_\_\_ \\ \hline =\ \_\_\_ \end{array}$$

$78 \times 32 = 78 \times$ ___ $+ 78 \times$ ___

___ + ___

$$\begin{array}{r} 78 \\ \times\ 32 \\ \hline \_\_\_ \\ +\ \_\_\_ \\ \hline =\ \_\_\_ \end{array}$$

Resuelve:

$$\begin{array}{r} 43 \\ \times 28 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 32 \\ \times 16 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 67 \\ \times 52 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 136 \\ \times 25 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 42 \\ \times 1 \\ \hline \end{array}$$

Resuelve las siguientes multiplicaciones. Plantéalas en tu cuaderno.

$9 \times 8 \times 7 =$ ___ $7 \times 6 \times 5 =$ ___ $3 \times 7 \times 9 =$ ___

$16 \times 11 \times 18 =$ ___ $25 \times 13 \times 11 =$ ___ $24 \times 11 \times 12 =$ ___

UNIDAD 3

E.T. ARITMÉTICA

Comparación de fracciones

En una excursión, los alumnos de 4º año, al repartir la fruta, se dieron cuenta de que no alcanzaban los melones para dar uno a cada niño. Dijo Antonio:

—Para que alcancen, partamos algunos melones en pedazos iguales A los maestros se los daremos **enteros, a** los mayores, la **mitad,** y a los chicos, un **tercio.**

Como en ese momento llegaron otros alumnos hubo que partir por mitad las fracciones, de donde resultaron **cuartos** y **sextos.**

Las fracciones siempre se pueden dividir en otras partes iguales. Si dividimos $\frac{1}{2}$ en dos partes iguales, tendremos $\frac{2}{4}$, y si volvemos a dividir esos $\frac{2}{4}$, cada uno en otras dos partes iguales, tendremos $\frac{4}{8}$ y así sucesivamente; es decir, que $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$, etc.

Si $\frac{1}{2}$ lo dividimos en tres partes iguales, tendremos $\frac{3}{6}$, y si esos $\frac{3}{6}$ volvemos a dividirlos, cada uno en dos partes iguales, tendremos $\frac{6}{12}$, etc.; es decir, que $\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{6}{12}$, etc.

Comparemos algunas fracciones: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{5}$. Encontramos que la mayor es $\frac{1}{2}$

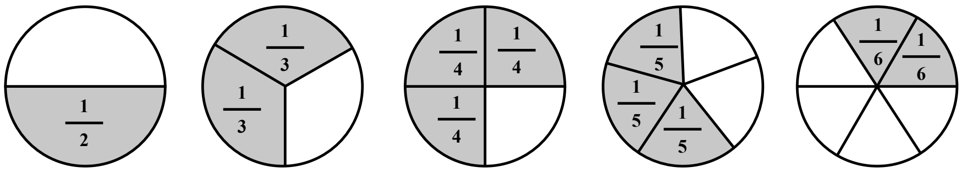
Comparando $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$ hallamos que la fracción mayor es $\frac{4}{5}$.

1º Toda fracción puede convertirse en otra de **igual valor**.

2º De varias fracciones de **igual numerador** es mayor la que tiene **menor denominador**.

3º De varias fracciones de **igual denominador** es mayor la que tiene **mayor numerador.**

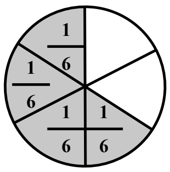
Comparación de fracciones



Son fracciones propias $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{6}$ etc. Para completar el entero les faltan, respectivamente, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{5}$ y $\frac{4}{6}$.

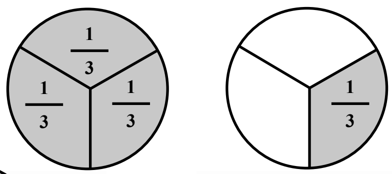
Son fracciones impropias $\frac{3}{2}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{12}{5}$, porque encontramos en ellas respectivamente, 1 entero y $\frac{1}{2}$, 1 entero y $\frac{3}{4}$, 2 enteros y $\frac{2}{5}$.

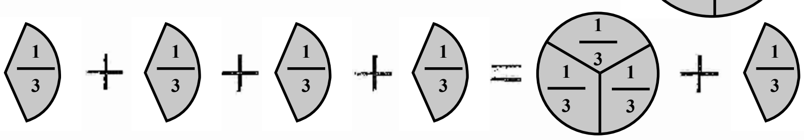
Son fracciones propias las **menores que la unidad.**
Son fracciones impropias las **iguales** o **mayores que la unidad.**



Estos $\frac{4}{6}$ se llaman **fracción propia** porque valen menos que un entero; son, en verdad, una fracción.

Los $\frac{4}{3}$ se llaman muy acertadamente **fracción impropia,** porque valen más que un entero.





$= \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$

NÚMEROS MIXTOS. CONVERSIONES.

Observa que las fracciones que tienen igual numerador y denominador, son fracciones **impropias** y equivalen a una **unidad entera.**

$\frac{2}{2} = 1$ $\frac{3}{3} = 1$ $\frac{4}{4} = 1$ $\frac{6}{6} = 1$

Las fracciones impropias que tienen mayor el numerador que el denominador, contienen **unidades enteras** y **unidades fraccionarias.**

UNIDAD 3

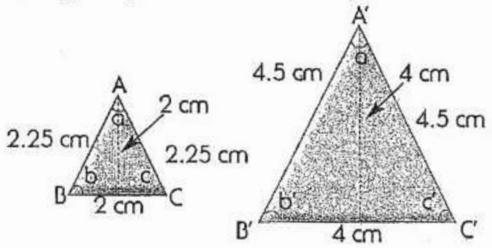
E.T. GEOMETRÍA

Áreas y volúmenes de superficies

Polígonos semejantes

Una figura y su reproducción a escala son figuras semejantes, es decir, aunque varían de tamaño, tienen la misma forma.

Las figuras que observas son semejantes:



- Los ángulos correspondientes son iguales:
  $a = 54°$ $a' = 54°$ $b = 63°$ $b' = 63°$
  $c = 63°$ $c' = 63°$

- Si se multiplica por 2 la longitud de los lados A, B y C, se obtiene la longitud de los lados A, B' y C', respectivamente. Por tanto, el factor de escala es 2.
- El área del triángulo chico es:

$$A = \frac{b \times h}{2} = \frac{2 \times 2}{2} = \frac{4}{2} = 2\text{ cm}^2$$

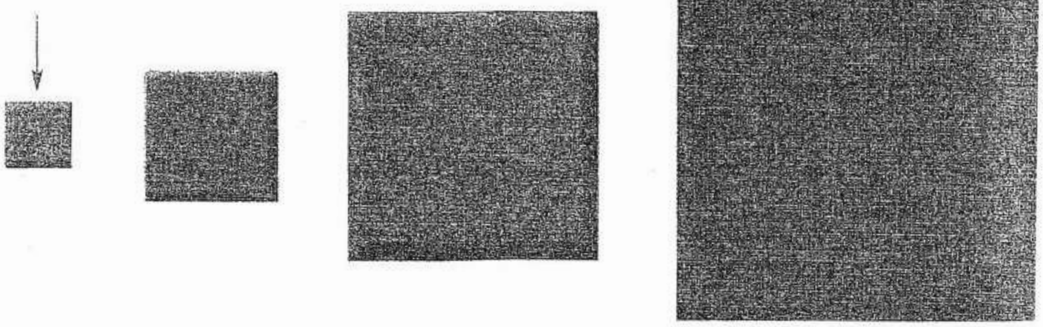
- El área del triángulo grande es:

$$A = \frac{b \times h}{2} = \frac{4 \times 4}{2} = \frac{16}{2} = 8\text{ cm}^2$$

El área de la reproducción a escala es 4 veces mayor que la figura original.

Observa los cuadrados, mídelos y contesta.

Figura original



a. ¿Cuánto mide un lado del cuadrado azul? ______________________

b. ¿Cuánto mide un lado del cuadrado morado? ______________________

c. ¿Cuál es el factor de escala entre los cuadrados azul y morado? ____________

d. ¿Cuál es el factor de escala entre los cuadrados azul y verde? ____________

e. ¿Cuál es el factor de escala entre los cuadrados azul y rojo? ____________

f. ¿Cuántos grados miden los ángulos de cada cuadrado? ____________

g. ¿Los cuadrados son semejantes? ________ ¿Por qué? ______________

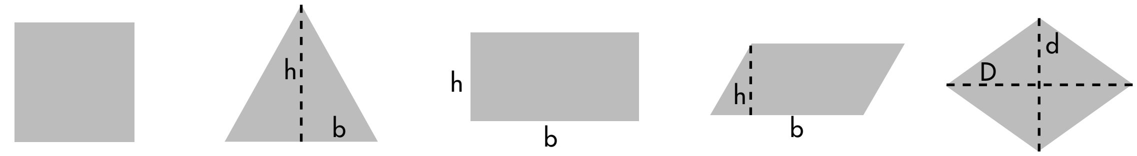
____

UNIDAD 3

E.T. GEOMETRÍA

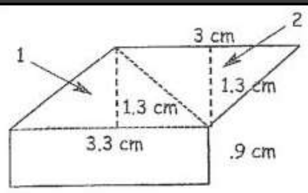
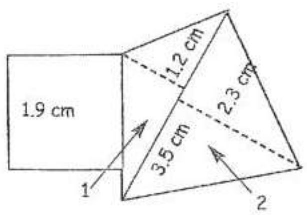
Áreas

Cuadrado	Triángulo	Rectángulo	Romboide	Rombo



$A = 1 \times 1$	$A = \frac{b \times h}{2}$	$A = b \times h$	$A = b \times h$	$A = \frac{D \times d}{2}$

Divide las figuras en otras simples para calcular se área total.

Figura	Operaciones y resultado
	Área del rectángulo = 2.97 cm² Área del triángulo 1 = $\frac{3.3\text{ cm} \times 1.3\text{ cm}}{2}$ = 2.145 cm^2 Área del triángulo 2 = $\frac{3\text{ cm} \times 1.3}{2}$ = 1.95 cm^2 Área total = 7.065 cm^2
	Área del cuadrado = 1.9 × 1.9 = 3.61 cm^2 Área del triángulo 1 = $\frac{3.5 \times 1.2}{2}$ = 2.1 cm^2 Área del triángulo 2 = $\frac{3.5 \times 2.3}{2}$ = 4.025 cm^2 Área total = 9.735 cm^2

Mide las figuras y completa la información de la tabla.

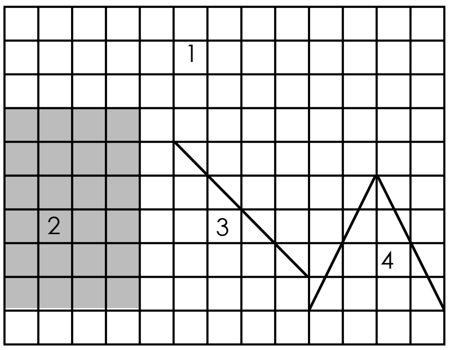


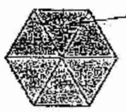
Figura	Perímetro	Área
1		
2		
3		
4		

Áreas

Un polígono regular se puede descomponer en triángulos trazando líneas que vayan desde el centro del polígono a sus vértices. Si estos triángulos se acomodan de manera conveniente, se puede formar un cuadrilátero (romboide o trapecio) que tiene como altura el apotema. Por tanto, se puede calcular el área del polígono regular con la misma fórmula que se utiliza para obtener el área del cuadrilátero:

Área del romboide — **Área del polígono**

$A = \text{base} \times \text{altura}$ — $A = \dfrac{\text{perímetro}}{2} \times \text{apotema}$

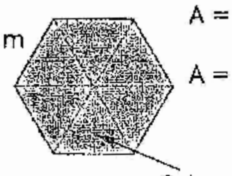


$A = \dfrac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2}$ y

con símbolos $A = \dfrac{p \times a}{2}$

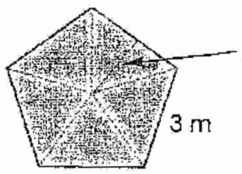
3. Calcula el área de los polígonos.

Ejemplo:



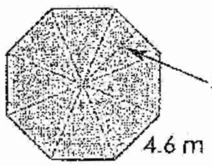
$A = \dfrac{24 \times 3.4}{2} = \dfrac{81.6}{2}$

$A = 40.8\ m^2$



$A = \dfrac{15 \times 2}{2}$

$A = 15\ m^2$



$A = \dfrac{36.8 \times 5.5}{2}$

$A = 101.2\ m^2$

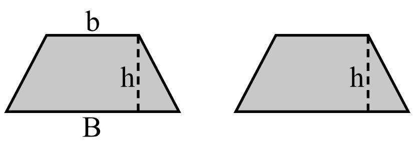
$A = \dfrac{30 \times 4.3}{2}$

$A = 64.5\ m^2$

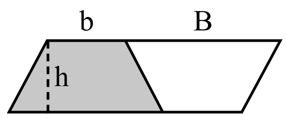
- Discute con tus compañeros y compañeras qué otros procedimientos se podrían utilizar para calcular el área de polígonos regulares.

UNIDAD 3	
E.T. GEOMETRÍA	# Áreas

El trapecio es un cuadrilátero que tiene un par de lados paralelos. El lado más grande es la base mayor (B) y el más pequeño la base menor (b). La altura del trapecio (h) es una perpendicular imaginaria que va desde la base mayor a la menor.

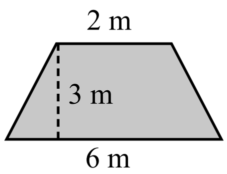


Cuando se coloca un trapecio, junto al primero de manera invertida, entre los dos forman un cuadrilátero (rectángulo o romboide). La base del paralelogramo es B + b y su altura es la misma que la de los dos trapecios. Entonces, área es (B + b)x h. Por lo tanto, el área del trapecio es :



$$A = \frac{(B + b) \times h}{2}$$

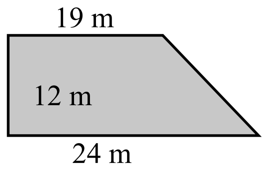
Calcula el área de los trapecios.



$$A = \frac{(B + b) \times h}{2}$$

$$A = \frac{(6 + 2) \times 3}{2}$$

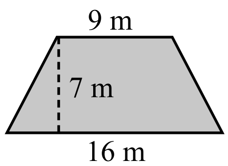
$$A = \frac{(8 \times 3)}{2} = \frac{24}{2} = 12 \text{ m}^2$$



$$A = \frac{(B + b) \times h}{2}$$

$$A = \frac{(24 + 19) \times 12}{2}$$

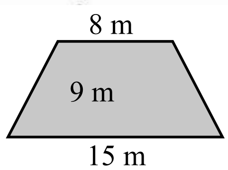
$$A = \frac{(43 \times 12)}{2} = \frac{516}{2} = 258 \text{ m}^2$$



$$A = \frac{(B + b) \times h}{2}$$

$$A = \frac{(16 + 9) \times 7}{2}$$

$$A = \frac{(25 \times 7)}{2} = \frac{175}{2} = 87.5 \text{ m}^2$$



$$A = \frac{(B + b) \times h}{2}$$

$$A = \frac{(15 + 8) \times 9}{2}$$

$$A = \frac{(23 \times 9)}{2} = \frac{207}{2} = 103.5 \text{ m}^2$$

UNIDAD 3

E.T. ÁLGEBRA

El lenguaje numérico y simbólico

Así como en nuestra vida cotidiana utilizamos distintos medios para comunicanos: el lenguaje hablado y escrito, en sus diferentes idiomas, el lenguaje simbólico y el lenguaje de los códigos, también en Matemáticas se utilizan distintos lenguajes.

Veremos cómo el lenguaje algebraico es una herramienta útil para resolver problemas y cómo puede utilizarse para demostrar propiedades matemáticas y hacer generalizaciones.

Recordemos algunos de los lenguajes utilizados en Matemáticas:

» El lenguaje coloquial formado por las palabras que utilizamos para conversar.

Por ejemplo:

- "El triple de un número es igual a diez".
- "La edad de Juan supera en dos años a la de Pablo".
- "El costo de vida ha aumentado un 2%".

» El lenguaje simbólico o algebraico formado por los símbolos específicos de las Matemáticas.

Las expresiones anteriores traducidas al lenguaje simbólico serían:

- "$3n = 10$"
- "$J = P+2$"
- "$C = c + 0.02c$"

» El lenguaje gráfico, utilizado para brindar mucha información en poco espacio.

Por ejemplo:

- "gráficos circulares"
- "gráficos de barras"
- "representaciones en ejes cartesianos"

Comenta en el espacio de asamblea de tu grupo:

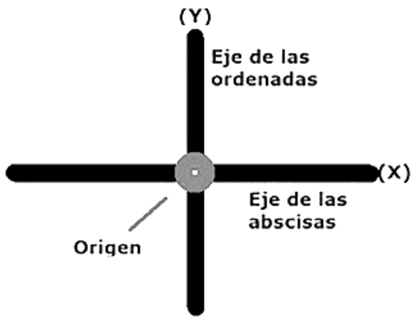
¿En qué situaciones de la vida cotidiana utilizamos el lenguaje simbólico o numérico?

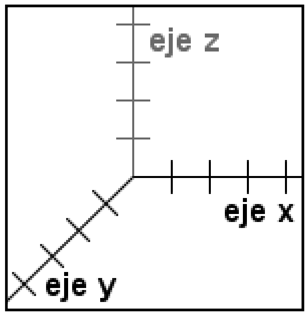
Concluye el ejercicio registrando en tu cuaderno algunos ejemplos de los comentados en clase.

UNIDAD 3

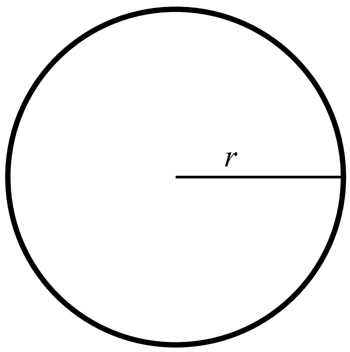
E.T. ÁLGEBRA

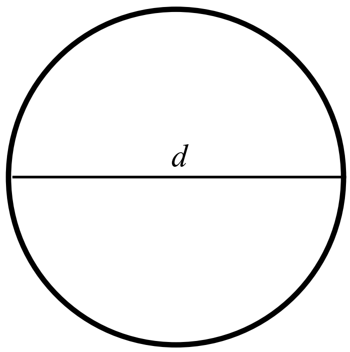
Lenguaje simbólico

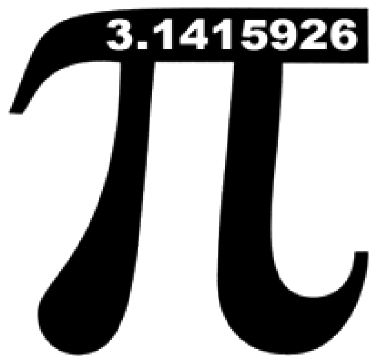




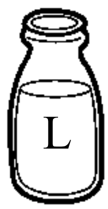
Se utiliza lenguaje simbólico en el plano cartesiano, para diferenciar los ejes.







El lenguaje simbólico tiene diversos usos en Geometría: A= Área; B= Base; P= Perímetro; r= Radio del círculo; d= Diámetro del círculo; Pi= π es la relación entre la longitud de una circunferencia y su diámetro, en geometría euclidiana. Es un número irracional y una de las constantes matemáticas más importantes. Se emplea frecuentemente en matemáticas, su valor es 3.1415 etcétera.



Se utiliza lenguaje simbólico en distintas unidades de medida:
Kg= Kilogramo, mil gramos; $= Peso mexicano; ₵= Centavo; %= Porcentaje; L= Litro

Rangos de medida para la dureza

Cómo medimos la dureza

¿Qué entendemos por dureza? ¿Cómo medimos la dureza? Algunas cosas son más duras que otras. Usamos un cuchillo para cortar pan, y el acero del cuchillo es más duro que el pan. Todo el mundo sabe que el diamante es una de las sustancias más duras que el hombre conoce. ¿Podemos hacer una escala de durezas?

Hace aproximadamente cien años, Friedrich Mohs elaboró una escala de durezas. Se eligieron diez minerales comunes como unidades estándar. De acuerdo con la dureza relativa de los diez minerales, se asignó un número a cada uno de ellos. De esta manera se hizo una escala en la que "1" representaba al mineral más blando, "2" al que le seguía en dureza, y así hasta "10", que es el mineral más duro. Véase la tabla IV.

TABLA IV

ESCALA DE DUREZA DE MINERALES

Número	*Mineral*
1	talco
2	yeso (selenita)
3	calcita
4	fluorita
5	apatita
6	feldespato
7	cuarzo
8	topacio
9	corindón
10	diamante

Una prueba de rayado se usó para establecer esta escala. Los minerales están ordenados de modo que cada mineral desde el más duro (10) hasta el más blando (1) puede rayar a todos los minerales que tienen un número más bajo en la escala. Análogamente, cada mineral puede ser rayado por un mineral con un número más alto en la escala. El uso de esta prueba de rayado es una forma de comparar o medir. Por ejemplo, un mineral cuya dureza está en cuestión, se compara con los diversos especímenes de la escala. Si se encuentra que raya a los números 1, 2, 3 y 4, pero no al 5, y si el número 5 lo rayase, entonces se le da un orden de dureza del 4.5.

UNIDAD 3

E.T. MEDICIÓN

Rangos de medida para la dureza

Los conjuntos de los minerales que están clasificados por esta escala pueden ser comparados por las personas que deseen identificar y clasificar la dureza de las rocas y los minerales. Tal conjunto se convierte entonces en el instrumento de medida para determinar la dureza de las rocas.

Un instrumento de medida aún más simple, generalmente al alcance de la mayoría de las personas consiste en una de nuestras uñas, una moneda de cobre y la hoja de un cuchillo o un pedazo de acero. Estos objetos, con la escala que mostramos en la tabla V como referencia, nos permitirán medir la dureza de una roca u otra sustancia.

En nuestra tecnología avanzada hemos desarrollado métodos mucho más perfeccionados para determinar la dureza. Implican el uso de instrumentos muy caros, sin embargo, los dos métodos aquí delineados son todavía de uso común.

ESCALA SIMPLE DE DUREZA

Prueba de rayado	Rango de dureza en la escala
La uña raya al mineral	Todos los minerales de menos de 2.5
La moneda de cobre raya al mineral	Todos los minerales de menos de 3.5
La hoja de acera raya el mineral	Todos los minerales de menos de 5.5

¿Cuál es el brillo de una estrella? ¿Cuál es la dureza de una roca?
Cuando pensamos en los sistemas de medida que el hombre ha inventado para encontrar respuestas a estas preguntas, estamos reviviendo uno de los muchos capítulos excitantes en la historia de los descubrimientos del hombre para organizar su conocimiento del universo.

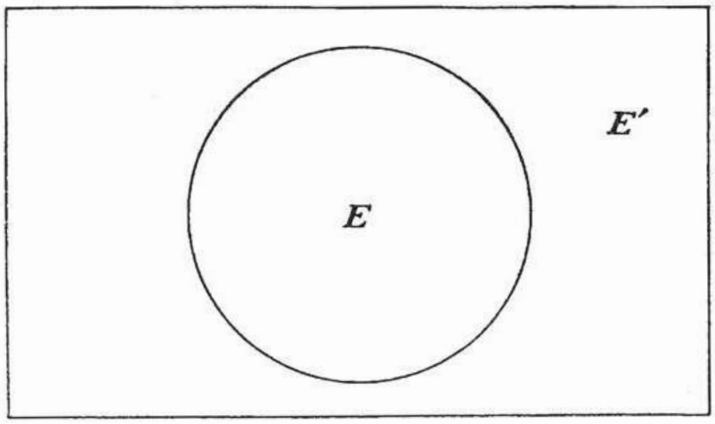
Registra tus conclusiones.

La probabilidad de eventos

Lo más frecuente es que no estemos tan interesados en la ocurrencia de un solo resultado en una situación como en la ocurrencia de uno cualquiera de los de un conjunto de resultados. Por ejemplo, en el juego de la rueda de la lotería es posible que podamos ganar el juego si sale cualquiera de los números 8, 9 ó 10. ¿Cómo asignar una probabilidad a la ocurrencia de cualquiera de los de este conjunto? Guiados por nuestras anteriores reflexiones, podemos ver que hay tres posibilidades entre doce de que la flecha termine marcando uno cualquiera de estos números. De acuerdo con ello tiene sentido decir que la probabilidad de que la flecha se pare en una tirada en uno de estos tres números es de $\frac{3}{12}$.

Un razonamiento, análogo en otros ejemplos, sugiere la siguiente definición general para la ocurrencia de un evento —en términos técnicos, un *evento* es cualquier conjunto de resultados en una situación dada—: la probabilidad de la ocurrencia de un evento en una situación en que cada resultado es igualmente probable, es la razón del número de resultados del evento al número total de resultados posibles. Para dar un ejemplo de una aplicación de esta definición, podríamos asignar una probabilidad al evento "sacamos corazones" en una situación en que se selecciona una carta al azar de una baraja normal de bridge. Como hay trece corazones en una baraja, el evento "sacamos corazones" consta de trece resultados de los cincuenta y dos totales posibles. Por tanto, la probabilidad de la ocurrencia del evento es de $\frac{13}{52}$, es decir, de $\frac{1}{4}$.

Algunas veces estamos interesados en la probabilidad de que un evento *no* ocurra y deseamos asignar una probabilidad a esta no ocurrencia. Para ayudarnos a visualizar esta situación, debemos observar que el conjunto total de resultados posibles en una situación dada puede separarse en dos conjuntos por un evento. Un conjunto, E, contiene todos los resultados del



Representación esquemática de un evento y su complemento.

FIGURA 10

evento. El otro conjunto, al que representaremos por E' (léase "E prima", o "el complemento de E"), contiene todos los resultados que no están en E. La figura 10 describe gráficamente esta situación. En la figura, la región interior del rectángulo puede considerarse que contiene todos los posibles resultados. El círculo puede considerarse que contiene todos los resultados en E. Entonces, la región que está fuera del círculo, pero dentro del rectángulo, contiene todos los resultados posibles que no están en E. Este conjunto puede llamarse también evento, la "no ocurrencia de E".

Nótese que acerca de esta situación es cierto todo lo que sigue:

1. Todos los resultados posibles están incluidos en el rectángulo.
2. Ningún resultado que esté en E está en E'.

Estos dos hechos implican que la suma de las probabilidades de E y de E' debe ser 1, puesto que, exactamente, uno de estos eventos es seguro que ocurra. Por tanto, si conocemos la probabilidad de E, podemos encontrar la probabilidad de E', y viceversa. Por ejemplo, si la probabilidad de que ocurra un evento es $\frac{3}{8}$, entonces la probabilidad de su no ocurrencia es $1 - \frac{3}{8}$, es decir, $\frac{5}{8}$. Análogamente, si la probabilidad de que un evento no ocurra es $\frac{5}{7}$, entonces la probabilidad de que ocurra es de $1 - \frac{5}{7}$, es decir, de $\frac{2}{7}$.

Unidad 4

"LA ASAMBLEA, BASE DE LA ORGANIZACIÓN COLECTIVA EN MÉXICO"

UNIDAD 4

Palabras y conceptos

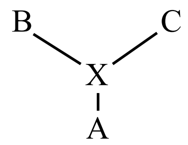
EJE TEMÁTICO	PALABRAS CLAVE	CONCEPTOS
LÓGICA Y CONJUNTOS	• Signos • Raciocinio • Conclusión • Interrogación • Exhortación	**Raciocionio** Es un proceso del pensamiento (por tanto, exclusivamente humano) que a partir de ciertos conocimientos establecidos (llamados premisas), conduce a adquirir un conocimiento nuevo (contenido en la conclusión) sin que para ello haya que recurrir a nuevas constataciones u observaciones sensibles distintas o adicionales a las ya contenidas en las premisas.
ARITMÉTICA	• Eliminación • Negativo • Inversión • Simple • Complemento	**Negativo** Que indica o expresa negación o sirve para negar.
GEOMETRÍA	• Cuadrángulo • Decágono • Cubo • Cilindro • Prisma	**Cubo** En la geometría, un ***cubo*** es un cuerpo formado por seis caras que son cuadradas. La particularidad de estos cuerpos es que todas las caras son congruentes.
ÁLGEBRA	• Solución • Identidad • Diferencia • Función • Cuerpos finitos	**Solución** Respuesta eficaz a un problema, duda o cuestión.
MEDICIÓN	• Balanza • Probeta • Pipeta • Microscopio • Dinamómetro	**Balanza** Instrumento para pesar, mediante la comparación del objeto que se quiere pesar con otro peso conocido; en su forma más sencilla consiste en dos platos que cuelgan de una barra horizontal que está sujeta en su centro y permance nivelada cuando alcanza el equilibrio; el objeto que se desea pesar se coloca en uno de los platos, y en el otro se van colocando pesas hasta nivelar horizontalmente la barra.
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA	• Localidad • Servicios • Censo • Población • País	**Censo** Padrón o lista de la población o riqueza de una nación o pueblo.

Representaciones de los conjuntos en gráficas, descripción, enumeración

Existe una representación muy práctica para simbolizar las relaciones entre conjuntos, llamada *diagramas lineales*, que consiste en conectar con segmentos a las letras que representan a los conjuntos, teniendo cuidado de colocar abajo al conjunto incluido cuando la relación se establece entre dos conjuntos; así A⊂B se representa:

Si los conjuntos incluidos en otro son tres, se representa como sigue:

Si A⊂X; B⊂X y C⊂X



Ejemplo:

Obtener, cuando menos, dos subconjuntos del conjunto

M = {a, b, c, d, e, f, g, h, i, j}

Por sus características específicas los elementos de M forman:

El subconjunto A de las vocales

A= {a, e, i}

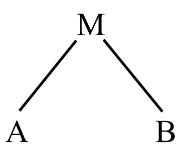
A⊂M

El subconjunto B de las consonantes

B= {b, c, d, f, g, h, j}

B⊂M

Diagrama lineal



No todos los elementos de M pertenecen al subconjunto A.

No todos los elementos de M pertenecen al subconjunto B.

Otro ejemplo: Obtener, cuando menos, dos subconjuntos del conjunto

F = {x / x es una flor}

$A = \{x \,/\, x$ es un clavel$\}$ $\therefore$ $A \subset F$

$B = \{x \,/\, x$ es una rosa$\}$ $\therefore$ $B \subset F$

$C = \{x \,/\, x$ es una orquídea$\}$ $\therefore$ $C \subset F$

$D = \{x \,/\, x$ es un girasol$\}$ $\therefore$ $D \subset F$

$$\begin{array}{ccccc} & & C & & \\ & & | & & \\ B & —— & F & —— & D \\ & & | & & \\ & & A & & \end{array}$$

Cuando algún conjunto no está incluido estrictamente en otro, se indica con el símbolo $\not\subset$.

EJERCICIOS DE AFIRMACIÓN

Forme uno o más subconjuntos, indicando la inclusión de conjuntos y su diagrama lineal en:

1. Conjunto M de los animales mamíferos.

2. Conjunto N de las razas humanas.

3. Conjunto P de las nacionalidades del mundo.

4. Conjunto R de los alumnos de mi clase.

5. $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$.

6. $T = \{a, e, i, o, u\}$.

Transitividad de la inclusión

Si definimos los siguientes conjuntos:

$$O = \{x \,/\, x \text{ es un objeto de oro}\}$$
$$M = \{x \,/\, x \text{ es un objeto de metal}\}$$
$$I = \{x \,/\, x \text{ es un objeto de materia mineral}\}$$

Es evidente que todo objeto de oro es también un objeto de metal; por lo tanto todo elemento perteneciente al conjunto O pertenece al conjunto M.

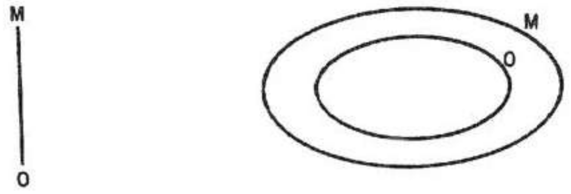
En símbolos:

$$\text{Si } x \in O \text{ entonces } x \in M \qquad \text{(a)}$$

Se lee: Si x pertenece al conjunto O entonces x pertenece al conjunto M.

Nota. Observamos que, si bien todo elemento perteneciente al conjunto O es elemento del conjunto M, no es cierto que todo elemento de M pertenece al conjunto O. En efecto: una plancha de hierro es un objeto de metal pero no de oro, por lo tanto pertenece a M y no a O.

Extraemos como conclusión que el conjunto O está incluido estrictamente en el conjunto M.



[1]

Razonamos en forma análoga con los conjuntos M e I:

Todo objeto de metal es un objeto de materia mineral, de manera que todo elemento perteneciente a M pertenece también al conjunto I.

En símbolos:

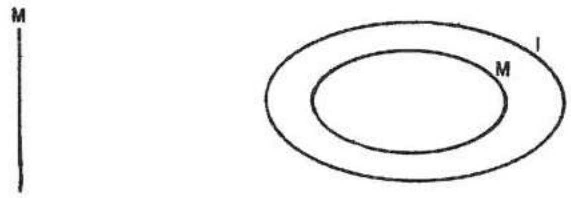
$$\text{Si } x \in \text{M} \text{ entonces } x \in \text{I} \qquad \text{(b)}$$

Por otra parte existen elementos de I que no pertenecen a M (por ejemplo: una placa de vidrio es un objeto de materia mineral y no es de metal).

Podemos escribir entonces:

$$\text{M} \subset \text{I}$$

Diagrama lineal — Diagrama de Venn Euler



[2]

Analicemos el siguiente caso:

Una sortija de oro pertenece al conjunto O. Si simbolizamos con la letra "*s*" a la sortija, tenemos que:

$$s \in \text{O}$$

Si *s* pertenece al conjunto O, hemos visto en (a) que *s* es elemento del conjunto M.

En símbolos:

$$s \in \text{M}$$

Pero si *s* es elemento del conjunto M, por lo visto en (b), pertenece al conjunto I.

En símbolos:

$$s \in \text{I}$$

Es decir que la sortija es un objeto de materia mineral.

Este razonamiento que hicimos con el anillo es válido con cualquier elemento de O que hubiésemos elegido. Por lo tanto, todo elemento del conjunto O pertenece al conjunto I.

En símbolos:

$$\text{Si } x \in O \text{ entonces } x \in I$$

Por otra parte, existen elementos de I no pertenecientes a O (por ejemplo: una estatuilla de mármol).

De manera que el conjunto O está estrictamente incluido en el conjunto I.

En símbolos:

$$O \subset I$$

Diagrama lineal | Diagrama de Venn Euler

[3]

En síntesis: hemos visto que, como $O \subset M$ y $M \subset I$, entonces se cumple que $O \subset I$. Esta propiedad se enuncia diciendo que la inclusión es transitiva.

En símbolos escribimos:

$$O \subset M \subset I$$

(se lee: el conjunto O está incluido estrictamente en M y M está incluido estrictamente en I).

solo de la si-

Los diagramas [1], [2] y [3] pueden reunirse en uno solo, de la siguiente manera:

Diagrama lineal | Diagrama de Venn Euler

EJERCICIOS DE AFIRMACIÓN

Encuentre conjuntos que incluyen estrictamente al subconjunto propuesto tratando de llegar al conjunto universal. Representar en forma gráfica y simbólica:

1. Conjunto de orquídeas.
2. Conjunto de seres humanos.
3. Conjunto de estados de la República Mexicana.
4. Conjunto de palmípedas.

UNIDAD 4

E.T. ARITMÉTICA

Representar números hasta millones

El sistema decimal

Todos los sistemas de numeración tienen ciertas características comunes: una de ellas es que solamente se utiliza un número limitado de símbolos para representar cualquier cantidad imaginable. Como ese conjunto de símbolos es finito y el conjunto de números enteros es infinito, necesitamos usar los símbolos más de una vez para representar tales números.

El sistema de numeración indoarábigo moderno es un sistema posicional con símbolos para representar el cero, uno, dos, tres, etcétera, hasta el nueve. El siguiente número, diez, desempeña una función especial en este sistema, y se llama *base* del mismo. Precisamente por ser diez su base, el sistema se llama decimal, adjetivo que proviene del vocablo latino *decem*, que significa diez.

Sabemos que el conjunto de los números enteros es infinito, pero, en la práctica, es infrecuente que necesitemos leer o escribir números que rebasen la decimoquinta posición, la cual corresponde a la unidad compuesta de las *centenas de billón*. Para simplificar, presentemos en un cuadro las unidades que ocupan las 12 primeras posiciones del sistema decimal:

12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
centenas	decenas	unidades	centenas	decenas	unidades	centenas	decenas	unidades	centenas	decenas	unidades
millares de millón			millones			millares					

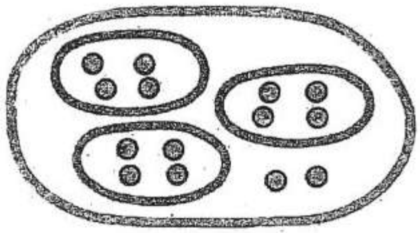
Para facilitar la lectura y escritura de números, tendemos a separarlos en grupos o *periodos* de tres cifras, en particular cuando rebasamos las centenas de millar (posición 6). Por ejemplo, si queremos leer el número 2345678, primero lo separamos en periodos:

2 345 678

y luego leemos "dos millones trescientos cuarenta y cinco mil seiscientos setenta y ocho". Quien está familiarizado con el sistema decimal, efectúa la lectura automáticamente, pero el niño que apenas lo está conociendo, necesita aprender a determinar el *valor relativo* de cada numeral.

Valores de un dígito. Como habíamos señalado, el valor de un dígito depende de la posición que ocupe en un número. Al valor que cada dígito tiene independientemente de esa posición, se le llama *valor absoluto* o *propio*; por ejemplo, en el número 444, el valor absoluto de cada dígito es cuatro. Cuando multiplicamos el valor absoluto de un dígito por su valor posicional, obtenemos su *valor relativo*. Así, en el número 444, el valor relativo de cada dígito es 400, 40 y 4, respectivamente, ya que 4×100 (valor posicional de la posición 3) $= 400$; 4×10 (valor posicional de la posición 2) $= 40$, y 4×1 (valor posicional de la posición 1) $= 4$. De modo que $400 + 40 + 4 = 444$, lo que significa cuatro centenas + cuatro decenas + cuatro unidades.

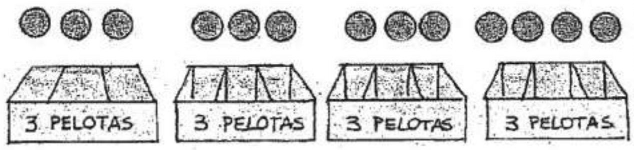
Operaciones con números naturales. La división



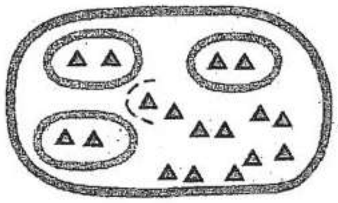
14 ÷ 3 = 4; sobran 2

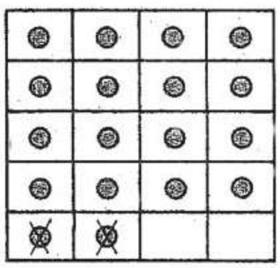
$$\begin{array}{r|l} 3 & 14 \\ & \;\,2 \end{array} \quad 4$$

Plantea y resuelve la división que corresponde en cada caso.

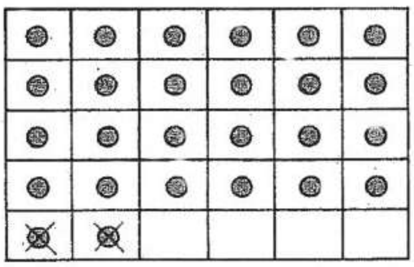


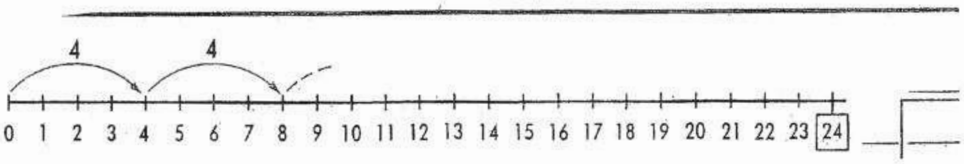
$$\begin{array}{r|l} \;\; & 13 \end{array}$$

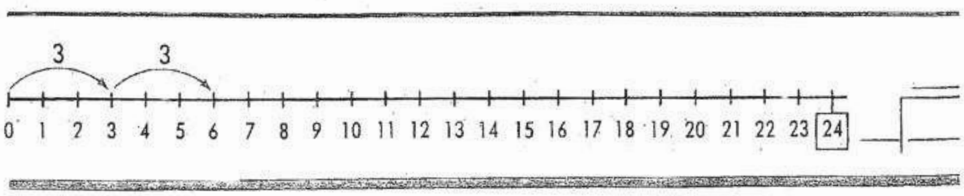




$$\begin{array}{r|l} 4 & 18 \end{array}$$

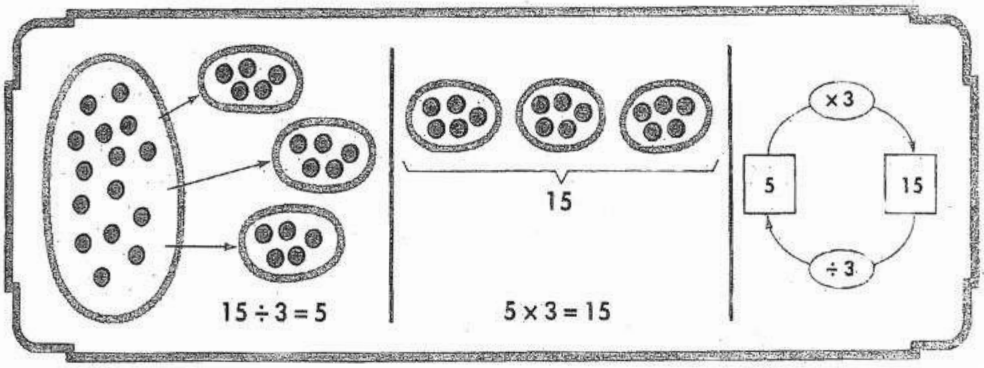




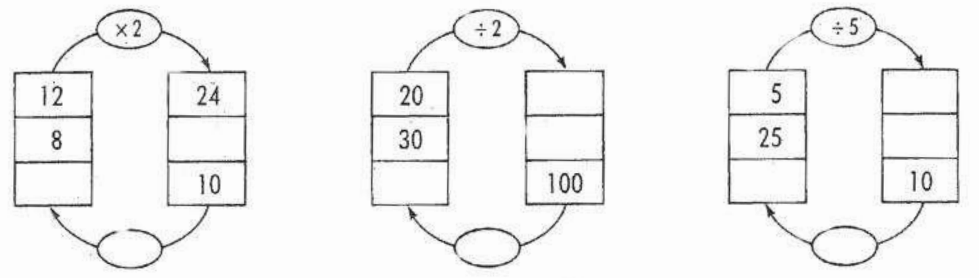


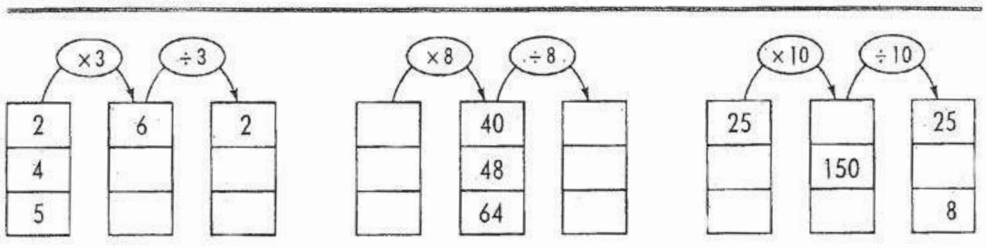
Resuelve las siguientes divisiones:

$8\overline{)28}$ $\quad 7\overline{)36}$ $\quad 5\overline{)45}$ $\quad 9\overline{)63}$ $\quad 12\overline{)96}$



Escribe los operadores y los números que faltan:





División (una cifra en el cociente)

¿Cuántas veces cabe 21 en 90?

$90 \div 21 =$

$21 \times$
- 1 = 21
- 2 = 42
- 3 = 63
- 4 = 84
- 5 = 105
- 6 = 126

90

Cabe 4 veces.

$4 \times 21 = 84$

Sobran: $90 - 84 = 6$

$$\begin{array}{r|l} & 4 \\ \hline 21 & 90 \\ & 6 \end{array}$$

Resuelve las siguientes divisiones. Efectúa las multiplicaciones necesarias.

División					
$9\overline{)87}$	9×6	9×7	9×8	9×9	9×10
$8\overline{)76}$	8×5	8×6	8×7	8×8	8×9
$37\overline{)267}$	37×5	37×6	37×7	37×8	37×9
$251\overline{)1\,543}$	251×3	251×4	251×5	251×6	251×7
$300\overline{)2\,370}$	300×4	300×5	300×6	300×7	300×8

Completa el cuadro:

Dividendo	25	32	47	53	69	74	82	91	100
Divisor	4	7	8	6	7	9	9	10	10
Cociente									
Residuo									

UNIDAD 4

E.T. ARITMÉTICA

Problemas diversos

Este disco está dibujado en escala 1 a 10. Calcula el área ocupada por la etiqueta y el área restante.

OPERACIÓN:

RESULTADO:

Area real de la etiqueta = _________ cm^2

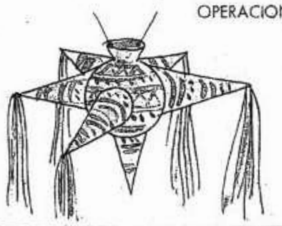
Area restante = _________ cm^2

Gregorio compró una calculadora de \$ 7,580.00 con 20 % de descuento; pero al pagar le cobraron 15 % más por el IVA. ¿Cuánto pagó realmente Gregorio?

OPERACIÓN:

RESULTADO: Gregorio pagó \$ _________

En una fábrica de piñatas se produjeron 2,320 piñatas, de las cuales $\frac{3}{5}$ son en forma de estrella, $\frac{1}{8}$ en forma de animal y las restantes en forma humana. ¿Cuántas piñatas son de cada forma?



OPERACIONES:

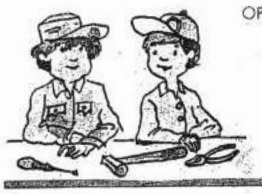
RESULTADOS:

En forma de estrella son _________piñatas.

En forma animal son _________piñatas.

En forma humana son _________piñatas.

Entre David y Lorenzo hacen un trabajo que requiere en total 5 días, 3 horas y 40 minutos. Lorenzo ha trabajado en total 1 día, 8 horas y 20 minutos; David ha trabajado en total 1 día, 10 horas y 55 minutos. ¿Cuánto tiempo falta para terminar el trabajo?



OPERACIONES:

RESULTADO:

Faltan _________ días, _________ horas y _________ minutos.

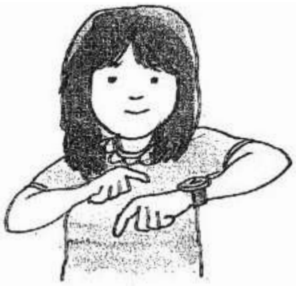
Calcula cuánto pagará Bernardo si compra:

- 3.5 kg de chiles.
  Pagará \$ _________ de los chiles.
- 2.5 kg de jitomates.
  Pagará \$ _________ de los jitomates.
- En total pagará \$ _________

Inventa el texto de un problema utilizando estos datos y resuélvelo.

13	→ 182
1	→
57	→

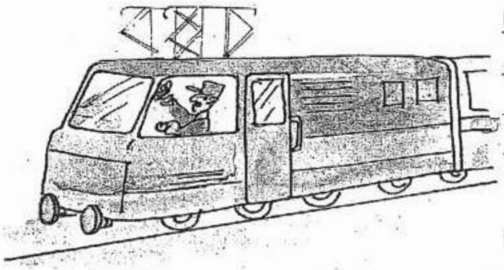
El reloj de Coti se atrasa 132 segundos en 12 horas. ¿Cuánto se atrasa en 3 días y medio?



Horas	Segundos
12	→ 132
	→
	→

El reloj se atrasa ______ en $3\frac{1}{2}$ días.

Un tren recorre en 3 horas 165 km. ¿Cuántas horas necesita para recorrer 825 km?



Horas	Km
	→
	→
	→

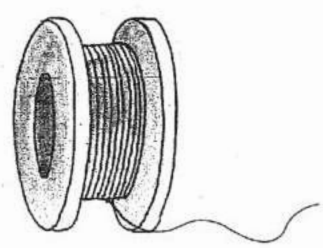
El tren necesita ______ horas.

La caña de azúcar da, aproximadamente, el 12 % de azúcar.
¿Qué cantidad de azúcar darán 10 000 kg de caña?

Kg de caña	Kg de azúcar
100	→ 12
1	→
10 000	→

10 000 kg de caña darán ______ kg de azúcar.

Un metro de alambre cuesta $ 7.25. ¿Cuánto costarán 26.50 m?



OPERACION:

RESULTADO: Costarán $ ______

UNIDAD 4

E.T. ARITMÉTICA

Adición y sustracción de fracciones

Para sumar y restar fracciones se requiere que todas tengan el mismo DENOMINADOR. Se puede cambiar el denominador de una fracción para igualarlo, multiplicando por el ELEMENTO NEUTRO que es el 1: $\frac{5}{5}=1, \frac{3}{3}=1, \frac{8}{8}=1, \frac{15}{15}=1.$

Completa estas adiciones y resuélvelas.

R. $\frac{2}{5}+\frac{3}{7}=\frac{2}{5}\times\left\{\frac{7}{7}\right\}=\boxed{\frac{14}{35}}$ y $\frac{3}{7}\times\left\{\frac{5}{5}\right\}=\boxed{\frac{15}{35}}$ *entonces* $\boxed{\frac{14}{35}}+\boxed{\frac{15}{35}}=\boxed{\frac{29}{35}}$

1. $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}=\frac{1}{2}\times\left\{\frac{3}{3}\right\}=\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$ y $\frac{2}{3}\times\left\{\frac{2}{2}\right\}=\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$ entonces $\boxed{\frac{\quad}{\quad}}+\boxed{\frac{\quad}{\quad}}=\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

2. $\frac{1}{5}+\frac{1}{4}=\frac{1}{5}\times\left\{\frac{4}{4}\right\}=\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$ y $\frac{1}{4}\times\left\{\frac{5}{5}\right\}=\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$ entonces $\boxed{\frac{\quad}{\quad}}+\boxed{\frac{\quad}{\quad}}=\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

3. $\frac{2}{7}+\frac{1}{4}=\frac{2}{7}\times\left\{\frac{4}{4}\right\}=\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$ y $\frac{1}{4}\times\left\{\frac{7}{7}\right\}=\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$ entonces $\boxed{\frac{\quad}{\quad}}+\boxed{\frac{\quad}{\quad}}=\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

4. $\frac{1}{6}+\frac{2}{5}=\frac{1}{6}\times\left\{\frac{5}{5}\right\}=\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$ y $\frac{2}{5}\times\left\{\frac{6}{6}\right\}=\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$ entonces $\boxed{\frac{\quad}{\quad}}+\boxed{\frac{\quad}{\quad}}=\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

5. $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=\frac{1}{3}\times\left\{\frac{4}{4}\right\}=\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$ y $\frac{1}{4}\times\left\{\frac{3}{3}\right\}=\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$ entonces $\boxed{\frac{\quad}{\quad}}+\boxed{\frac{\quad}{\quad}}=\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

EJERCICIOS SOBRE ADICIONES DE FRACCIONES

Encuentra la suma o total.

R. $\frac{305}{1{,}407}+\frac{724}{1{,}407}=\boxed{\frac{1029}{1{,}407}}$

1. $\frac{6}{17}+\frac{11}{17}=\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

2. $\frac{15}{37}+\frac{12}{37}=\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

3. $\frac{19}{43}+\frac{20}{43}=\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

4. $\frac{53}{216}+\frac{87}{216}=\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

5. $\frac{37}{101}+\frac{62}{101}=\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

6. $\frac{42}{119}+\frac{59}{119}=\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

7. $\frac{851}{1{,}080}+\frac{207}{1{,}080}=\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

8. $\frac{343}{818}+\frac{417}{818}=\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

9. $\frac{615}{1{,}071}+\frac{329}{1{,}071}=\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

10. $\frac{103}{418}+\frac{305}{418}=\boxed{\frac{\quad}{\quad}}$

Completa estas sustracciones y encuentra su diferencia.

R. $\frac{6}{7} - \frac{3}{5} = \frac{6}{7} \times \left\{\frac{5}{5}\right\} = \boxed{\frac{30}{35}}$ *y* $\frac{3}{5} \times \left\{\frac{7}{7}\right\} = \boxed{\frac{21}{35}}$ *entonces* $\boxed{\frac{30}{35}} - \boxed{\frac{21}{35}} = \boxed{\frac{9}{35}}$

1. $\frac{3}{4} - \frac{1}{3} = \frac{3}{4} \times \left\{\frac{3}{3}\right\} = \boxed{}$ y $\frac{1}{3} \times \left\{\frac{4}{4}\right\} = \boxed{}$ entonces $\boxed{} - \boxed{} = \boxed{}$

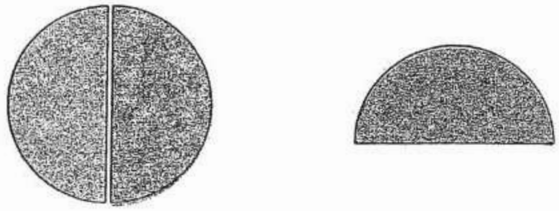
2. $\frac{4}{5} - \frac{1}{4} = \frac{4}{5} \times \left\{\frac{4}{4}\right\} = \boxed{}$ y $\frac{1}{4} \times \left\{\frac{5}{5}\right\} = \boxed{}$ entonces $\boxed{} - \boxed{} = \boxed{}$

3. $\frac{6}{7} - \frac{4}{6} = \frac{6}{7} \times \left\{\frac{6}{6}\right\} = \boxed{}$ y $\frac{4}{6} \times \left\{\frac{7}{7}\right\} = \boxed{}$ entonces $\boxed{} - \boxed{} = \boxed{}$

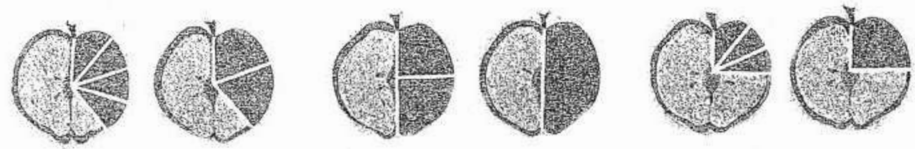
4. $\frac{3}{5} - \frac{2}{3} = \frac{3}{5} \times \left\{\frac{3}{3}\right\} = \boxed{}$ y $\frac{2}{3} \times \left\{\frac{5}{5}\right\} = \boxed{}$ entonces $\boxed{} - \boxed{} = \boxed{}$

5. $\frac{4}{8} - \frac{1}{5} = \frac{4}{8} \times \left\{\frac{5}{5}\right\} = \boxed{}$ y $\frac{1}{5} \times \left\{\frac{8}{8}\right\} = \boxed{}$ entonces $\boxed{} - \boxed{} = \boxed{}$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{4}{6} = \frac{9}{6} = 1\,\frac{3}{6} = 1\,\frac{1}{2}$$



Para la **sustracción** también deben tener las fracciones igual denominador, y se procede en la misma forma.

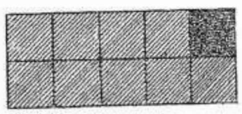


$$\frac{4}{10} = \frac{2}{5} \qquad \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \qquad \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

Si de $\frac{1}{2}$ m de tela, se usan $\frac{2}{5}$ m, ¿cuánto queda?

Los **medios** y los **quintos** se convierten en décimos; 10 es el común denominador. Luego:

$$\frac{1}{2} = \frac{5}{10} \qquad \frac{2}{5} = \frac{4}{10}$$



Ahora, podemos restar:

$$\frac{1}{2} - \frac{2}{5} = \frac{5}{10} - \frac{4}{10} = \frac{1}{10}$$

Aprendamos las equivalencias de las fracciones y, por simple observación, encontraremos el **común denominador** que convenga.

UNIDAD 4

E.T. GEOMETRÍA

Círculo y perímetro del círculo

EL CÍRCULO

-Muchachos, vamos al jardín a señalar los cuatro sitios donde han de plantarse los árboles—dijo el maestro—; y entre todos colocaremos las cuatro estacas que sirvan de señal.

Después aclaró que arrancarían el pasto medio metro alrededor de cada estaca. Cogieron un cordón, lo sujetaron a una de las estacas y lo hicieron girar para trazar una circunferencia. Una vez quitado el pasto, el maestro preguntó:

-¿Cómo se llama la superficie geométrica que hemos limitado alrededor de la estaca?

-Es un círculo—dijo Carlos—. En la escuela hemos recortado muchos círculos de papel de diferentes colores.

-Y, ¿cómo sabremos cuánto mide la superficie de éste?

Hubo varias opiniones, ninguna acertada; y por último dejaron de discutir para que el maestro lo explicara en la clase.

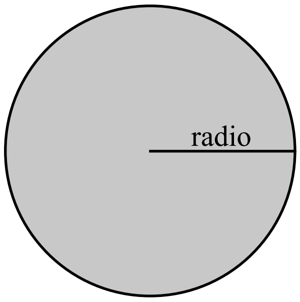
También nosotros necesitaremos estudiarlo:

La recta que va del centro del círculo a cualquier punto de la circunferencia se llama radio. Si multiplicamos π por el radio elevado al cuadrado, tendremos la superficie del círculo; por esta razón la formula correspondiente se expresa (llamando A a la superficie del círculo y r al radio) así:

$$A = \pi \times r^2$$

Los círculos que trazaron los alumnos tenían medio metro de radio, o sea, 5 decímetros. Aplicando la fórmula, tendremos:

$$A = 3.14 \times 25 = 78.50 \ (78.50 \text{ dm}^2)$$



Radio es la recta que va del centro a cualquier punto de la circunferencia.

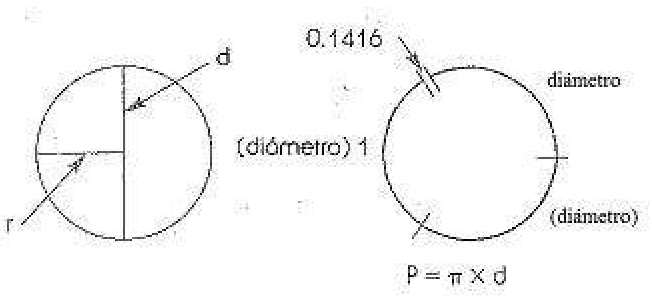
El área de un círculo es igual al producto de π por el radio al cuadrado.

¿Cuál será la superficie de una fuente circular de 3m de radio?

$\pi \times r^2 = 3.14 \times 9 = 28.26$ (28.26 m²)

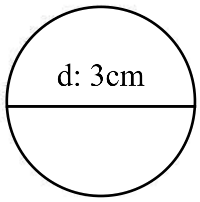
Círculo y perímetro del círculo

La longitud de una circunferencia (C) es 3.1416 veces la longitud de su Diámetro (d). El número 3.1416 se representa con el símbolo π, el cual se lee "pi".



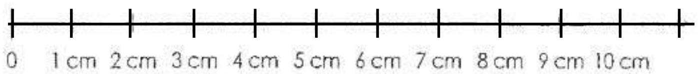
Calcula el perímetro de los círculos y expresa su longitud con una línea roja sobre las recti

A

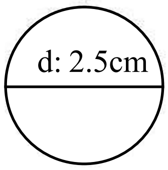


$P = \pi \times d$

$P = 3.1416 \times 3 = 9.4248$ cm

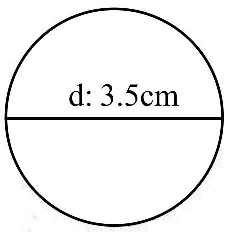


B



$P = \pi \times d$ $\quad$ $P = 3.1416 \times 2.5 = 7.854$ cm

C



$P = \pi \times d$ $\quad$ $P = 3.1416 \times 3.5 = 10.9956$ cm

Rodea el perímetro de los círculos de acuerdo con la medida de los diámetros.

Diámetro de círculo:

5 cm →	15.708 cm	20.462 cm	18.63 cm
2.5 cm →	9.46 cm	30.63 cm	7.85 cm
6 cm →	12.9684cm	18.8496 cm	30.56 cm

Lenguaje numérico y simbólico

El razonamiento algebraico implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas. A medida que se desarrolla este razonamiento, se va progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar el pensamiento algebraico, especialmente las ecuaciones, las variables y las funciones.

Algunas características del razonamiento algebraico son:

1. El uso de símbolos permite expresar de manera eficaz las generalizaciones de patrones y relaciones. Entre los símbolos destacan los que representan variables y los que permiten construir ecuaciones e inecuaciones.

2. Las variables son símbolos que se ponen en lugar de los números o de un cierto rango de números. Las variables tienen significados diferentes dependiendo de si se usan como representaciones de cantidades que varían, como representaciones de valores específicos desconocidos, o formando parte de una fórmula.

3. Las funciones son relaciones o reglas que asocian los elementos de un conjunto con los de otro, de manera que a cada elemento del primer conjunto le corresponde uno y sólo uno del segundo conjunto. Se pueden expresar en contextos reales mediante gráficas, fórmulas, tablas o enunciados. La idea de función comienza con actividades elementales con patrones, que a menudo se piensa que es un precursor necesario para otras formas de generalización matemática. Los patrones o regularidades existen y aparecen de manera natural en las matemáticas. Pueden ser reconocidos, ampliados o generalizados.

Las matemáticas son un lenguaje hecho por los humanos para los humanos, como todo lenguaje, tiene sus reglas; evidentemente, la base está en este lenguaje que nos ayuda a describir con palabras lo que dicen los objetos matemáticos, es decir, las ecuaciones, funciones, gráficas, vectores y otros.

Observa y lee las siguientes palabras y lo que en matemáticas significa, comenta en la asamblea de tu grupo en qué actividades de la vida diaria usamos el lenguaje numérico:

UNIDAD 4

E.T. ÁLGEBRA

Lenguaje numérico y simbólico

Palabra	**En matemáticas significa**
Suma	Resultado de una suma
Diferencia	Resultado de una resta
Producto	Resultado de una multiplicación
Cociente	Resultado de una división
Cuadrado	Resultado de elevar al cuadrado
Doble, triple	Multiplicar por 2, 3, etc.
Mitad, tercio	Dividir entre 2, 3, etc.
Raíz cuadrada	Calcular raíz cuadrada

Realiza las operaciones matemáticas que se describen en la parte superior y encierra en un círculo el resultado indicando a que se refiere.

Ejemplo:

25 + 44 = 69 suma

Medidas de longitud: unidad básica, múltiplos y submúltiplos

El metro tiene como símbolo **m** y sus múltiplos (*unidades mayores*) aumentan de 10 en 10; forman su nombre con el prefijo griego, que indica la cantidad más la palabra metro.

		Nombre	Valor	Símbolos[1]
Miria	(10,000)	miriámetro	(10,000 metros)	mam
Kilo	(1,000)	kilómetro	(1,000 metros)	km
Hecto	(100)	hectómetro	(100 metros)	hm
Deca	(10)	decámetro	(10 metros)	dam
		METRO	(UNIDAD)	m

Los símbolos no llevan punto gramatical.

Los submúltiplos (*unidades menores que la unidad*) van disminuyendo de 10 en 10, utilizándose para la formación del nombre prefijos latinos:

		Nombre	Valor	Símbolo
Deci	(décima)	decímetro	(0.1 metros)	dm
Centi	(centésima)	centímetro	(0.01 metros)	cm
Mili	(milésima)	milímetro	(0.001 metros)	mm

Estos prefijos griegos y latinos se aplican lo mismo a medidas de longitud que de capacidad y de peso, para formar los correspondientes múltiplos y submúltiplos.

Símbolos del sistema métrico decimal en México

Debido a la supresión de mayúsculas en los símbolos de los múltiplos surgió una confusión entre los símbolos del decámetro y el decímetro, por lo que se convino un grupo de símbolos especiales en los múltiplos, pues en los submúltiplos no cambiaron. En la práctica se usan normalmente los símbolos internacionales.

Los símbolos acordados en México son:

Miriámetro	(mam)			Tonelada métrica	(t)
Kilómetro	(km)	Kilolitro	(kl)	Quintal métrico	(q)
Hectómetro	(hm)	Hectolitro	(hl)	Miriagramo	(mag)
Decámetro	(dam)	Decalitro	(dal)	Kilogramo	(kg)
				Hectogramo	(hg)
				Decagramo	(dag)

Relaciones existentes entre las unidades para medir volumen, capacidad y peso

La cantidad de agua destilada contenida en un decímetro cúbico (dm^3) equivale a un litro (l) en las medidas de capacidad y corresponde a un kilogramo (kg) entre las medidas de peso, de lo que se deduce:

$$\boxed{1\ \text{dm}^3 \text{ equivale a } 1\ l \text{ y se corresponde con } 1\ \text{kg.}}$$

Partiendo de la relación anterior, tendremos la siguiente tabla de equivalencias:

Volumen	*Capacidad*	*Peso*
$\boxed{1\ \text{m}^3}$	$\boxed{1\ \text{kl}}$	$\boxed{1\ \text{t}}$
100 dm^3	1 hl	1 q
10 dm^3	1 dal	1 mag
$\boxed{1\ \text{dm}^3}$	$\boxed{1\ l}$	$\boxed{1\ \text{kg}}$
100 cm^3	1 dl	1 hg
10 cm^3	1 cl	1 dg
$\boxed{1\ \text{cm}^3}$	$\boxed{1\ \text{ml}}$	$\boxed{1\ \text{g}}$

Para facilitar las mediciones de todo tipo, además de la unidad fundamental, el Sistema Métrico Decimal creó unidades mayores (múltiplos) y también unidades menores (submúltiplos) en cada clase de medidas que desde luego están sujetas a su unidad fundamental y sus valores aumentan o disminuyen bajo el régimen de la base 10 (decimal).
En las unidades de longitud, capacidad y peso, cuando se quiere obtener la equivalencia de una unidad de valor mayor a otra de valor menor, se multiplica por 10 por cada unidad que recorre en su transformación. Si por el contrario se desea la equilavencia de una unidad de valor menor a otra de mayor, se divide entre 10 por cada unidad que se recorra.
Con las medidas de superficie y agrarias se multiplica o divide por 100 por cada unidad que se recorra según el problema.
Para las medidas de volumen se procede en igual forma pero multiplicando o dividiendo por 1000.
Siempre se debe iniciar la multiplicación a partir del *punto decimal.*
Si son únicamente enteros, hacia la derecha de las unidades.

Ejemplos:

■ Convertir: 15 km a m.
Observando el cuadro se ve que hay 3 lugares hacia la derecha de *km* a *m;* o sea km hm dam m, por tanto, hay que multiplicar 10 tres veces, es decir por 1000. Por tanto:

15 km = 15,000 m

■ Convertir: 2.8 km a m
Recorriendo el *punto* tres lugares hacia la derecha para multiplicar por 1,000 abreviadamente a 2.8. Por lo que: Convertir: 2.8 km a m
Recorriendo el *punto* tres lugares hacia la derecha para multiplicar por 1,000 abreviadamente a 2.8. Por lo que:

2.8 km = 2,800 m

■ Convertir: .5687 t a q
La separación es de 1 lugar hacia la derecha; por lo tanto debe correrse el *punto* hacia la derecha.

.5687 t = 5.687 q

■ Convertir: .0125 kg a dag
La separación es de 2 lugares, por tanto:

.0125 kg = 1.25 dag

Cuando una unidad se desea convertir de una unidad menor a una mayor deberá ser dividida entre 10 en las medidas de longitud, capacidad y peso; entre 100 en las medidas de superficie y agrarias.

Lea correctamente las siguientes cantidades:

1. 3.25 m
2. 4.030 m
3. 5.2 cm
4. 0.5 cm
5. 13.25 cm
6. 5.250 km
7. .625 km
8. 4.50 hm
9. 12.35 hm
10. 6.47 dam
11. 3.500 *l*
12. .500 kl
13. 250 ml
14. 7.5 cl
15. 3.250 kg
16. 5.500 t
17. 3.500 q
18. 5.800 g
19. .075 kg
20. 20.15 g
21. La longitud del aula de clase es de . . .
22. El ancho del aula de clase es de . . .
23. El alto del aula de clase es de . . .
24. El largo del pizarrón es de . . .
25. El alto y ancho de la puerta del aula es de . . .

EJERCICIOS DE AFIRMACIÓN

Efectúe las conversiones entre múltiplos y submúltiplos:

1. 12 m a cm
2. 8 dm a cm
3. 125 m a mm
4. 56 cm a mm
5. 6 km a m
6. 12.5 m a cm
7. 13.5 km a m
8. 4.128 dm a cm
9. 2.56 hm a m
10. 3.2657 km a m
11. 5.625 *l* a dl
12. 38.57 dal a *l*
13. .2657 hl a *l*
14. 6.580 *l* a ml
15. 3.5 kg a g
16. 25.75 t a kg
17. 9.275 q a kg
18. 6 428 g a kg
19. 456.4 kg a t
20. 12 850 kg a q

UNIDAD 4

E.T. PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Recopilación, organización e interpretación de datos

RECOPILACION DE DATOS

El origen de una palabra es a menudo interesante porque aclara el por qué ciertos conceptos están asociados con ella. Tal es el caso con la palabra latina *datum*, que significa "lo que se da" y que en español actualmente se usa en el sentido de información dada, o hechos dados. Cuando compilamos y organizamos datos numéricos, estamos recogiendo y organizando hechos numéricos, con el fin de inferir de ellos ciertas conclusiones generales.

La mayoría de las personas tiene la tendencia a reaccionar ante la palabra "datos" pensando en impresionantes cuadrados de números, en cartas o en gráficas. Sin embargo, como antes indicamos, los datos numéricos son simplemente hechos numéricos, sean pocos o muchos. Tales hechos no están limitados a los libros técnicos ni a los libros mayores, sino que son partes de nuestra experiencia cotidiana. La verdad es que nuestras vidas están saturadas de ellos, que a menudo aparecen hasta en anuncios publicitarios como: "Cepíllese los dientes con la pasta zest y tendrá un 40% menos de caries." Usamos hechos numéricos en planear días de campo, en determinar los impuestos, en fabricar vestidos, y en miles y miles de actividades.

Hemos visto que la recopilación de datos encaja dentro de un tipo general de solución de problemas. Ocasionalmente, los datos se recogen sólo para que quede constancia de ellos. El registro de nacimiento, muertes y matrimonios comenzó a hacerse mucho antes de que se hubiesen diseñado métodos para deducir informaciones adicionales de tales datos.

De un modo algo vago, los datos que necesitamos para la solución de un problema pueden clasificarse como sigue:

Datos originales o de primera mano, que son los que recopilamos nosotros mismos.
Datos no directos o de segunda mano, que son los que previamente recopilaron otras personas para algún propósito.

Los datos de segunda mano pueden obtenerse generalmente de fuentes tales como almanaques, enciclopedias, libros de texto y de estudios de investigación. En tal recopilación de datos de una fuente secundaria, el observador quizá conozca muy poco acerca de cómo y por qué los datos se recogieron originalmente y de cómo se usaron. Puede por tanto, sentirse algo incómodo al hacer interpretaciones o tomar decisiones basadas solamente sobre estos datos.
Para apreciar algunos de los factores de incertidumbre que pueden entrar en el proceso de recopilación de datos, consideramos un ejemplo.

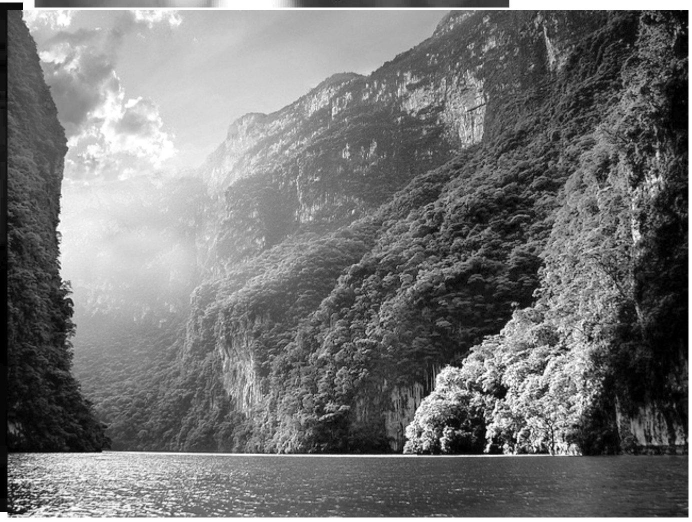
Recopilación de datos

SITUACIÓN NUTRICIONAL	LOS ALIMENTOS QUE CONSUMEN	NÚMERO DE DÍAS A LA SEMANA
ALIMENTACIÓN		

SITUACIÓN ANÍMICA	ENFERMEDADES FRECUENTES	CUADROS ANUALES
SALUD		

Unidad 5



"EL MEDIO AMBIENTE EN MÉXICO"

UNIDAD 5

Palabras y conceptos

EJE TEMÁTICO	PALABRAS CLAVE	CONCEPTOS
LÓGICA Y CONJUNTOS	• Coherente • Creencia • Sagital • Notación • Explicación	**Sagital** Es una vertical de referencia que teóricamente cruza el cuerpo por la parte media y central, a modo de plomada imaginaria. Ayuda en la distinción de miembros o elementos en el «lado izquierdo o lado derecho», pero por ejemplo, en el caso del cuerpo humano, también es aplicable para determinar qué está «delante» o «detrás». Esta línea de referencia o de división es más común y visible sobre estudios o esquemas en dos dimensiones, pero es una referencia aplicable a tres dimensiones. Empleando una línea sagital se pueden ilustrar dos vistas (anterior y posterior) de un músculo.
ARITMÉTICA	• Diferencia • Aumentar • Pequeña • Grande • Código	**Diferencia** Entre los conjuntos A y B, y viceversa. Dados dos conjuntos A y B, su **diferencia** es el conjunto que...
GEOMETRÍA	• Pentágono • Cuadrado • Horizontal • Longitud • Ancho	**Longitud** Dimensión de una línea o de un cuerpo considerando su extensión en línea recta.
ÁLGEBRA	• Elevadas • Factorización • Expresión • Adjunto • Ordenado	**Factorización** Transformación de una expresión en producto de factores.
MEDICIÓN	• Pasado • Presente • Futuro • Miligramo • Báscula	**Báscula** Instrumento para medir pesos, generalmente grandes. Consiste en una plataforma donde se coloca lo que se quiere pesar, un sistema de palancas que transmite el peso a un brazo que se equilibra con una pesa, y un indicador que marca el peso.
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA	• Demografía • Número • Personas • Mercancía • Renta	**Demografía** Estudio estadístico de una colectividad humana, referido a un determinado momento o a su evolución.

UNIDAD 5	# Representaciones de los conjuntos por medio de diagramas de Venn Euler
E.T. LÓGICA Y CONJUNTOS	

Por gráfica o diagrama, un conjunto puede ser representado en forma muy clara y objetiva, por medio de diagramas de Venn Euler, que son líneas cerradas dentro de las cuales se pueden anotar los elementos que integran al conjunto o bien, puede indicarse únicamente la letra mayúscula que la representa.
Ejemplo:

Representación gráfica.

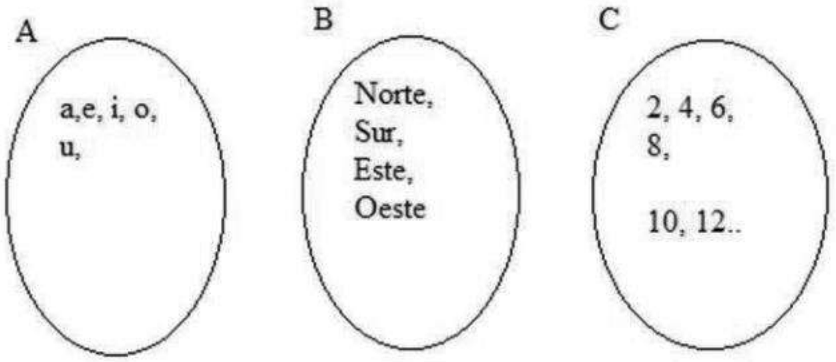
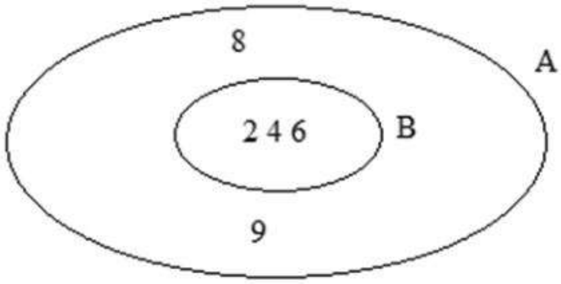


Diagrama de Venn Euler.

A= 2, 4, 6, 8,9 B = 2,4,6



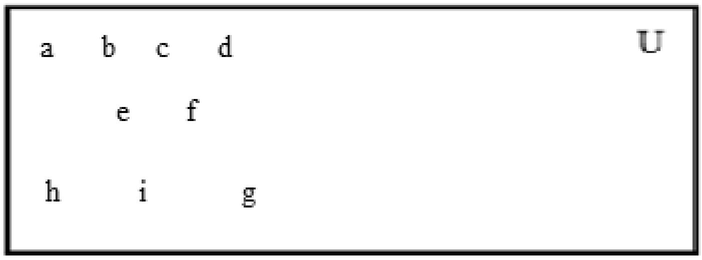
Como los conjuntos se determinan en un universo, gráficamente este universo se representa por medio de un rectángulo que lleva una "U" en el vértice superior derecho. El conjunto se dibuja dentro del rectángulo cuando se determina el conjunto de dicho universo.
Ejercicio para representar un conjunto.
Primero se traza el rectángulo para representar el universo propuesto.

Representaciones de los conjuntos por medio de diagramas de Venn Euler

1. Dibuja en este recuadro cuatro figuras de las que más te gusten.
2. Encierra con una línea, a fin de agruparlas, a tres de esas figuras.
3. Nombra esas figuras que encerraste y coloca los nombres dentro de las siguientes llaves.
   [ ]
4. Acabas de formar un conjunto formado por tres figuras.
5. Le vamos a poner nombre a ese grupo de figuras, a los conjuntos se les nombra con una letra mayúscula. Para nuestro ejercicio podemos nombrarlo con la letra F, y sus elementos se escriben dentro de paréntesis o llaves, separados entre sí por comas.

Entonces:
F = { } y lo leemos: F es el conjunto formado por las tres figuras que encerraste.

Vamos a realizar otro ejercicio.



1. Observa que en el recuadro están las letras del alfabeto de la a hasta la i.
2. Agrupa y encierra con una línea las cinco primeras letras del alfabeto y llámalo conjunto A.
3. Escribiremos sus elementos como lo hicimos para el ejercicio de las figuras.
   A = { a, b, c, d, e}

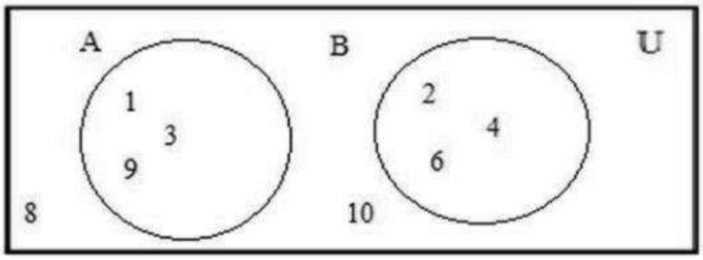
Representaciones de los conjuntos por medio de diagramas de Venn Euler

4. Agrupa y encierra con otra línea dos elementos de ese universo. Llámalo B y escribe sus elementos
B = {   }

5. Repite el proceso con todos los elementos que quedan y llámalo C. Escríbelo. C = {   }

Ejemplo de representación de conjuntos utilizando los diagramas de Venn Euler.

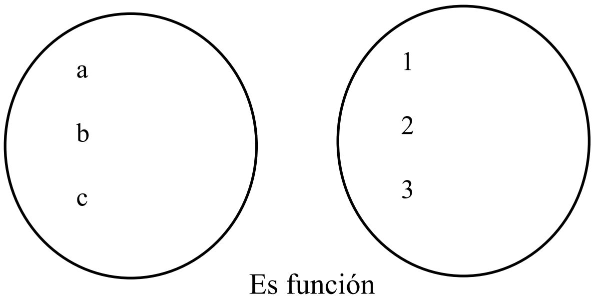
U = { 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10} A = { 1, 3, 9}   B = { 2, 4, 6}



Es importante recordar que los elementos en un conjunto no se pueden ni se deben repetir, habrás observado que las letras de los elementos deben ser siempre letras minúsculas y las que los nombran a los conjuntos siempre serán letras mayúsculas.
Comenta en la asamblea del grupo las siguientes preguntas:
¿Para qué estudiamos la teoría de conjuntos?
¿Para qué nos sirve conocer la lógica?
Elabora en tu cuaderno algunos ejercicios de conjuntos e investiga la razón por la que a una de las representaciones gráficas de los conjuntos le llamamos Diagramas Venn Euler.

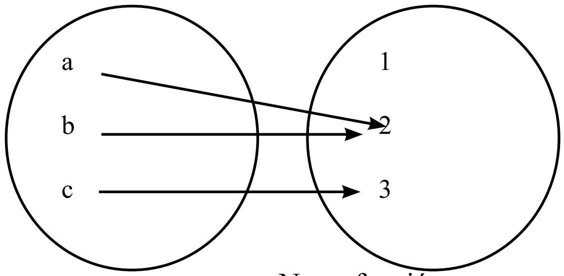
La relación de uno a uno es función como lo indican los incisos a y b, d no es función cuando la relación es de uno a dos.
No es función porque está tomando dos elementos del segundo conjunto.

A)



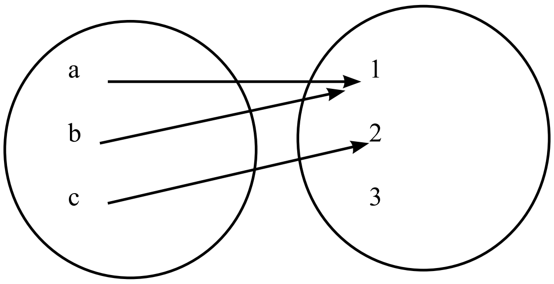
Es función

C)



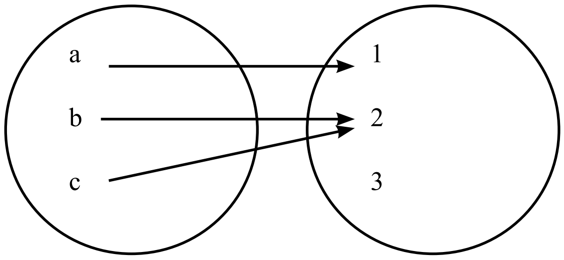
No es función

B)



Es función

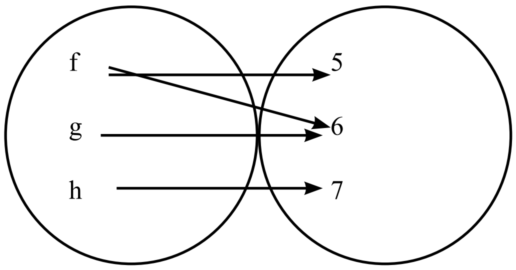
D)



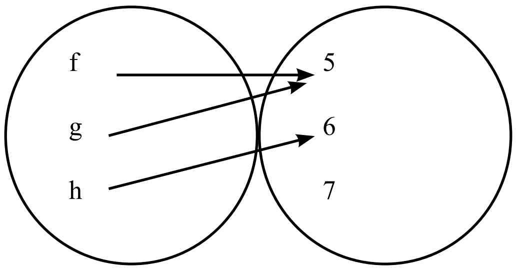
Es función

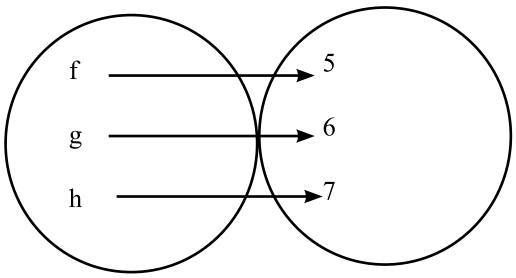
Determine cuáles de los siguientes ejercicios son funciones y cuáles no.

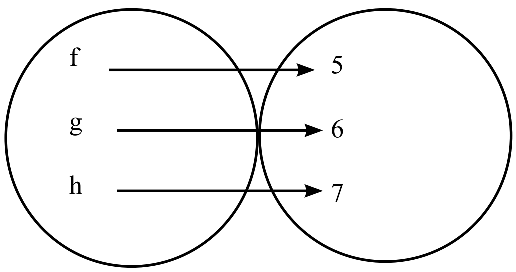
A)



B)







C)

D)

Menciona por qué no es función y por qué sí es función.

UNIDAD 5	Representar números hasta millones
E.T. ARITMÉTICA	

5 7 4 8 2 6 4

	M	CM	DM	UM	C	D	U
4 unidades							4
6 decenas						6	0
2 centenas					2	0	0
8 unidades de millar				8	0	0	0
4 decenas de millar			4	0	0	0	0
7 centenas de millar		7	0	0	0	0	0
5 unidades de millón	5	0	0	0	0	0	0

5 748 264 = 5 000 000 + 700 000 + 40 000 + 8 000 + 200 + 60 + 4

Se lee: cinco millones setecientos cuarenta y ocho mil doscientos sesenta y cuatro.

Encierra en un círculo las unidades de millón, en un cuadrado las unidades de millar y en un triángulo las unidades.

5 4 3 $\boxed{0}$ 2 1 7	8 2 1 6 4 5 0	1 1 6 5 4 3 2	7 6 4 5 2 0 7

Completa este cuadro:

8 4 2 7 6 6 1

	M	CM	DM	UM	C	D	U
1 unidad							1
__ decenas							
__ centenas							
__ unidades de millar							
__ decenas de millar							
__ centenas de millar							
__ unidades de millón							

Se lee: ____

Escribe los números en notación desarrollada:

5 732 406 = 5 000 000 + 700 000 + 30 000 + 2 000 + 400 + 0 + 6

8 940 217 = ______ + ______ + ______ + ______ + ______ + ______ + ______

1 347 526 = ______ + ______ + ______ + ______ + ______ + ______ + ______

9 026 235 = ______ + ______ + ______ + ______ + ______ + ______ + ______

UNIDAD 5	
E.T. ARITMÉTICA	**La división**

La división

Los alumnos de 4° y 5° años están de plácemes. El director les ha anunciado que organizará con ellos varios equipos para los encuentros deportivos de las fiestas patrias.
Los alumnos se repartirán en 6 grupos que formen los siguientes equipos: con los muchachos, dos de futbol y dos de beisbol; con las niñas, dos de volibol. En total los alumnos son 60.
Al precisar el director que se formarían seis equipos de igual número de alumnos cada uno, con su respectivos suplentes, muchos dijeron:
- Bien, cada equipo estará formado por diez alumnos.
- ¿Por qué? - interrogó el maestro.
- Porque son 60, divididos entre 6, el resultado es 10.
- Muy bien, muy bien; veo que no ha olvidado los conocimientos adquiridos en los años anteriores. ¿Pueden decirme qué clase de operación ejecutaron para obtener el resultado?
- Una división—contestó rápidamente Arturo.
- Descríbela en el pizarrón para que tus compañeros puedan leerla y repetirla.
60÷6=10
- ¿En qué otra forma puedes colocar los términos de la división?

- Así:$6\overline{\smash{)}60}$

El maestro encargó a Roberto y a Carlos 1000 figuras de animales para que cada alumno hiciese su álbum de zoología; pero sólo trajeron 753. Por orden del maestro, los comisionados pasaron al pizarrón, para que todos viéramos la operación según la cual se repartirían las figuras entre los 25 alumnos.
Ya iban a empezar cuando el maestro les recordó que es muy importante, antes que la operación se realice, averiguar cuántas cifras tendrá el cociente. Les dijo así:
Como el divisor tiene dos cifras, calculemos si se contienen en las de orden superior del dividendo. En la operación que ahora hacemos, 25, que sí está contenido en 75, nos dará la primera cifra del cociente en decenas; luego, el cociente tendrá dos cifras: decenas y unidades.
Hagamos la operación.

$$\begin{array}{rl} 3 & \text{La primera cifra del cociente es 3} \\ 25\overline{\smash{)}753} & \\ 00 & \text{El residuo parcial es cero decenas} \end{array}$$

Continuamos la operación.
Encontramos que 3 no contiene divisor.
Ponemos cero unidades en el cociente.
A cada alumno le tocaron 30.
Calcular la primera cifra de la división.

OTRAS DIVISIONES Y LA COMPROBACIÓN

Pepe va todos los sábados a la granja de su tío; allí nada un buen rato, trepa a los árboles, coge manzanas y peras, monta a caballo y pasa muy divertido las horas.

El último sábado, el tío le dijo:

—Pepito, ahora vas a ayudarme a empacar estos huevos que sin tardanza tengo que enviar a los clientes; pero antes debo resolver este problema: son 22,080 huevos; en cada caja hay que colocar 240. ¿Cuántas cajas tenemos que llenar?

Pepito pensó un momento. Declaró en seguida:

—Es muy fácil. Basta con que hagamos una división.

El tío se acercó y oyó decir a Pepe:

—El divisor tiene tres cifras; en el dividendo separo 3. Pero como 220 es menor que 240, tomo una cifra más, es decir, hasta el 8, y entonces veo que 2,208 contiene 9 veces a 240. El cociente tendrá 2 cifras porque el 9 ocupará el lugar de las decenas.

```
         92
240 |22,080
      0 480
        000
```

Un momento después, gritaba Pepe:

—Tío, la división salió exacta: necesitas 92 cajas.

El trabajo lo hicieron 6 hombres mientras Pepe se cercioraba de que la cuenta de los huevos fuera exacta.

El tío quedó muy contento; hizo un regalo a Pepe, y éste regresó de la granja el domingo por la tarde.

El lunes Pepe contó a su maestro la ayuda que había prestado a su tío; pero le confió también que sólo cuando vio todos los huevos dentro de las cajas estuvo cierto de no haberse equivocado.

El maestro dijo entonces a todos los alumnos de la clase:

—Para tener seguridad de que las divisiones están bien hechas, se **prueban.**

—¿Cómo? —preguntaron varias voces.

—Voy a enseñarles cómo se hace.

Pasó Mario al pizarrón. El maestro dictó la operación que sigue:

```
     61
12 |732
     12
      0
```

Cuando Mario terminó de hacerla, el maestro le dijo:

—Multiplica el cociente por el divisor.

Él multiplicó: $61 \times 12 = 732$

—¿Qué resultado te da?

—732, que es el dividendo.

—Eso prueba que la división está bien hecha.

UNIDAD 5

E.T. ARITMÉTICA

Otras divisiones y la comprobación

Quiso Pepe afirmar el uso de la prueba y pidió pasar al pizarrón. Allí ejecutó la división que sigue, diciendo antes que el cociente tendría 3 cifras.

$$\begin{array}{r|l} & 495 \\ \cline{2-2} 15 & 7{,}429 \\ & 142 \\ & 079 \\ & 04 \end{array}$$

— Haz la prueba. — Le indicó el maestro.

Para ello, multiplicó Pepe el divisor por el cociente:

$$495 \times 15 = 7{,}425$$

— ¡No me salió bien! — Exclamó:

— Sí está bien. — Dijo el maestro — Pero ocurre que es una división inexacta; al producto del divisor por el cociente debe añadírsele el residuo. — Súmalo:

$$7{,}425 + 4 = 7{,}429$$

— ¡Ya me salió! — Pepe exclamó de nuevo. — De modo que para probar la división:

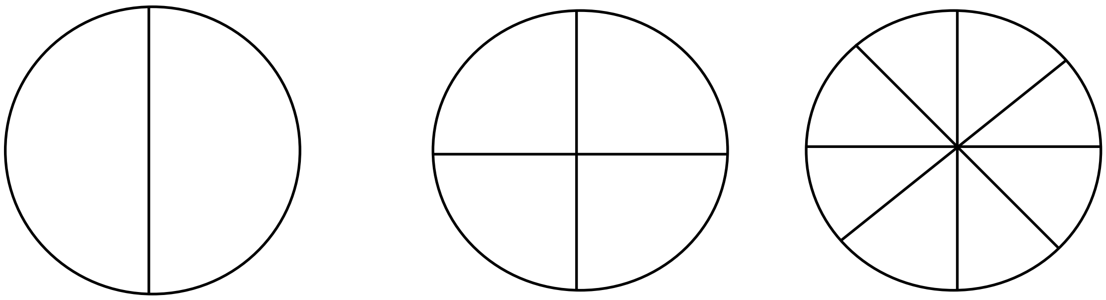
Se multiplica el divisor por el cociente; al producto se le agrega el residuo, y eso da el dividendo.

UNIDAD 5

E.T. ARITMÉTICA

Números naturales como fracciones. Fracciones equivalentes

Observe usted estas figuras, las cuales representan una unidad dividida en varias partes iguales.



$\frac{1}{2}$ $\qquad$ $\frac{2}{4}$ $\qquad$ $\frac{4}{8}$

Como puede verse, ninguna de estas fracciones es mayor o menor que las otras - a pesar de tener numerador y denominador diferentes- ya que las tres representan la misma parte de unidad. Pues bien, estas fracciones se conocen como fracciones equivalentes.

Para representar la equivalencia de fracciones se emplea el signo = (que se lee "es equivalente a"), de manera que:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} \quad y \quad \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$$

O bien:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$$

La equivalencia de dos fracciones puede determinarse averiguando si sus productos cruzados son iguales; Ejemplo :

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} \quad \text{por } 3 \times 10 = 5 \times 6$$

$$\frac{2}{9} = \frac{4}{18} \quad \text{por } 2 \times 18 = 9 \times 4$$

Obtengamos ahora los productos cruzados de 3/7 y 8/9:

3 x 9 = 27 $\quad$ 7 x 8 = 56

Como 27 no es igual a 56, 3/7 y 8/9 no son equivalentes, lo cual se expresa con signos = (que se lee "no es equivalente a"):

$$\frac{3}{7} = \frac{8}{9}$$

Si los dos términos de una fracción se multiplican por un mismo número entero (que no sea cero), obtiene en todos los casos una fracción equivalente. Ejemplos:

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 7}{2 \times 7} = \frac{7}{14}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{7}{14} \quad \text{porque } 1 \times 14 = 2 \times 7$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{15}{20} \quad \text{porque } 3 \times 20 = 4 \times 15$$

Como el conjunto de números enteros es infinito, el conjunto de fracciones equivalentes de una fracción también es infinito. Ahora bien, si los términos de una fracción se dividen entre un mismo número entero (excepto cero), que sea divisor de ambos (vea la sección **Algoritmos**), se obtiene también una fracción equivalente. Ejemplos:

$$\frac{12}{16} = \frac{12 \div 2}{16 \div 2} = \frac{6}{8}$$

$$\frac{12}{16} = \frac{6}{8} \quad \text{porque } 12 \times 8 = 16 \times 6$$

$$\frac{6}{8} = \frac{6 \div 2}{8 \div 2} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{6}{8} = \frac{3}{4} \quad \text{porque } 6 \times 4 = 8 \times 3$$

Observe usted que hemos convertido 12/16 en una fracción equivalente de numerador y denominador menores, 6/8, y ésta en otra fracción equivalente menor, 3/4. Pues bien, a la operación de convertir una fracción en otra equivalente de términos menores se le llama *simplificación*,

El numerador y el denominador de 48/132 también son divisibles entre dos, de manera que:

$$\frac{48}{132} = \frac{48 \div 2}{132 \div 2} = \frac{24}{66}$$

Y como los términos de la nueva fracción también son divisibles entre dos, tenemos:

$$\frac{24}{66} = \frac{24 \div 2}{66 \div 2} = \frac{12}{33}$$

Los términos de 12/33 no son divisibles entre dos, pero sí entre *tres*, de modo que:

$$\frac{12}{33} = \frac{12 \div 3}{33 \div 3} = \frac{4}{11}$$

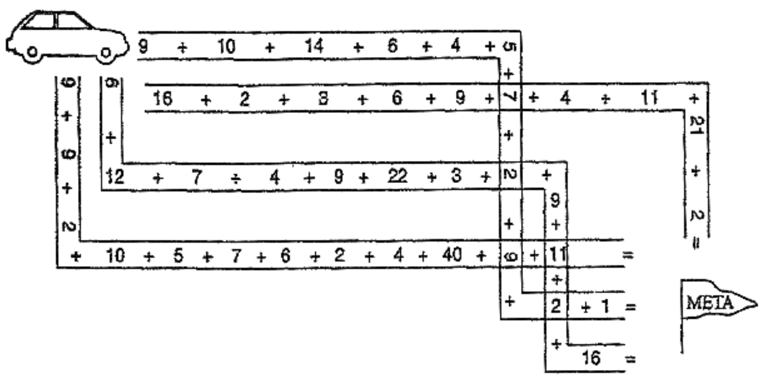
Como los términos de la nueva fracción no son divisibles entre un mismo número, no pueden simplificarse más. Por lo tanto, se dice que la *mínima expresión* de 96/264 es 4/11, o bien:

$$\frac{96}{264} = \frac{4}{11} \quad \text{porque } 96 \times 11 = 264 \times 4$$

es decir, 1 056 = 1 056

Cálculo mental y estimación de resultados

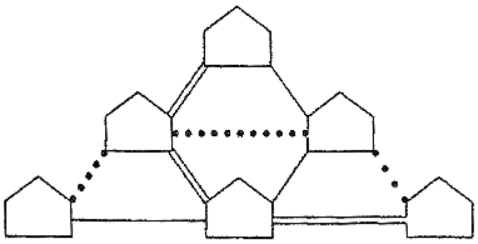
1 Resuelve las operaciones y colorea el camino más corto (según el resultado) para llegar a la meta.



2 Realiza lo siguiente.

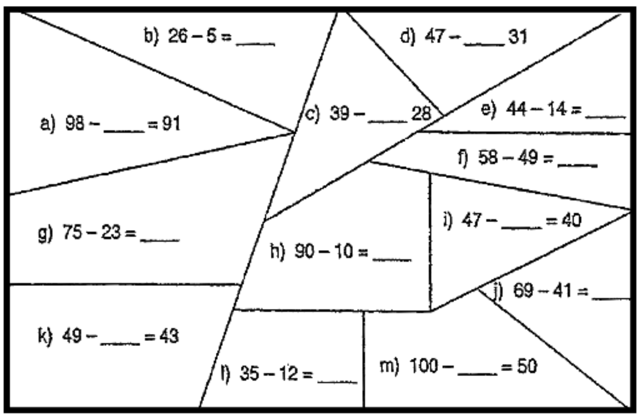
Coloca los siguientes números dentro de cada pentágono de tal manera que los que están unidos por el mismo tipo de línea, sumen 14.

1 2 3 4 5 6



¿Por la suerte resolviste estos ejercicios? ______ ¿Por qué? __________________

Resuelve las siguientes restas.



Potencias

CUADRADO DE UN NÚMERO

Roberto y su hermanita llegaron a la granja de su papá en el momento en que Tomás sacaba a los animales. Desde una ventana los hermanos lo observaban todo.

La ventana tenía un metro de largo por uno de ancho y un enrejado para evitar que las aves de corral se salieran.

Al día siguiente, Roberto se presentó en la clase con una fotografía de la granja, y el maestro, al mirarla, preguntó:

—Si el enrejado tuviera diez cuadritos a lo largo y 10 a lo ancho, ¿cuántos cuadritos tendría la ventana?

—100 cuadritos.

—Bien. ¿Y cuál sería la medida de cada cuadrito?

—Un decímetro cuadrado, porque la ventana tiene un metro cuadrado —dijo Luis.

—Aprendiste muy bien lo que te enseñaron —dijo el maestro—. Ahora escuchen con atención:

—Al producto de dos factores iguales se le llama **cuadrado ó 2ª potencia**; y se llama **base** al factor que se repite.

Si escribimos $5 \times 5 = 25$, decimos que 25 es el cuadrado de 5. Y, para no repetir el factor 5, podemos escribir el 5 con un pequeño ^{2} colocado arriba, a la derecha. Este ^{2} pequeñito se llama **exponente** y nos indica que el 5 se tiene que tomar dos veces como factor:

En $5^2 = 25$, 5 es la base, ^{2} es el exponente,
y 25 es la 2ª potencia o cuadrado de 5.

¿Cuál es el cuadrado de 3? ¿Cuál es la base de 7^2? ¿Cuál es la 2ª potencia de 6?

Tienes que multiplicar cuando un número se toma como sumado tantas veces como las unidades que tiene otro.

El maestro principió su clase diciendo:

—Aquí tengo unos dados de colores. Se los ganará quien conteste bien mis preguntas. ¿Qué figura tienen las caras de estos dados?

—La figura de un cuadrado —dijo Antonio inmediatamente.

—Y estos dados, ¿qué tamaño tienen?

Hubo un momento de silencio, hasta que el mismo niño contestó.

—Un centímetro cúbico.

—¿Y qué nombre reciben los cuerpos que son como los dados?

—Se llaman **cubos.**

—¡Bien! Los dados son tuyos.

Potencias

Después el maestro agregó:

—Ya dijimos que cuando se escribe 5^2 es igual que escribir 5×5 y que el resultado es 25. Este número es la 2ª potencia de 5.

Si ahora escribimos $5 \times 5 \times 5$, tendremos:

$$5 \times 5 \times 5 = 25 \times 5 = 125$$

Hemos tomado el 5 tres veces como factor.

—El 125, ¿qué potencia será del 5?

—Pienso que será 3ª —dijo César.

—Así es. A las 3ª potencia se le llama **cubo.**

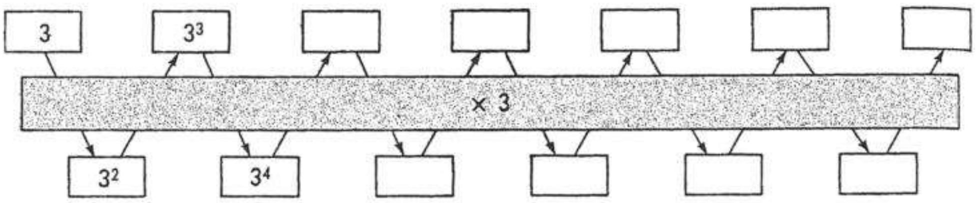
Si representamos los potencias del número 4, tenemos:

$5 \times 5 = 5^2 \Rightarrow$ **al cuadrado**	3^7 ← **exponente** / ← **base**
$2 \times 2 \times 2 = 2^3 \Rightarrow$ **2 al cubo**	**Se lee: 3 a la 7.**

Completa las siguientes igualdades:

$6 \times 6 \times 6 \times 6 = 6$ —	$7 \times$ __________ $= 7^4$
$2 \times 2 = 2$ —	__________ $= 8^3$
$5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5$ —	__________ $= 11^5$
$12 \times 12 \times 12 \times 12 \times 12 \times 12 \times 12 = 12$ —	__________ $= 9^2$

Escribe los exponentes correspondientes:



Calcula:

$2^2 = 2 \times 2 = 4$

$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$

$2^4 =$ __________ $=$ ______

$2^5 =$ __________ $=$ ______

$5^3 =$ __________ $=$ ______

$6^2 =$ __________ $=$ ______

$3^4 =$ __________ $=$ ______

$1^6 =$ __________ $=$ ______

Completa:

$\times 10$ $\times 10$ $\times 10$ $\times 10$ $\times 10$ $\times 10$ $\times 10$

10^1	10^2	10^3					
10	100						

Observa la relación entre el exponente y el número de ceros.

Expresa usando exponentes:

Cien $= 10^2$

Mil $=$ ______

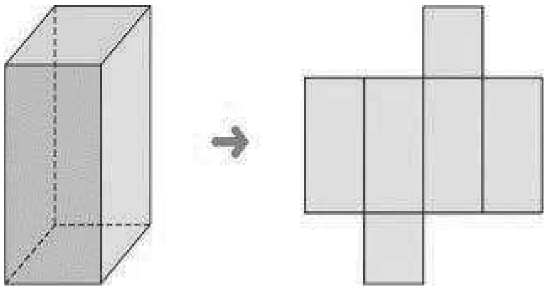
Un millón $=$ ______

Diez mil $=$ ______

Cien mil $=$ ______

Diez millones $=$ ______

UNIDAD 5	# Área y volumen de prismas y cilindros
E.T. GEOMETRÍA	

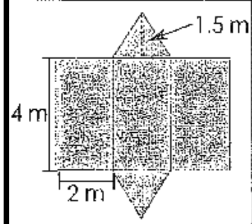
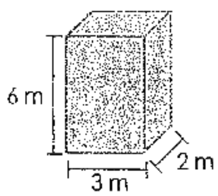
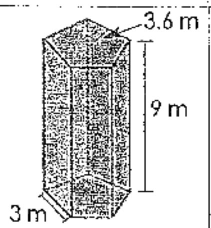
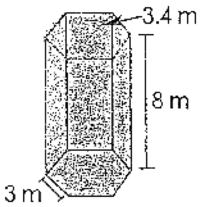


◯ = área lateral= suma de las áreas de todas las caras.

◯ =área de las bases= suma de las áreas de las dos bases.

Área total del prisma= ◯ + ◯

Completa el cuadro.

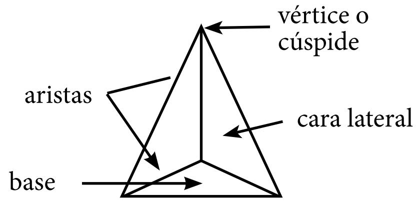
Prisma	Área lateral (A_L)	Área de las bases (A_B)	Área total
	$A_L = (b \times h) \times 3$ $A_L = (2 \times 4) \times 3$ $A_L = 8 \times 3 = 24\ m^2$	$A_B = \frac{(b \times h)}{2} \times 2$ $A_B = \frac{(2 \times 1.5)}{2} \times 2$ $A_B = \frac{3 \times 2}{2} = 1.5 \times 2 = 3\ m^2$	
	$A_L = (b \times h) \times 4$ $A_L = (6 \times 3) \times 4$ $A_L = 18 \times 4 = 72\ m^2$	$A_B = (b \times h) \times 2$ $A_B = (3 \times 2) \times 2$ $A_B = 6 \times 2 = 12\ m^2$	
	$A_L = (b \times h) \times 5$ $A_L = (9 \times 3) \times 5$ $A_L = 27 \times 5 = 135\ m^2$	$A_B = (\frac{P \times a}{2}) \times 2$ $A_B = (\frac{15 \times 3.6}{2}) \times 2$ $A_B = (\frac{54}{2}) \times 2$ $A_B = 27 \times 2 = 54\ m^2$	
	$A_L = (b \times h) \times 6$ $A_L = (8 \times 3) \times 6$ $A_L = 24 \times 6 = 144\ m^2$	$A_B = (\frac{P \times a}{2}) \times 2$ $A_B = (\frac{18 \times 3.4}{2}) \times 2$ $A_B = (\frac{61.2}{2}) \times 2$ $A_B = 30.6 \times 2 = 61.20\ m^2$	

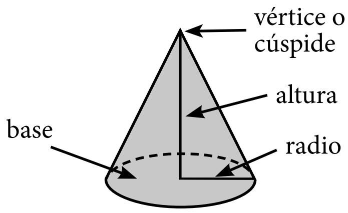
Las pirámides y el cono

Los elementos fundamentales de una pirámide son:

- La base, que es un polígono cualquiera. Las pirámides se nombran según la forma de su base.
- Las caras laterales, que son siempre triángulos.
- Las aristas, que son la interseccion o unión de dos caras.
- Los vértices, que son los puntos donde coinciden tres o más aristas. El vértice donde se encuentran las aristas. El vértice donde se encuentran las aristas de las caras laterales se denominan cúspide.

El cono es un cuerpo redondo. En él se puede identificar la base circular, el radio de la base y el vértice o cúspide.





1 Completa la tabla.

Pirámide	Polígono base	Número de caras triangulares	Número de vértices	Número de aristas
	Pentágono	5		
	Cuadrado		5	
	Triángulo			6

2 Reflexiona y completa los enunciados.

a. La pirámide que tiene 6 caras laterales y una base se llama: ____________________

b. La pirámide que tiene 5 vértices más la cúspide se llama: ____________________

c. La pirámide que tiene como base un triángulo se llama: ____________________

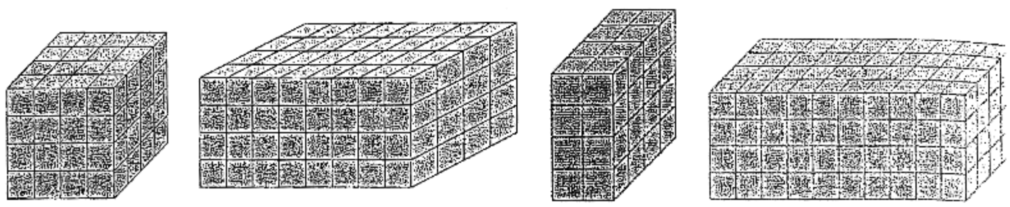
3 Lee y calcula.

La longitud de la circunferencia de la base de un cono es 12.56 cm. ¿Cuánto mide su radio?

El radio mide 6.24 cm.

Observa las figuras y responde. Cada representa un cm³.

A B C D



Ejemplo: ¿Cómo se obtiene el volumen de un cubo o de un prisma? ____________________

____

____

a. ¿Cuántos cubos de 1 cm^3 forman la base del cubo A? ____________________

b. ¿Cuántos cubos forman la altura del cubo A? ____________________

c. ¿Cuál es el volumen del cubo A? ____________________

d. ¿Qué cuerpo tiene el doble de volumen que el cubo A? ____________________

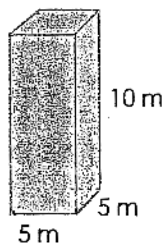
e. ¿Cuál es el volumen del prisma B? ____________________

f. ¿Qué prisma tiene la mitad de volumen que el prisma B? ____________________

g. ¿Cuál de los cuatro cuerpos tiene menor volumen? ____________________

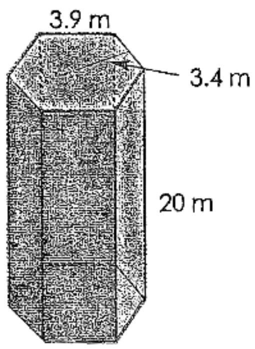
Calcula el volumen de los prismas con la fórmula que ya conoces.

Prisma rectangular



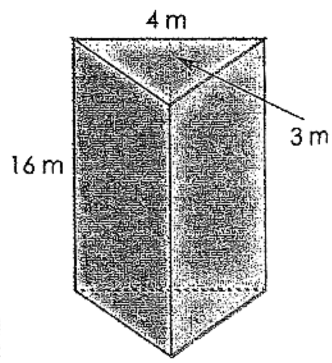
$V = 250\ m^3$

Prisma hexagonal



$V = 795.60\ m^3$

Prisma triangular



$V = 96\ m^3$

Lenguaje numérico y simbólico

Cualquier expresión matemática, por más compleja que parezca, siempre puede expresarse en palabras a través del lenguaje algebraico.

Observa, lee y comenta con tus compañeros la siguiente tabla y escriban en su cuaderno un enunciado y su expresión algebraica.

Enunciado	Expresión algebraica
Un número cualquiera	x
El doble de un número x	$2x$
El triple de un número n	$3n$
La quinta parte de un número p	$\frac{1}{5}n$
La mitad de un número m	$\frac{1}{2}m$
El cuadrado de un número z	Z^2
El sucesor de un número y	$y+1$
El antecesor de un número k	$k-1$
Un número par	$2n$
Un número impar	$2n-1$

Instrumentos para medir longitudes

El desarrollo de un instrumento de medida

Una vez que se ha identificado la propiedad que vamos a medir y se ha seleccionado una unidad de medida apropiada, esa unidad puede usarse como unidad primaria de una escala numérica calibrada o graduada. La escala, que podemos moldear en la forma que más nos convenga, forma parte de un instrumento de medida. Reglas, termostatos, relojes y velocímetros son ejemplos de instrumentos de medida.
Cada una de las muchas clases de instrumentos de medida tiene su propia escala. Como la escala es una recta numérica, las medidas se leen directamente en la escala numérica.

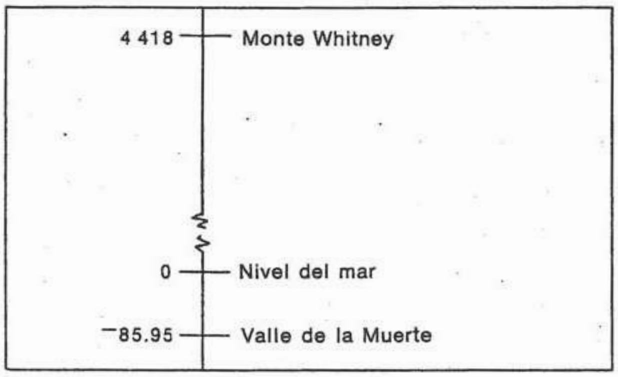


FIG. 4. Altura en metros sobre el nivel del mar

Por ejemplo, la figura 4 muestra una escala que da en unidades metro las elevaciones sobre y bajo el nivel del mar de ciertos puntos sobre la Tierra.
La determinación de la escala y la designación del instrumento de medida son problemas técnicos. Algunas veces la escala está determinada por la observación de ciertos fenómenos físicos constantes. La escala del compás es un buen ejemplo. Se observó que una aguja frotada con piedra imán y montada luego de modo que pudiera girar libremente, siempre apuntaba en determinada dirección a la que el común de las personas llamó norte magnético. De acuerdo con lo anterior, esa dirección particular se usa como punto de origen para determinar la medida angular entre un rayo dirigido hacia el norte y algún otro rayo. Una unidad sobre la escala es el equivalente de un grado de medida angular.

La medida indirecta

Muchas propiedades físicas no se prestan para hacer una medición directa, por ejemplo, la temperatura, la velocidad, el peso, la brillantez y la energía eléctrica. En lugar de ello tenemos que usar ingeniosos instrumentos de medida indirecta tales como el termómetro, el velocímetro, la balanza de resorte, el medidor de agua, etc., para registrar la cantidad de estas fuerzas físicas sobre una escala numérica.

Algunas cosas pueden medirse tanto por métodos directos como por métodos indirectos. Por ejemplo, podemos medir directamente si queremos determinar el perímetro de un cuadrado. Sería más fácil, sin embargo, medir solo un lado y luego encontrar el perímetro indirectamente mediante el uso de la sencilla fórmula matemática $p = 4s$, donde p es la medida del perímetro y s la del lado. Por ejemplo, si la medida de un lado es de 6 unidades ($s = 6$), entonces sabemos que el perímetro es $p = 4 \times 6 = 24$ unidades (véase la figura 5).

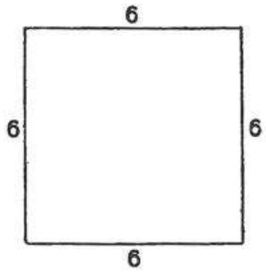


FIGURA 5

Un instrumento, tal como una regla graduada o una cinta métrica, es útil para medir la longitud de un segmento rectilíneo, pero es mucho menos útil para medir la longitud de una curva. En el caso de un círculo podemos encontrar la circunferencia indirectamente midiendo un diámetro y luego usando una sencilla relación matemática entre el diámetro y la circunferencia.

El ejemplo precedente de medida indirecta es muy sencillo. Otras propiedades tales como el peso, el tiempo, la temperatura, la velocidad, la densidad y la viscosidad, no son fáciles de medir indirectamente. Consideremos instrumentos tan relativamente complejos como:

los *odómetros* para medir la distancia recorrida,
los *velocímetros* para medir la velocidad a que viajamos,
los *relojes* para medir el tiempo,
los *termómetros* para medir la temperatura.

Las ideas de medida indirecta son una parte interesante de la historia de la medición. Está más allá del alcance de este folleto proseguir el desarrollo de este tema, pero al lector, su exploración seguramente le resultará una experiencia provechosa.

UNIDAD 5

E.T. PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Recopilación, organización e interpretación de datos

La teoría de la estadística proporciona un método científico para la recopilación y el análisis de datos numéricos en la forma más conveniente para que encontremos respuestas o tomemos decisiones acertadas en presencia de una información incompleta.

Siempre que es imposible o impráctico obtener todos los hechos numéricos relevantes en un problema particular, tenemos que confiar en un proceso llamado *muestreo*. Con base a la información parcial proporcionada por una muestra de datos tomada de la población total, que consiste en el conjunto de todos los datos posibles de la clase que se está considerando, el estadígrafo intenta deducir conclusiones que sean tan generales y confiables como sea posible.

La selección de una muestra conveniente y adecuada requiere un juicio y un saber expertos. La muestra debe ser todo lo representativa que sea posible de la población total bajo consideración. Para ilustrar lo que se entiende por una muestra "adecuada", supongamos que por alguna razón el lector desea determinar qué proporción de estudiantes del quinto grado, de los Estados Unidos, tienen problemas con su vista. Los datos recogidos de solo tres clases de quinto grado difícilmente pueden constituir una muestra adecuada sobre la cual basar alguna conclusión general. Por otra parte, si estuviéramos interesados en obtener tal información solamente para un distrito escolar pequeño, entonces las tres clases es muy posible que proporcionaran una muestra adecuada.

Una muestra de un tamaño dado se dice que es *aleatoria* si se obtuvo por un método que dio a cualquier otra muestra del mismo tamaño de la población total igual posibilidad de ser elegida. Los datos para una muestra son sacados *al azar* o *aleatoriamente* de la población total de un modo muy parecido al de los números premiados en la lotería, en donde los números se mezclan en un recipiente y los premiados se extraen de él.

Hay varias razones que hacen deseable que una muestra sea aleatoria. En primer lugar, una muestra tal es probable que refleje con más exactitud la población total. Pero la razón más importante es que las leyes matemáticas de la probabilidad, en las que se basa el estadígrafo, se aplican solamente a muestras que sean aleatorias.

Los datos para el análisis estadístico pueden recogerse mediante observación directa, por medio de cuestionarios y entrevistas o de fuentes secundarias. Experimentos científicos, reportes sobre el tiempo, viajes especiales, programas de televisión, medios de transporte y ventas de billetes, son sólo unos cuantos ejemplos de muchas fuentes de las que pueden obtenerse datos numéricos.

La observación directa es probablemente la forma más exacta de recoger datos, suponiendo que el observador sepa exactamente lo que necesita o lo que se está buscando.

Los cuestionarios deben usarse con mucha precaución. La exactitud de los datos obtenidos de esta manera depende de la capacidad del interrogador en la formulación de sus preguntas, de modo que no puedan interpretarse equivocadamente. Las preguntas que exigen la expresión de una opinión son menos aconsejables que las diseñadas para una respuesta de un simple "sí" o "no". Además, los cuestionarios no siempre se devuelven, de manera que el muestreo puede resultar inadecuado.

Los datos pueden obtenerse "ya listos" de los almanaques, libros de texto y otros trabajos de referencia. Tales datos no son, desde luego, más exactos que los de la fuente del investigador.

La anotación adecuada de los datos es una parte esencial del proceso de recopilación. El observador debe procurar una anotación completa y precisa de los datos que recoja como sea posible. El cuidado en este aspecto tendrá su recompensa después, cuando llega la hora de organizar e interpretar los datos.

Sugerencias en cuanto a la fuente de los datos.

Se dan enseguida algunas sugerencias sobre datos que pueden recopilarse en el mismo salón de clase:

1. Dimensión de los zapatos de los alumnos de la clase.
2. Estatura de los niños.
3. Peso de los niños.
4. Color de los ojos o el cabello de los niños.
5. Pertenencia a clases, clubes o eventos.
6. Colores favoritos de los niños.
7. Costo de un mismo artículo en diferentes almacenes, de acuerdo a los anuncios de los periódicos.
8. Programas de TV vistos la noche anterior a la clase.
9. Manifestaciones de la temperatura durante una semana en un lugar determinado en tres horas determinadas del día.
10. Número de automóviles que pasan delante de la ventana de la clase, durante un periodo de cinco minutos en cierta hora del día.

11. Temperaturas máxima y mínima de las ciudades de acuerdo con los datos dados por la prensa.
12. Nombres de pila de quince personas.
13. Cumpleaños de los niños.
14. Crecimiento semanal de una planta desde su estado como semilla hasta su madurez.
15. Número de manzanas que consume cada niño de la escuela.
16. Encuestas de opinión.
17. Tiempo tomado por cada una de las actividades de la clase durante el día.
18. Clase de carne favorita de cada niño.
19. Lugar donde pasa sus vacaciones cada niño.
20. Clases de libros leídos por los niños.

GRUPO DE EJERCICIOS 3

1. Clasifíquense como directos (de primera mano) o indirectos (de segunda mano) los datos obtenidos por las siguientes actividades:

   a) lectura de un termómetro;
   b) consulta a una enciclopedia;
   c) lectura de las posiciones de los equipos de beisbol en la sección deportiva de un periódico;
   d) anotación de las "caras" y las "cruces" que resultan al echar una moneda al aire.

2. Véase la sección financiera del periódico local. Enumérense varias fuentes de datos que pueden encontrarse en ella.

ORGANIZACIÓN DE LOS DATOS

Una vez que se han recopilado los datos, el paso siguiente en un análisis estadístico es el de determinar cómo deben organizarse de modo que proporcionen fácilmente una información útil. Esta no es una tarea sencilla, sino que exige tanta imaginación como experiencia. Exactamente a como un autor usa palabras para escribir una novela, el estadígrafo usa tablas y cartas para crear una "historia" partiendo de un conjunto de datos.

La organización de los hechos numéricos, es decir, el método de cómo expresar la historia, depende de la naturaleza de los hechos y del propósito para el que se obtuvieron. Desde luego, estamos suponiendo que los datos han sido recopilados con cuidado y en forma completa, pues si así no fuera, por mucha habilidad que se tuviera en la organización, difícilmente se podría esperar obtener una información exacta. Aunque no existe ninguna receta sencilla para obtener respuestas a partir de un conjunto de datos, los estadígrafos tienen dos procedimientos bastante útiles para la descripción y sumarización de la información recogida: la *distribución de frecuencias* y ciertas *medidas descriptivas* de la distribución.

Organización de los datos cualitativos: cuadros y pictogramas

Supongamos que el administrador de una casa de huéspedes quiere ordenar helado de crema para determinado día, de modo que no haya exceso de algunos sabores e insuficiencia de otros. De acuerdo con tal deseo puede pedir a los pupilos que llenen el siguiente cuestionario:

Marque una X en el espacio al lado del sabor de helado preferido

______ chocolate	______ limón	______ vainilla
______ frambuesa	______ naranja	

El cuadro IV muestra la cantidad de votos que recibió cada uno de los sabores en tal ocasión. Los sabores se han escogido en orden decreciente de preferencia de manera que los resultados puedan percibirse fácilmente.

CUADRO VI

PREFERENCIAS EN SABORES DE HELADOS

Sabor	*Número de votos*
Vainilla	15
Chocolate	14
Frambuesa	9
Naranja	6
Limón	5

Un *cuadro de barras* constituye un útil medio para representar gráficamente frecuencias relativas de clasificaciones cualitativas, tales como las de preferencias en sabores de helados. Una escala numérica que denota frecuencias, podría apropiadamente también haberse dibujado.

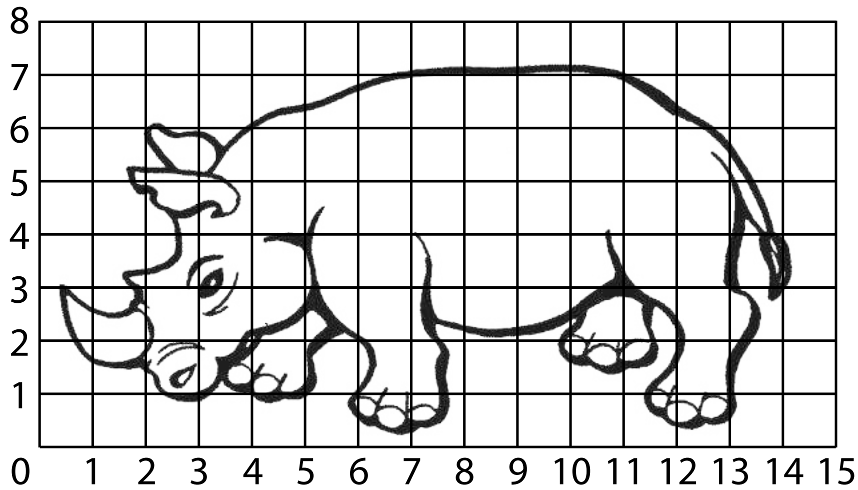
a) La media.
b) La desviación media.
c) La varianza.
d) La desviación estándar con dos cifras decimales exactas.

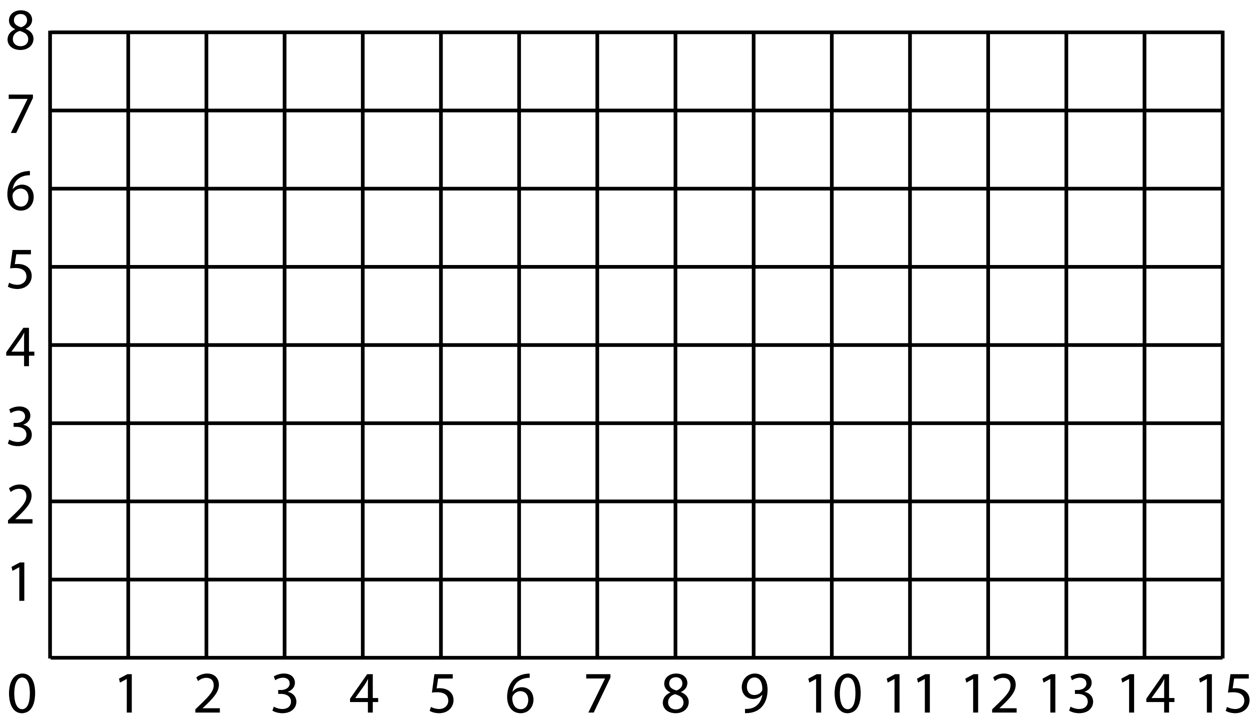
UNIDAD 5

E.T. GEOMETRÍA

Escala

Dibuja nuevamente el rinoceronte, más grande. Usa la cuadrícula para guiarte.





Unidad 6

“DESARROLLO CULTURAL DE MÉXICO”

UNIDAD 6

Palabras y conceptos

EJE TEMÁTICO	PALABRAS CLAVE	CONCEPTOS
LÓGICA Y CONJUNTOS	• Relativo • Absoluto • Concreto • Abstracto • Contenido	**Abstracto** Un sustantivo que designa un objeto sólo percibido o creado por la inteligencia, o un objeto que no existe en el espacio-tiempo y no entra en relaciones causales.
ARITMÉTICA	• Producto • Multiplicando • Multiplicador • Factor • Asterisco	**Producto** Cosa producida natural o artificialmente, o resultado de un trabajo u operación.
GEOMETRÍA	• Hexágono • Rectángulo • Centro • Esferoíde • Foco	**Centro** Punto o lugar que está en medio, más o menos equidistante de los límites o extremos.
ÁLGEBRA	• Transitiva • Logaritmos • Retículos • Amplificación • Homogéneo	**Logaritmos** En matemáticas, el logaritmo de un número -en una base de logaritmo determinada- es el exponente al cual hay que elevar la base para obtener dicho número. Por ejemplo, el logaritmo de 1000 en base 10 es 3, porque 1000 es igual a 10 a la potencia 3:$1000 = 10^3 = 10x10x10$.
MEDICIÓN	• Manómetro • Precisión • Ajuste • Calibración • Gramil	**Manómetro** Instrumento para medir la presión de los fluídos, principalmente de los gases.
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA	• Producción • Impuesto • Continuo • Curva • Axioma	**Impuestos** Tributo que se exige en función de la capacidad económica de los obligados a su pago.

Operaciones con conjuntos. Unión e intersección de conjuntos

No sólo es conveniente conocer la estructura y conformación de los conjuntos, sino que además es necesario conocer el comportamiento de sus elementos al definir operaciones entre ellos y los resultados que de tales combinaciones se obtienen.

> La unión de dos conjuntos da por resultado un nuevo conjunto que tiene como elementos, única y exclusivamente, los elementos de todos y cada uno de los conjuntos unidos.

Lo anterior nos indica que el resultado obtenido de la *unión* dependerá en mucho de: si los conjuntos están formados por elementos comunes o no, ya que no es permitido que alguno pudiera escribirse más de una vez.

Toda unión de dos o más conjuntos puede ser representada simbólicamente por extensión utilizando el signo $\cup$ colocado entre las letras que representan a los conjuntos.

$A \cup B = C$ (Se lee: C es el conjunto unión de A y B)

$M \cup N \cup P = X$ (Se lee: X es el conjunto unión de M, N y P)

Gráficamente, utilizando los diagramas de Venn-Euler, se procede a iluminar las áreas que representen la unión correspondiente. Es conveniente trazar el diagrama de conjunto universal por las razones ya mencionadas con anterioridad.

En los ejemplos que se muestran a continuación se observa la variación de los resultados de una unión de conjuntos producida por sus elementos.

Ejemplos:

- **Primer caso.** Sean los conjuntos:

  A = {María, Luz, Ana} B = {Carlos, Ángel, José}

Ambos conjuntos son ajenos o disjuntos.

Sin embargo, efectuando la **unión**, se formará un nuevo conjunto:

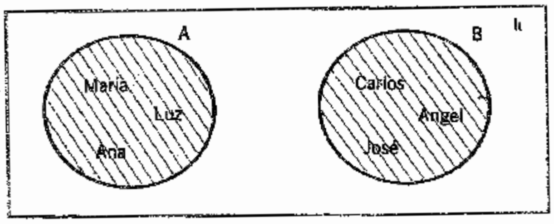
$A \cup B$ (se lee: conjunto A *unión* al conjunto B)

$A \cup B$ = {María, Luz, Ana, Carlos, Ángel, José}

o bien: $B \cup A$ = {Carlos, Ángel, José, María, Luz, Ana} de lo que se deduce que:

$$A \cup B = B \cup A$$

La unión de dos conjuntos ajenos es el conjunto formado por todos los elementos de los conjuntos.



La parte rayada indica $A \cup B$.

● **Segundo caso.** Sean los conjuntos:

$$C = \{a, b, c\} \text{ y } D = \{a, b, c, d, e, f\}$$

Los elementos comunes a los dos conjuntos C y D son: a, b, c.

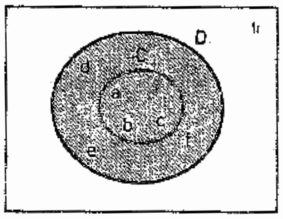
Elementos del conjunto C: a, b, c.

Elementos del conjunto D que no pertenecen a C: d, e, f.

$$C \subset D \text{ lo que obliga a decir que } C \cup D = D$$

Si un conjunto está incluido en otro, la unión de los dos conjuntos es el conjunto que incluye al otro.

Gráficamente o por medio del diagrama de Venn-Euler:



● **Tercer caso.** Sean los conjuntos:

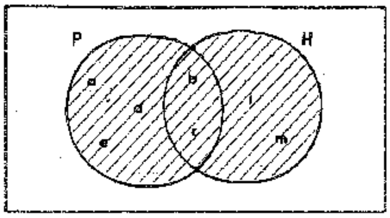
$$P = \{a, b, c, d, e\} \text{ y } H = \{b, j, c, m\}$$

Los conjuntos P y H tienen los elementos comunes: b y c. La unión de ambos conjuntos es:

$$P \cup H = \{a, b, c, d, e, j, m\}$$

Observación. Los elementos comunes **no se repiten.**

Diagrama de Venn-Euler:



$P \cup H$

(es toda la parte rayada)

- **Cuarto caso.** Sean los conjuntos:

$$E = \{1, 2, 3, 4\} \text{ y } F = \{1, 2, 3, 4\}$$

Se observa que E y F tienen los mismos elementos. Por lo tanto, $E = F$.

Elementos comunes a los conjuntos E y F: 1, 2, 3, 4.

$$E \cup F = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$\therefore\ E \cup F = E$$

Y como $E = F$, podemos escribir:

$$E \cup F = E = F$$

La unión de dos conjuntos formados con los mismos elementos es igual al conjunto formado por los elementos de uno de los conjuntos.

- **Quinto caso.** Sean los conjuntos:

$$G = \{3, 6, 9\} \text{ y } H = \emptyset$$

Como H es el conjunto vacío, no existen elementos que le pertenezcan.

Por lo tanto los elementos que pertenecen a la unión de ambos conjuntos son los pertenecientes a G.

$$G \cup H = \{3, 6, 9\}$$

Es decir:

$$G \cup H = G$$

Y como $H = \emptyset$:

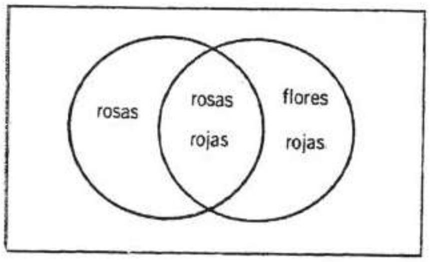
$$G \cup \emptyset = G$$

La unión de un conjunto con el conjunto vacío es igual al mismo conjunto no vacío considerado.

Intersección de conjuntos

Cuando se tienen dos conjuntos formados, uno por rosas y otro por flores de cualquier clase, pero de color rojo, se formará una intersección de rosas y flores, cuando tengan la característica común de ser **rojas**.

Gráficamente, se tendrá:



Representando simbólicamente los conjuntos:

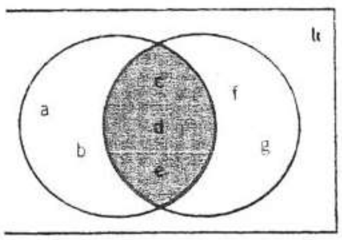
$$A = \{a,\ b,\ c,\ d,\ e\}$$
$$B = \{c,\ d,\ e,\ f,\ g,\ h\}$$

Los elementos comunes entre ambos conjuntos forman la intersección buscada.

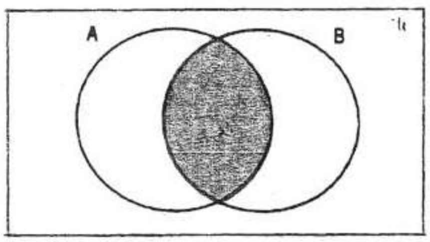
$$A \cap B = \{c,\ d,\ e\}$$

(se lee: *intersección de los conjuntos A y B*).

Realizando la misma operación por medio de los diagramas de Venn-Euler:



o bien



Casos especiales

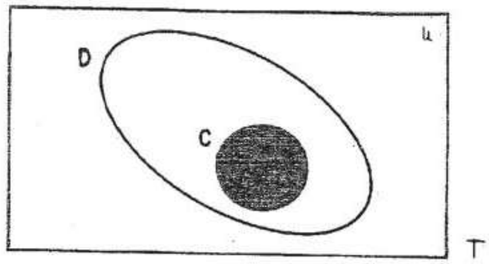
1. Cuando uno de los conjuntos es subconjunto del otro:

$$C = \{a,\ b,\ c\}$$
$$D = \{a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f,\ g\}$$

Elementos comunes de los conjuntos C y D: a, b, c.

$$\therefore\ C \cap D = \{a,\ b,\ c\}$$

Gráficamente, se tiene:



$C \cap D = C$

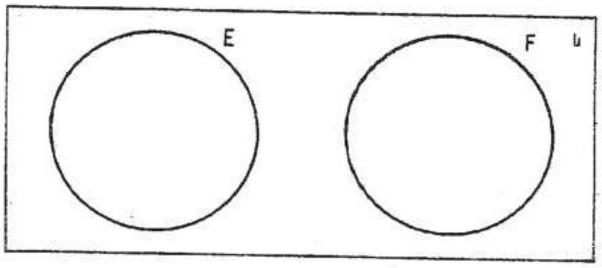
2. Cuando los conjuntos son ajenos o disjuntos la intersección es el conjunto vacío.

$$E = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$F = \{5, 6, 7\}$$

Gráficamente:

$$\therefore \; E \cap F = \emptyset$$



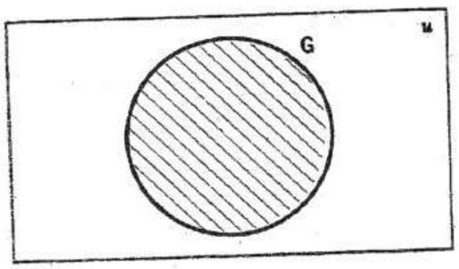
3. De la intersección de un conjunto con sí mismo, por ser todos sus elementos comunes, resulta el mismo conjunto.

$$G = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$G \cap G = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$\therefore \; G \cap G = G$$

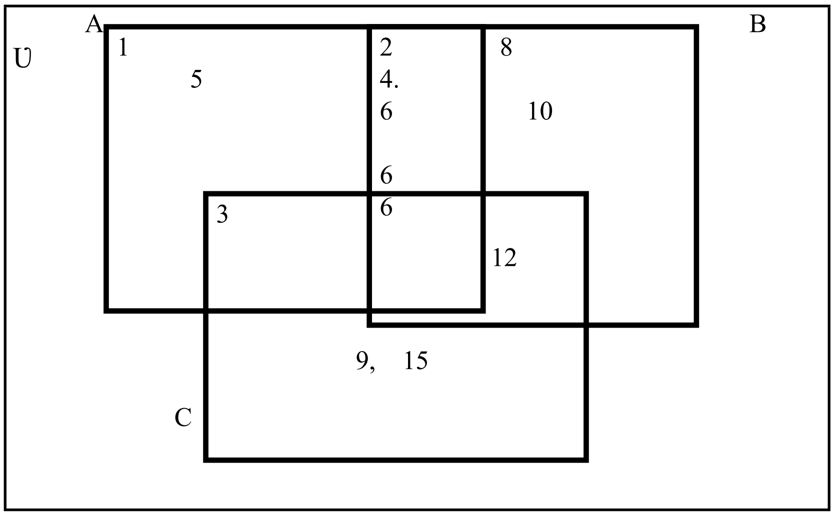
Gráficamente:



Operaciones con conjuntos
Unión e intersección de conjuntos

La unión se puede desarrollar con más de dos conjuntos.
Ejemplo:

A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}
B = {2, 4, 6, 8, 10, 12}
C = {3, 6, 9, 12, 15}
AUBUC = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 9, 12, 15}



AUBUC

EJERCICIOS DE AFIRMACIÓN
Forme la unión de conjuntos, representándola por extensión y trazando los diagramas de Venn– Euler.
1.– A= {rojo, verde, azul}; B = {blanco, negro}
2.- C= {2, 4, 6, 8, 10}; D = {1, 3, 5, 7, 9}
3.- E= {Carlos, Miguel, Jorge, Luis}; F= {Miguel, Jorge}
4.- G= {a, e, i, o, u}; H = {a, b, c, d, e, f, …, x, y, z}
5.- P = {cuaderno, libro, lápiz, pluma, goma}; Q ={lápiz, pluma, regla, compás, escuadra}
6.- R ={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}; S = {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20}
7.- A ={a, b, c, d, e, f, g, h}; B ={a, e, i, o, u}; C ={b, d, o, u, r, s, t}

UNIDAD 6

E.T. ARITMÉTICA

Representar números hasta millones

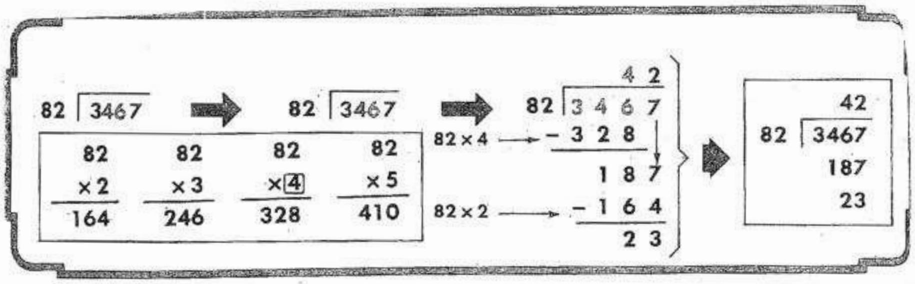
NUMERACIÓN
Sistemas de numeración.
Un sistema de numeración es el procedimiento utilizado para representar los números mediante símbolos y de acuerdo con reglas específicas.

En el caso del sistema de numeración que empleamos, los símbolos son los numerales (también llamados cifras), y los principios de posición y aditivo, las reglas para representarlos e interpretarlos.
Se conocen inscripciones de hasta 5 000 años de antigüedad que demuestran fehacientemente el uso de sistemas de numeración por parte de diversas civilizaciones, entre ellas la egipcia, la sumeria, la griega, la china, la romana, la hindú, la hebrea, la árabe, la maya y la azteca.

Los sistemas de numeración inventados por los pueblos antiguos no sólo eran diferentes entre sí, sino que, aún dentro de cada civilización, variaban de lugar a lugar y de tiempo en tiempo.

Nuestro sistema de numeración, llamado sistema indoarábigo o decimal de notación posicional, tuvo su origen en un sistema creado por los hindúes hacia el siglo II a.n.e. Posteriormente, los árabes adoptaron ese sistema e introdujeron cambios en él a través de varios siglos, y finalmente —alrededor del año 1000— lo difundieron entre los pueblos de Europa.
El cero no figuraba en las primeras versiones.

La división



Resuelve las siguientes divisiones:

41 | 3 475   25 | 8 745   18 | 2 036   54 | 3 654

110 | 5 678   121 | 3 064   120 | 28 043   131 | 57 870

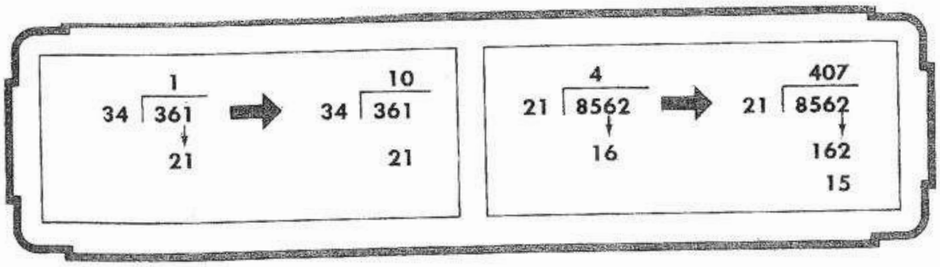
301 | 48 751   402 | 93 642   311 | 80 674   412 | 87 064

Completa el cuadro:

Dividendo	835			76 756	
Divisor	52	42	31	239	125
Cociente		128	526		213
Residuo		36	23		110

Resuelve:

En una división el divisor es 8. Se sabe también que el cociente es igual al residuo.
¿Cuál es el dividendo? (Hay varias soluciones posibles).



Resuelve las siguientes divisiones:

35 | 7371   215 | 2592   27 | 2916   4 | 1024

División.

Completa el cuadro:

Dividendo	63 345	612 135	43 000	750 000			
Divisor	309	305	21	25	32	41	36
Cociente					100	1 007	1 000
Residuo					0	0	0

Escribe los dividendos y divisores que faltan haciendo las multiplicaciones indicadas. Después, resuelve cada división. Finalmente escribe tus observaciones.

×2 ×3 ×4 ×5

Dividendo	81	162			
Divisor	5	10	15		
Cociente					
Residuo					

Observaciones:____

Completa el cuadro:

a	b	c	a × b	(a × b) ÷ c	b ÷ c	a × (b ÷ c)
25	30	15				
17	21	7				
8	65	13				

Observa:

19 = 19.0 = 19.00 = 19.000 = 19.0000

Hay que repartir $ 19 a 4 niños. ¿Cuánto le toca a cada uno?


```
    4.75
4 | 19.00
     3 0
      20
       0
```

A cada niño le corresponden $ 4.75.

Relaciona con líneas los números equivalentes.

35	46.00	46
46.0	4.60	35.00000
4.6	35.0	0.35000

Resuelve aproximando hasta milésimos.

8 ⌐ 49   25 ⌐ 543   32 ⌐ 700

148 ⌐ 386   8 ⌐ 111   42 ⌐ 175

Números naturales como fracciones

MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES

Como se aproximan los días de las pruebas semestrales, los alumnos quieren cambiar los forros de sus libros de Aritmética. Para cada libro necesitan $\frac{1}{3}$ de pliego. ¿Cuántos pliegos necesitarán para 42 libros?

Hay que hacer la multiplicación: 42 veces $\frac{1}{3}$

Para esto se procede como si fueran **enteros,** considerando que el denominador sólo da nombre a la fracción.

$$42 \times \frac{1}{3} = \frac{42}{3}$$

Simplificando, resulta 14, que es el número de pliegos que se necesitan.

Si se empleara $\frac{1}{2}$ pliego en forrar cada libro, tendríamos que multiplicar:

$$42 \times \frac{1}{2} = \frac{42}{2} = 21 \text{ pliegos}$$

Si quieres comprar miel de colmena en frascos, y cada frasco te cuesta $\frac{4}{5}$ de peso, ¿cuánto te costará $\frac{1}{2}$ frasco?

Tenemos que multiplicar $\frac{4}{5} \times \frac{1}{2}$

Primero multiplicamos los numeradores entre sí, y después, los denominadores. De este modo: $\frac{4}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{10}$

Simplificando $\frac{4}{10}$, resultan: $\frac{2}{5}$ de peso.

Si compro $\frac{2}{3}$ m de listón a razón de $\frac{3}{4}$ de peso por metro, gasto:

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

Para multiplicar dos fracciones, se forma una nueva fracción que tenga por numerador el producto de los numeradores, y por denominador, el producto de los denominadores. Después, si es posible, se simplifica el resultado.

UNIDAD 6

E.T. ARITMÉTICA

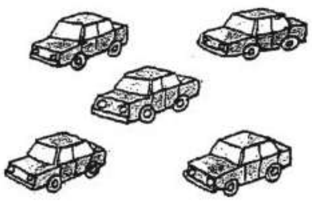
Cálculo mental y estimación de resultados

Se quieren repartir 11 m de listón a 4 niñas. ¿Cuánto listón le toca exactamente a cada una?

OPERACION:

A cada niña le corresponden ________ m

Arturo compra 5 carritos y le cobran en total $ 94. ¿Cuánto le costó cada carrito?



OPERACION:

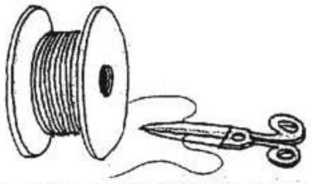
Cada carrito le costó $ ________

Para llenar una botella de 4 litros, se vació 9 veces una botella pequeña. ¿Cuál es la capacidad de la botella pequeña?

OPERACION:

La capacidad de la botella pequeña es de ________ litros

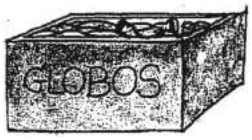
De un carrete que tenía 22 m de alambre, Enrique cortó 16 trozos iguales. ¿De qué tamaño es cada trozo de alambre?



OPERACION:

Cada trozo mide ________ m

Entre Ismael y Ricardito compraron 34 globos. Si 16 son de Ismael y 18 de Ricardito y les cobraron en total $ 5 ¿Cuánto tiene que pagar cada uno?



OPERACION:

Ismael tiene que pagar $ ________

y Ricardito $ ________

- Calcula lo que se pide.

	Operaciones	Resultado
- Un osezno pesa el 5% del peso total de un oso adulto. Si el oso adulto pesa 360 kg, ¿cuánto pesa el cachorro?	$\frac{5}{100} \times 360 = \frac{1800}{100} =$	18 kg
- En la Luna los cuerpos pesan el 16% de lo que pesan en la Tierra. ¿Cuánto pesará allá un astronauta que en la Tierra tiene un peso de 84 kg?		kg
- La libélula recorre el 20% de la distancia recorrida por un águila. Si el águila recorre 45 km, ¿cuántos km recorre la libélula?		km
- Antes de ser construido el canal de Panamá, un barco debía navegar unos 20 920 km de Nueva York a San Francisco. Con la construcción del canal (1914), el recorrido se redujo al 4% de esa distancia. ¿Qué distancia se recorre ahora?		km
- En un examen que consta de 35 preguntas se obtuvo el 80% de aciertos. ¿A cuántos aciertos equivale ese porcentaje?		aciertos
- El 25% de un terreno que mide 400 m^2 se dedica a sembrar frijol. ¿Qué extensión está sembrada de frijol?		m^2

- En una orquesta sinfónica hay aproximadamente 96 instrumentos. Con base en los porcentajes, calcula cuántos instrumentos hay en cada sección.

Cuerdas 56.25%

______ instrumentos.

Alientos madera 18.75%

______ instrumentos.

Metales 18.75%

______ instrumentos.

Percutores 6.25%

______ instrumentos.

UNIDAD 6

E.T. ARITMÉTICA

Los números purépechas

Sistemas de numeración antiguos. Purépecha y su vinculación con los procesos sociales de su época.
La numeración de la Cultura ´P'urhépecha (Milukua), como otras de Mesoamérica, se basan en el número veinte: así, tenemos que los números, del uno al veinte se escriben:

1 = Ma	21 = Ma ekuatse Ma
2 = Tsimani	22 = Ma ekuatse tsimani
3 = tamínu	23 = Ma ekuatse tamínu
4 = ¨T'amu	24 = Ma ekuatse T'amu
5 = iúmú	25 = Ma ekuatse iúmú
6 = kuímu	26 = Ma ekuatse kuímu
7 = iúmu Tsimani	27 = Ma ekuatse iúmu Tsimani
8 = iúmu tanímu	28 = Ma ekuatse iúmu tanímu
9 = úmu T'amú	29 = Ma ekuatse iúmu T'amú
10 = témbeni	30 = Ma ekuatse témbeni
11 = témbeni Ma	31 = Ma ekuatse témbeni Ma
12 = témbeni Tsimani	32 = Ma ekuatse témbeni Tsimani
13 = témbeni tanímu	33 = Ma ekuatse témbeni tanímu
14 = témbeni T'anu	34 = Ma ekuatse témbeni T'amu
15 = témbeni iúmu	35 = Ma ekuatse témbeni lúmu
16 = témbeni kuímu	36 = Ma ekuatse témbeni kuímu
17 = témbeni iúmu Tsimani	37 = Ma ekuatse témbeni iúmu Tsimani
18 = témbeni iúmu tanímu	38 = Ma ekuatse témbeni iúmu tanímu
19 = témbeni iúmu T'amu	39 = Ma ekuatse témbeni iúmu T'amu
20 = Ma ekuatse	40 = Tsimani ekuatse

Como se ve, este sistema se basa en la adición de números. Del veinte en adelante sólo se tienen que sumar los valores de los números de veinte en veinte, cuidando que se escriban en orden y de mayor a menor (como en témbeki iúmu t'amu) pues si se escribe al inicio multiplica el valor (solo en las decenas). Por ejemplo, para escribir 40, se escribe tsimani ekuátsí (dos veces viente); 60 se escribe tanímu ekuási (tres veces viente); etcétera.

UNIDAD 6	
E.T. ARITMÉTICA	

Los números purépechas

41 = Tsimani ekuatse Ma	63 =tanímu ekuatse tanímu
42 = Tsimani ekuatse Tsimani	64 =tanímu ekuatse T'amu
43 = Tsimani ekuatse tanímu	65 =tanímu ekuatse iúmu
44 = Tsimani ekuatse T'amu	66 =tanímu ekuatse kuímu
45 = Tsimani ekuatse iúmu	67 =tanímu ekuatse iúmu Tsimani
46 = Tsimani ekuatse kuímu	68 =tanímu ekuatse iúmu tanímu
47 = Tsimani ekuatse iúmu Tsimani	69 =tanímu ejkatse iúmu T'amu
48= Tsimani ekuatse iúmu tanímu	70 =tanímu ekuatse témbeni
49 = Tsimani ekuatse iúmu T'amu	71 = tanímu ekuatse Ma
50 = Tsimani ekuatse témbeni	72 =tanímu ekuatse Tsimani
51 = Tsimani ekuatse témbeni Ma	73 =tanímu ekuatse tanímu
52 = Tsimani ekuatse témbeni Tsimani	74 =tanímu ekuatse T'amu
53 = Tsimani ekuatse témbeni tanímu	75=tanímu ekuatse iúmu
54 = Tsimani ekuatse témbeni T'amu	76 =tanímu ekuatse
55 = Tsimani ekuatse témbeni iúmu	77 =tanímu ekuatse kuímu
56 = Tsimani ekuatse témbeni kuímu	78 =tanímu ekuatse iúmu Tsimani
57 = Tsimani ekuatse témbeni iúmu Tsimani	79 =tanímu ekuatse iúmu tanímu
58 = Tsimani ekuatse témbeni iúmu tanímu	80 =tanímu ejkatse iúmu T'amu
59 = Tsimani ekuatse témbeni iúmu T'amu	81 =tanímu ekuatse témbeni

60 = tanímu ekuatse
61 =tanímu ekuatse Ma
62 =tanímu ekuatse Tsimani

La numeración en purépecha es un sistema vigesimal amplio que nos permite contar en abstracto hasta el infinito. Y con estas reglas la mayoría de las personas podemos contar correctamente hasta el número 159999. Así pues, los números se van multiplicando, por ejemplo: "ma ekuatse" es una vez veinte, "tsimani ekuatse" es dos veces veinte, si le agregamos "tembeni" es dos veces veinte más diez que es 50, y así sucesivamente. Un ejemplo para escribir el año 2010 sería: "iumu irepita tembeni" (5 veces 400 más 10).

Es necesario notar que la palabra "ekuatse", y que se refiere al numero 20, también lo podemos escribir dependiendo de la región purépecha. Es decir, en algunas regiones esta misma palabra se escribe como "ekuatsi". Tal y como pasa con el número 10 "tembeni" y que también lo podemos escribir como "tembini".

- Registra en tu cuaderno tus conclusiones.
- Realiza conversiones con el sistema de numeración convencional.

UNIDAD 6

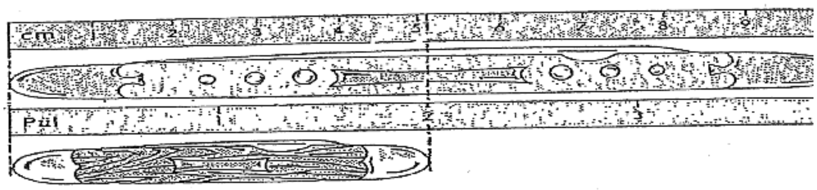
E.T. GEOMETRÍA

Escala

RAZONES Y DIBUJOS EN ESCALA

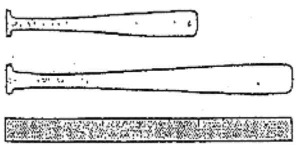
El lenguaje de las razones resulta frecuentemente útil al hablar y pensar sobre los números racionales. Los ejemplos y ejercicios siguientes te ayudarán a entender estas ideas.

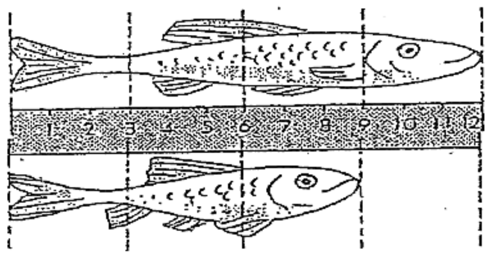
Podemos comparar objetos utilizando la razón. Podemos referirnos a la longitud y decir por ejemplo:



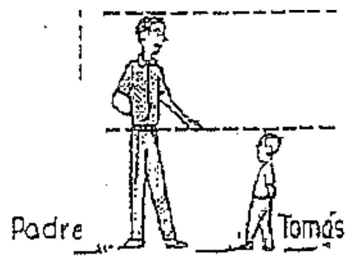
La razón de la longitud de una navaja grande con la de una pequeña es de 10 a 5.
La razón de la longitud de la navaja grande con la pequeña es de 4 a 2.
La razón de la longitud de la navaja grande con la pequeña es de 2 a 1.

Ejercicios
Copia la parte roja y luego halla el número que falta.
[A] la razón de la longitud del bate de juguete con la del bate grande es de 2 a ■.
[B] longitud del bate grande con la del bate de juguete es de 3 a ■.
[C] longitud del bate grande con la del bate de juguete es de 36 a ■.
[D] longitud del pez grande con la del pequeño es de 4 a ■.
[E] la razón de la longitud del pez pequeño con la del pez grande es de ■ a ■.

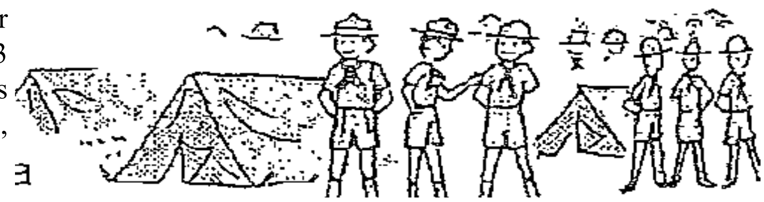




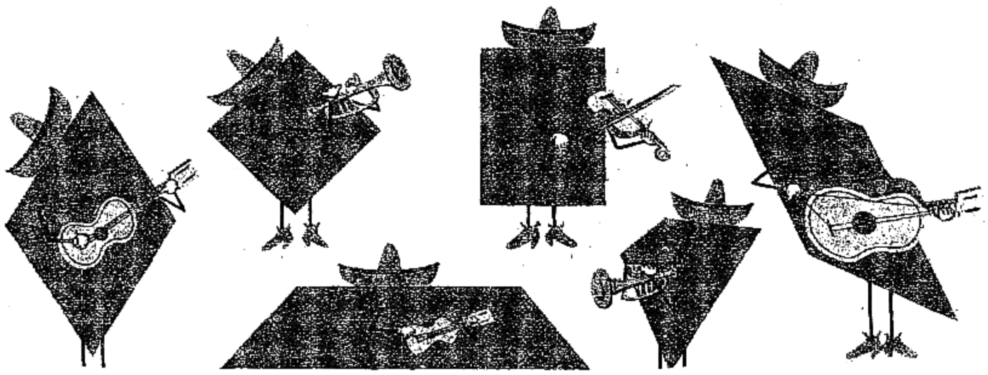
La razón de la estatura del padre y la de Tomás es De 2 a 1. El padre mide 1.80 m. ¿Cuánto mide Tomás?



Podemos aprovechar la razón para comparar dos conjuntos. Sólo hay 1 tienda para cada 3 niños. La razón de las tiendas disponibles para los niños es de 1 a 3. Si hay 4 tiendas, ¿Cuántos jóvenes se encuentran ahí?



Área del triángulo

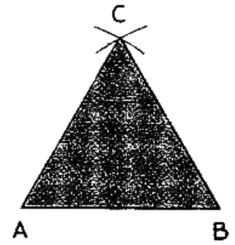


TRIÁNGULOS

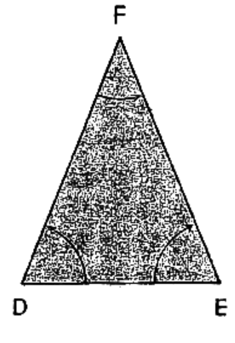
¿Recuerdan que tienen un juego con el cual pueden hacer muchas figuras?

Saben que las piezas son **triángulos** y **cuadriláteros**, y saben también por qué se les llama así.

Aprendamos, pues, a trazar triángulos valiéndonos de la regla, el compás y la escuadra.

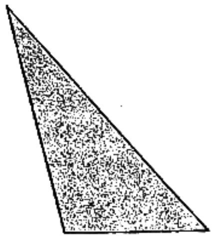


Tracemos la recta AB, tomemos la distancia AB con el compás, y apoyando éste en el punto A, tracemos un arco; luego, apoyándolo en B, cortemos con otro arco el que ya hemos obtenido, y nos resultará el punto C. Unamos C con los puntos A y B y tendremos un triángulo de tres lados iguales. Es un **triángulo equilátero.**



Dibujemos la recta DE. Abriendo el compás algo más del tamaño de la recta, y apoyándolo en D, tracemos un arco; luego, apoyando el compás en E, tracemos otro arco que cruce al primero. Al unir los puntos D y E con F, tendremos un triángulo de dos lados iguales. Es un **triángulo isósceles.**

Tracemos con la regla un triángulo que tenga sus 3 lados desiguales. Es un **triángulo escaleno.**

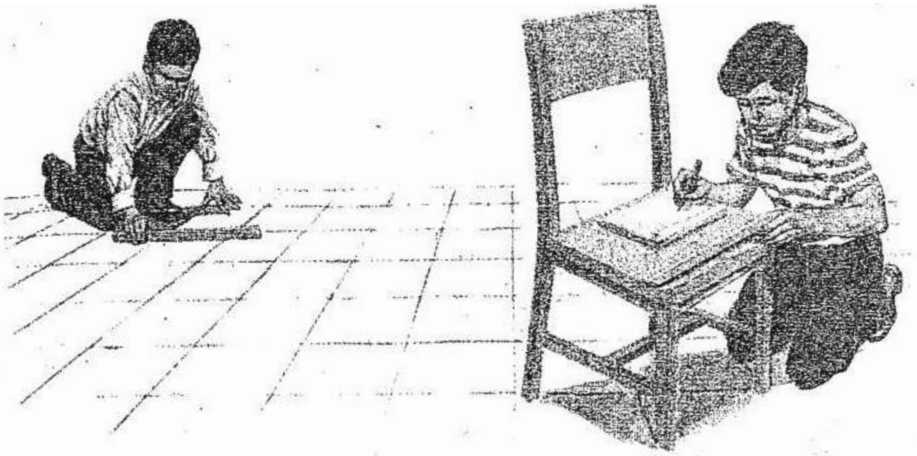


El **triángulo equilátero** tiene sus 3 lados iguales.
El **triángulo isósceles** tiene 2 lados iguales.
El **triángulo escaleno** tiene sus 3 lados desiguales.

UNIDAD 6

E.T. GEOMETRÍA

Perímetros y superficies de triángulos y cuadriláteros



Los compañeros de Toño midieron y aprendieron a trazar diversas figuras en un cuadro mural. Sigamos nosotros su ejemplo.

¿Qué forma tiene la cubierta de tu pupitre? ¿El piso del salón? ¿La cubierta del escritorio del maestro? ¿El asiento de la silla? ¿El patio de recreo?

Midamos los contornos.

Al medirlos, conoceremos el **perímetro** de esas superficies.

¿Cuál será el de un cuadrado que tenga 8 cm por lado?

Si un lado mide 8 cm, cuatro lados medirán:

$$4 \times 8 = 32 \text{ (32 cm)}$$

El perímetro de un rombo que tenga 6 cm por lado será:

$$6 \times 4 = 24 \text{ (24 cm)}$$

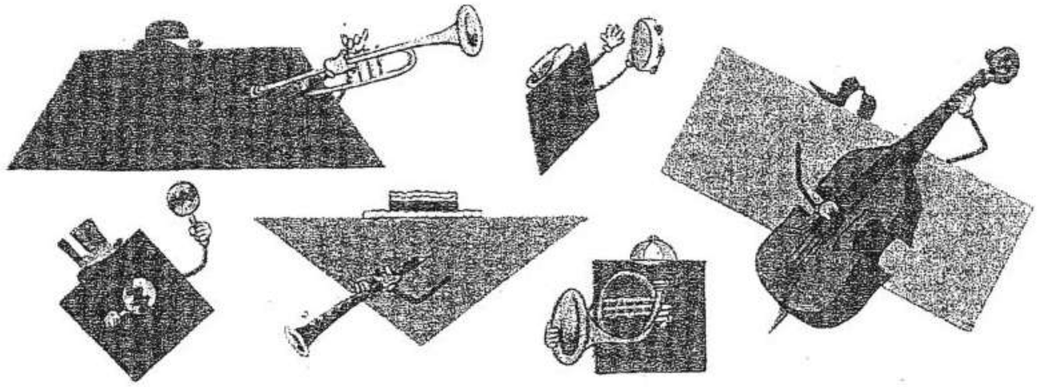
¿Se precisa medir los cuatro lados del rombo para conocer su perímetro?

¿Cuántos lados tenemos que medir en un trapezoide para conocer su perímetro? ¿Cuántos lados se habrán de medir para saber el perímetro del piso del salón?

Si queremos conocer el perímetro de un triángulo escaleno, medimos cada uno de sus lados y los sumamos.

El perímetro de un triángulo equilátero de 5 cm por lado será:

$5 \times 3 = 15$ (15 cm), y su fórmula es: $\mathbf{P} = 3 \times l$



Dibujemos en el pizarrón todos los cuadriláteros y triángulos que conocemos.

La suma de las medidas de las rectas que los limitan es su **perímetro.**

Si llenamos con gis las superficies y queremos saber cuánto miden éstas, encontramos que la del cuadrado se obtiene **multiplicando el lado por sí mismo.** De esta manera:

Si el cuadrado mide 6 decímetros de base, su área tendrá:

$6^2 = 36$ (decímetros cuadrados) Fórmula: $\mathbf{A} = l^2$

Pasemos al rectángulo. Llamemos a uno de sus lados, **base,** y al perpendicular a la base, **altura.** Midiéndolos encontramos que:

base $= 7$ y altura $= 3$

Contamos los decímetros cuadrados que nos resultan y hallamos:

$3 \times 7 = 21$ (decímetros cuadrados)

Para mayor claridad podemos escribir:

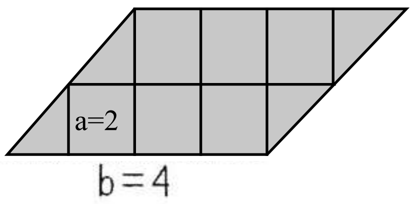
	A	=	21	dm^2		

$$\begin{aligned} b &= 7 \text{ dm} \\ a &= 3 \text{ dm} \\ \hline A &= 21 \text{ dm}^2 \end{aligned}$$

De manera semejante, la fórmula para conocer el área de los paralelogramos es:

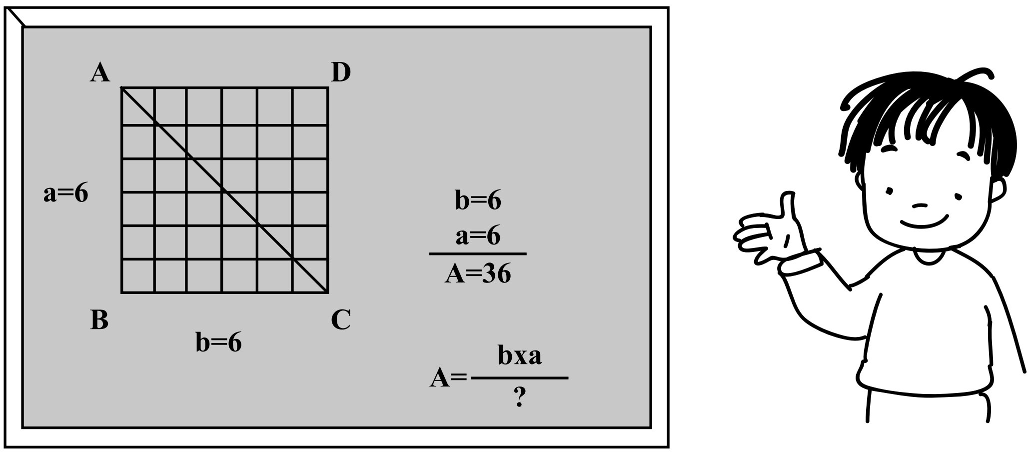
$$A = b \times a$$

El área de un romboide de 4 dm de base por 2 dm de altura es:



$$\begin{array}{l} b = 4 \text{ dm} \\ a = 2 \text{ dm} \\ \hline A = 8 \text{ dm}^2 \end{array}$$

Contemos los cuadritos para comprobar que son 6 cuadritos completos y 4 medios cuadritos, que dan un total de 8.



Si al cuadrado que tenemos en el pizarrón le trazamos la línea AC, que se llama **diagonal,** queda dividido en dos triángulos iguales, ¿cuál será la superficie de cada uno de estos triángulos?

Seguramente que la mitad de 36, pues los dos triángulos son iguales. Cada triángulo debe medir 18 decímetros cuadrados.

Contémoslos para asegurarnos.

Lo mismo podemos hacer con los otros paralelogramos, y sacaremos 2 triángulos iguales

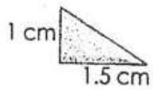
El cuadrado tenía:

$$\begin{array}{l} b = 6 \\ a = 6 \\ \hline A = 36 \end{array}$$

El triángulo tiene la mitad de 36, o sea 18.

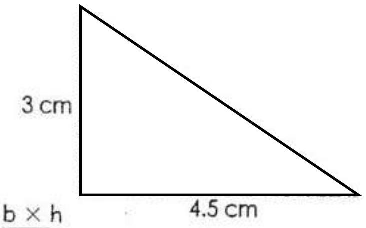
Para representar esto fácilmente escribimos:

$$A = \frac{b \times a}{2}$$



$$A = \frac{b \times h}{2}$$

$$A = \frac{1.5 \times 1}{2} = \frac{1.5}{2} = 0.75$$

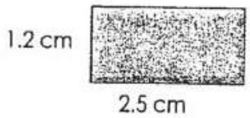
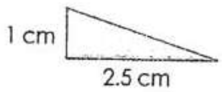
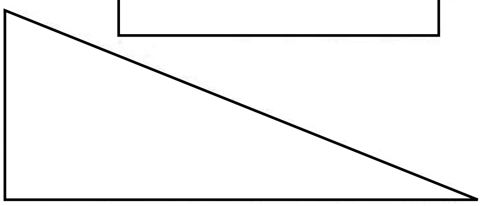


$$A = \frac{b \times h}{2}$$

$$A = \frac{4.5 \times 3}{2} = \frac{13.5}{2} = 6.75$$

a. El triángulo amarillo es una reproducción a escala del triángulo anaranjado.
El factor de escala es ___3___

) **Traza con tu regla y escuadras las figuras semejantes que se indican.**

Figura original	Factor de escala	Figura semejante
	→ 2 →	
	→ 3 →	

UNIDAD 6

E.T. ÁLGEBRA

Lenguaje numérico y simbólico

Mediante el álgebra es posible resolver de forma sencilla muchos de los problemas cuya resolución aritmética no lo es. Pero para ello hay que traducir el enunciado del problema al lenguaje algebraico y disponer de los conocimientos adecuados para trabajar con las ecuaciones que resultan planteadas.
A las expresiones en las que se indican operaciones entre números y letras, se les llama expresiones algebraicas. Las letras reciben el nombre de variables y pueden ser reemplazadas por distintos números.

Escribe la expresión algebraica de los siguientes enunciados.

A) El doble de un número a.
B) La tercera parte de un número c.
C) El cuadrado de un número x.
D) El anterior del cuadrado de un número n.
E) El cuadrado del siguiente de un número d.
F) El producto de un número a por su siguiente.
G) La diferencia entre un número c y su consecutivo.

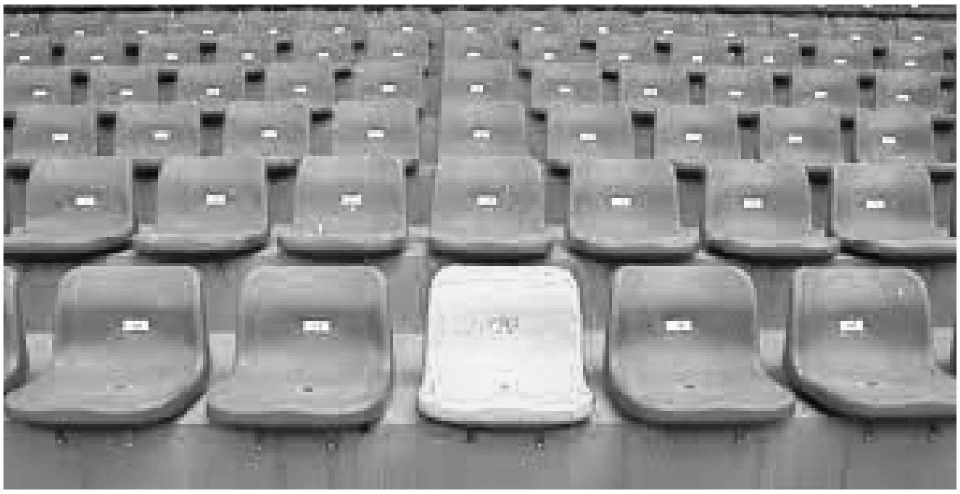
Une cada una de las afirmaciones siguientes con su correspondiente expresión algebraica.

H) El cuadrado de la suma de dos números a y b: a^3-b^3
I) El triple del anterior de un número c: $3c-1$
J) El cuadrado de un número a disminuido en b unidades: $(a-b)^3$
K) El anterior del triple de un número c: $(a+b)^2$
L) La diferencia entre los cubos de dos números a y b: $3(c-1)$
M) El cubo de la diferencia de dos números a y b: a^2-b

UNIDAD 6

E.T. ÁLGEBRA

Usos simbólicos

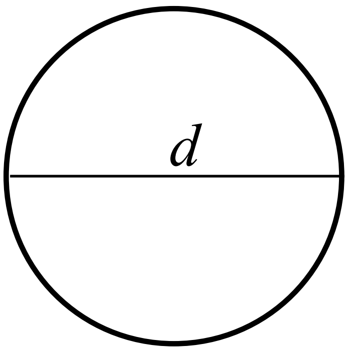


6 filas X 5 butacas= n butacas

6 filas X y butacas= 30 butacas

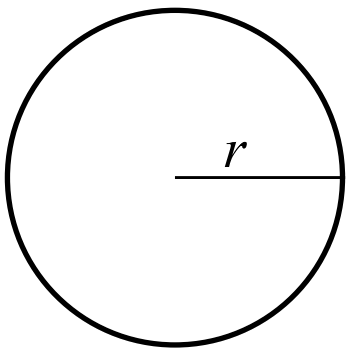
z filas X 5 butacas= 30 butacas

VALOR DE n=		VALOR DE y=		VALOR DE z=	



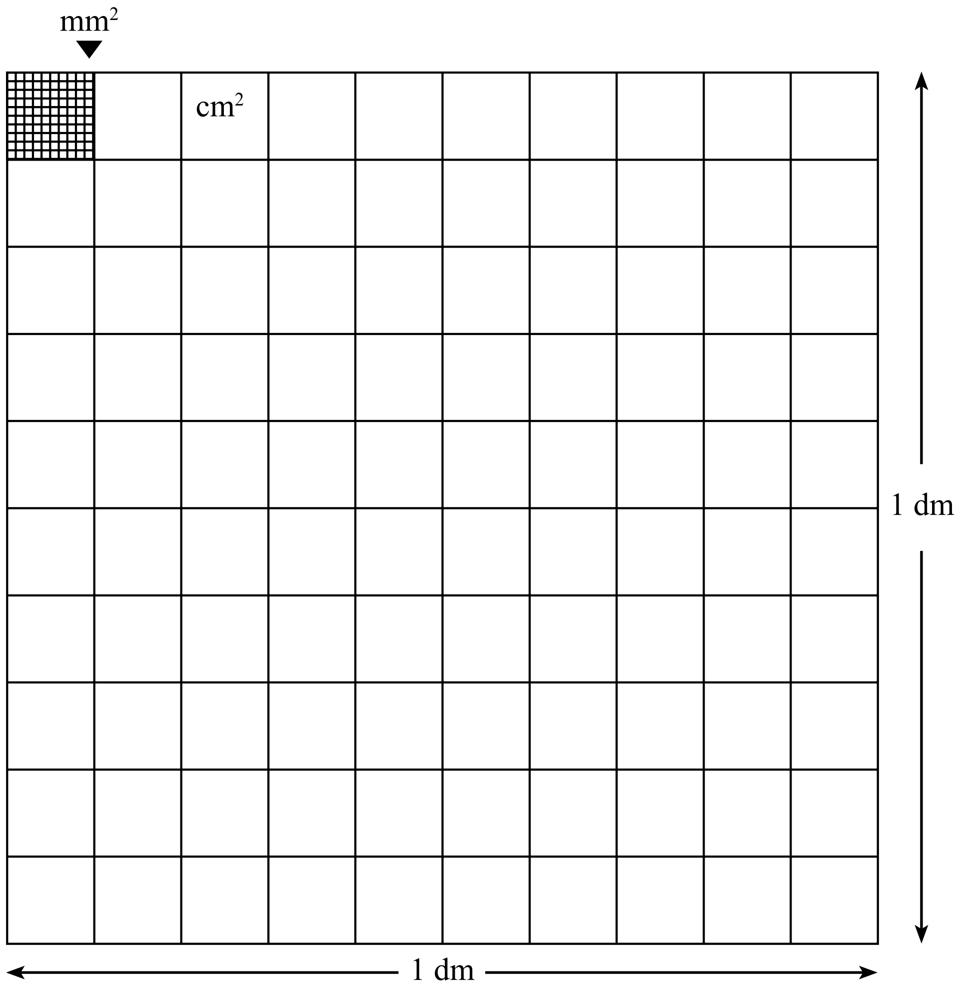
$$P= \pi \text{ x } d$$
$$P= 3.1415 \text{ x } d$$

$$A= \pi \text{ x } r \text{ x } r$$
$$A= 3.1415 \text{ x } r \text{ x } r$$



Medidas de superficie

Para obtener la medida o extensión de espacios limitados, como son toda clase de figuras y polígonos trazados en un plano, se emplean las medidas de superficie, cuya unidad fundamental es el *metro cuadrado*, siendo su símbolo $\mathbf{m^2}$.



Nota. En este dibujo se ilustra a 1 dm² en su tamaño real dividido en cm² y un centímetro cuadrado en mm²

Metro cuadrado es la superficie que ocupa un cuadrado que mide un metro por lado.

Los múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado son:

Nombre	*Símbolo*	*Valor* - Cuadrado de:
Kilómetro cuadrado	km^2	$1\,000\text{ m} \times 1\,000\text{ m} = 1\,000\,000\text{ m}^2$
Hectómetro cuadrado	hm^2	$100\text{ m} \times 100\text{ m} = 10\,000\text{ m}^2$
Decámetro cuadrado	dam^2	$10\text{ m} \times 10\text{ m} = 100\text{ m}^2$
Metro cuadrado	m^2	$1\text{ m} \times 1\text{ m} = 1\text{ m}^2$
Decímetro cuadrado	dm^2	$.1\text{ m} \times .1\text{ m} = .01\text{ m}^2$
Centímetro cuadrado	cm^2	$.01\text{ m} \times .01\text{ m} = .0001\text{ m}^2$
Milímetro cuadrado	mm^2	$.001\text{ m} \times .001\text{ m} = .000001\text{ m}^2$

Ejemplos:

■ Convertir 3 428 m a km. De metros a kilómetros hay tres lugares hacia la izquierda, km, hm, dam, m, por lo que se divide entre 1 000, corriendo el punto tres lugares hacia la izquierda del lugar en que se encontraba.

$$3\,428\text{ m} = 3.428\text{ km}$$

■ Convertir 58.4 cl a *l*. Hay dos lugares hacia la izquierda, *l*, dl, cl, con lo cual se debe dividir entre 100, recorriendo el punto dos lugares hacia la izquierda.

$$58.4\text{ cl} = .584\, l$$

■ Convertir 4 125.32 g en kg. De g a kg hay tres lugares hacia la izquierda. Siguiendo el mismo procedimiento:

$$4\,125.32\text{ g} = 4.12532\text{ kg}$$

■ Convertir 3.286 kg a q. Se dividen entre 100.

$$3.286\text{ kg} = .03286\text{ q}$$

Medidas agrarias

Generalmente, cuando las medidas de superficie se aplican al campo o a grandes extensiones de terreno, reciben el nombre de *medidas agrarias*, recibiendo los nombres de ***área***, ***hectárea*** y ***centiárea***.

La unidad de estas medidas es el *área* (a) equivalente a un dam^2, o sea $100m^2$.

Tienen un múltiplo llamado *hectárea* (ha) equivalente a un hm^2, o sea $10000m^2$.

El submúltiplo de las medidas agrarias es la *centiárea* (ca), equivalente a un metro cuadrado.

En las *unidades de superficie y agrarias.*

Las unidades de las medidas agrarias son equivalentes con algunas medidas de superficie:

Hectárea = Hectómetro cuadrado

Área = Decámetro cuadrado

Centiárea = Metro cuadrado

Por tal relación, indistintamente se pueden convertir unidades de superficie a unidades agrarias, y viceversa.

■ Convertir 12.5 ha a m^2. La hectárea es igual a un hm^2, por lo tanto de hm^2 a m^2 hay dos lugares de dos cifras cada uno (por lo que se debe multiplicar 100×100; o sea, 10 000)

$$12.5 \text{ ha} = 125\,000 \text{ m}^2$$

■ Convertir 1.5 km^2 a m^2. Son tres lugares de dos cifras cada uno; es decir que se debe multiplicar por 1 000 000.

$$1.5 \text{ km}^2 = 1\,500\,000 \text{ m}^2$$

■ Convertir 3.28 a en m^2. El área es un decámetro cuadrado y del dam^2 a m^2 hay un lugar, o sea hay que multiplicar por 100.

$$3.28 \text{ a} = 328 \text{ m}^2$$

■ Convertir 425.6 ha a km^2. Guardan una separación de un lugar hacia la izquierda, porque ha = hm^2 y km^2 $\underbrace{hm^2}$, pero como tienen un valor de 100, el punto será recorrido dos cifras por cada lugar en estas medidas.

$$425.6 \text{ ha} = 4.256 \text{ km}^2$$

■ Convertir 3 428.6 m^2 en ha. Hay una separación de dos lugares hacia la izquierda, por lo que habrá que dividir entre 10 000.

$$3\,428.6 \text{ m}^2 = .34286 \text{ ha}$$

EJERCICIOS DE AFIRMACIÓN

Efectúe las siguientes conversiones con medidas de superficie y agrarias:

1. 3.125 m^2 a dm^2
2. 52.25 dam^2 a m^2
3. 6.256 m^2 a cm^2
4. 3 142 678 m^2 a km^2
5. 6 794.26 hm^2 a km^2
6. 32.25 ha a m^2
7. 864.7 a a ha
8. .9425 km^2 a ha
9. 794.28 m^2 a ca
10. 64.257 dam^2 a m^2

En las *medidas de superficie y agrarias* se deben considerar, como ya se dijo, *dos cifras* para cada lugar, ya que las unidades tienen un valor de 100.

31.121 m^2 se lee: 31 metros cuadrados, y agregando un cero a 121, se dirá 1 210 centímetros cuadrados.

312.345 km^2 se lee: 312 kilómetros cuadrados, 3 450 decámetros cuadrados; o bien, 312 kilómetros cuadrados, 345 000 metros cuadrados.

3.8 hm^2 se lee: 3 hectómetros cuadrados, 80 decámetros cuadrados; o bien, 3 hectómetros cuadrados, 8 000 metros cuadrados.

4.5 ha se lee: 4 hectáreas, 5 áreas.

12.36 a se lee: 12 áreas, 36 centiáreas.

EJERCICIOS DE AFIRMACIÓN

Lea correctamente las siguientes cantidades:

1. 2.58 m^2
2. 12.053215 m^2
3. 312.5 km^2
4. 15.375 ha
5. 6.25 a
6. 4.58 dm^2
7. 5.25 ca
8. 5.2635 dm^2
9. 25.3 cm^2
10. 54.12 cm^2

UNIDAD 6

E.T. PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Población. Inferencia estadística

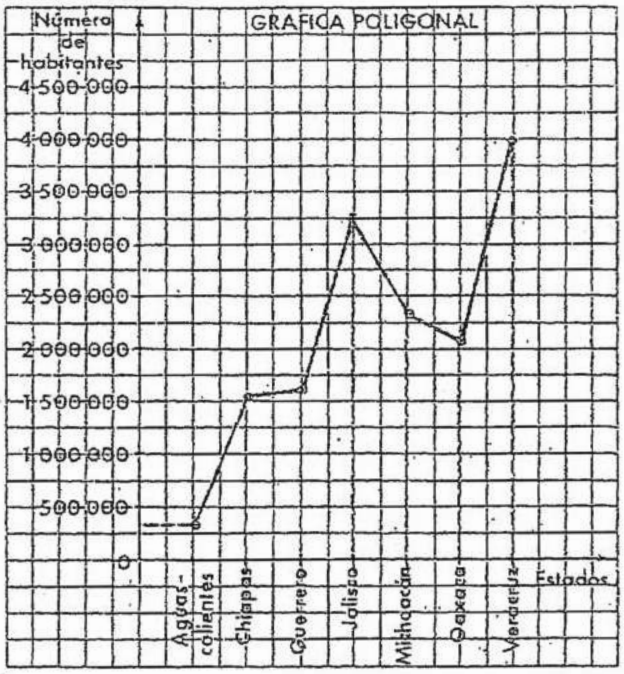
Las actividades de la vida moderna se vuelven cada día más complejas. Suceden tantos acontecimientos. y a una velocidad que nos parece tan exagerada, que el hombre de nuestros días se ha visto en la necesidad de idear un sistema de recopilación de datos relativos a fenómenos económicos, científicos, culturales, demográficos, etcétera, para poder analizarlos y llegar a conclusiones que le permitan tomar decisiones acertadas. Los sistemas de recopilación de ese tipo de datos aplican los métodos de la *estadística*, que es una ciencia matemática.

Por medio de la estadística se clasifican, evalúan, depuran y presentan, en forma de tablas, cuadros, diagramas y gráficas, los datos que se han obtenido de los censos, encuestas, sondeos y registros efectuados en todos los campos de la actividad humana.

Por ejemplo, en cualquier nación del mundo es importante llevar la estadística de población, migración, natalidad, mortalidad, salubridad, consumo, producción, comercio, industria, alimentos básicos, estudios, etcétera. ¿Para qué? Para que sus instituciones tengan una idea más real de las carencias o riquezas de ese pueblo y puedan actuar más acertadamente en pro de una mejora, o para utilizar más provechosamente los recursos con los que se cuenta en ese país.

Después de llevar a cabo los censos y los registros adecuados, a fin de obtener los datos de las diversas fuentes, los estadígrafos (especialistas en estadística) los clasifican, los evalúan y los depuran. Entre las distintas maneras de presentar los datos están las *tablas numéricas* y las *gráficas*, de las que nos ocuparemos brevemente.

Distribución de la población del país en algunos Estados (censo de 1970).



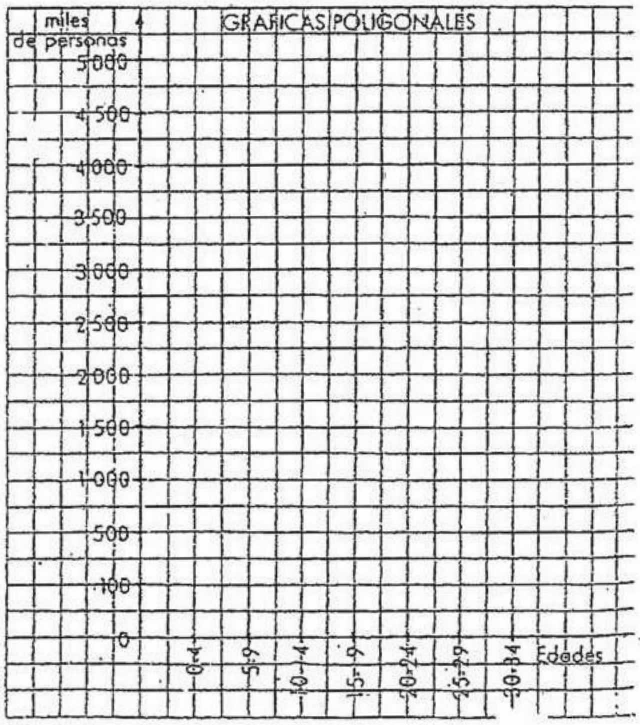
ESTADO	POBLACION
Aguascalientes	338 142
Chiapas	1 569 053
Guerrero	1 597 360
Jalisco	3 296 587
Michoacán	2 320 042
Oaxaca	2 171 733
Veracruz	3 815 419

Elabora las gráficas poligonales; con rojo, la que corresponde a las mujeres, y con azul, la de los hombres.

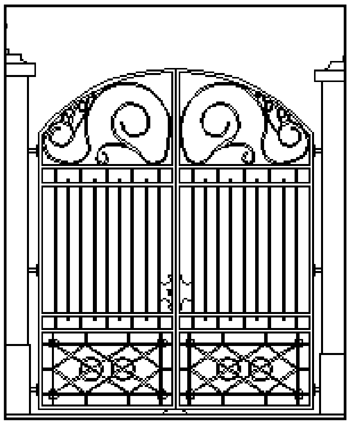
Población por edad y sexo 1980 (miles de personas).

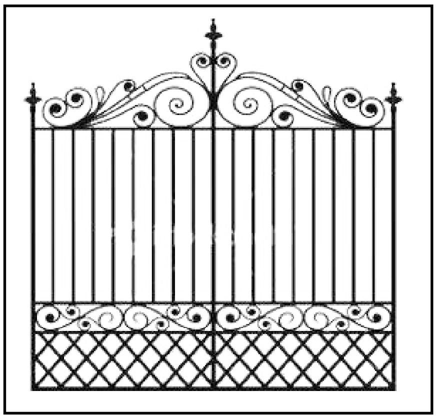
Grupos de edad	Hombres	Mujeres
0 - 4 años	4 659	4 624
5 - 9 años	5 196	5 079
10 - 14 años	4 690	4 609
15 - 19 años	3 765	3 924
20 - 24 años	3 006	3 178
25 - 29 años	2 275	2 424
30 - 34 años	1 867	1 969

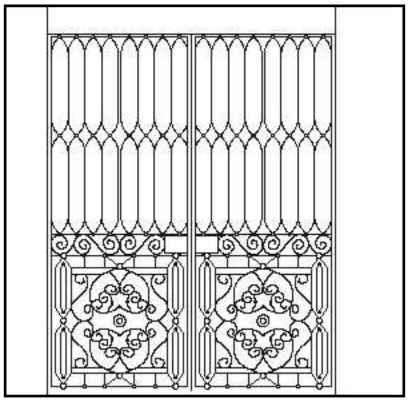
Fuentes S.P.P.X. Censo general de población y vivienda. México, agosto 1981. (Cifras preliminares).



Modelos de portón de herrería







Traza tu propio modelo

Unidad 7

“LA REVALORIZACIÓN DEL TRABAJO EN MÉXICO”

UNIDAD 7

Palabras y conceptos

EJE TEMÁTICO	PALABRAS CLAVE	CONCEPTOS
LÓGICA Y CONJUNTOS	• Intersección • Diferencia • Complemento • Razonamiento • Inclusión	**Intersección** De dos (o más) conjuntos es una operación que resulta en otro conjunto que contiene los elementos comunes a los conjutos de partida.
ARITMÉTICA	• Equis • Término • Punto • Suspensivo • Productorio	**Término** Fin, límite o punto último hasta donde llega o se extiende una cosa en el tiempo o en el espacio.
GEOMETRÍA	• Heptágono • Rombo • Vacío • Vértice • Ortoedro	**Rombo** Figura geométrica de cuatro lados que no forman ángulos rectos.
ÁLGEBRA	• Igualdad • Relación • Lenguajes formales • Heterogéneo • Rango	**Igualdad** Condición o circunstancia de tener una misma naturaleza, cantidad, calidad, valor o forma, o de compartir alguna cualidad o característica.
MEDICIÓN	• Rayo • Recta • Estatura • Talla • Comparar	**Talla** Es la medición de la masa corporal del individuo. Objetivo: Obtener un peso exacto para ayudar.
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA	• Tasa • Promedio • Complejo • Epidemiología • Desempleo	**Tasa** Tributo que se impone al disfrute de los ciertos servicios o al ejercicio del ciertas actividades.

Gráfica cartesiana

Par ordenado de elementos

Al considerar dos elementos, en muchos casos es necesario tomar en cuenta el orden en el que se relacionan dichos elementos.

Un *par ordenado* está formado por dos elementos dados en un cierto orden y se denominan antecedente y consecuente.

La forma de indicar que dos elementos forman un par ordenado es escribiéndolos encerrados en un paréntesis.

Ejemplos:

Par ordenado	*Antecedente*	*Consecuente*
(Monterrey, Nuevo León)	**Monterrey**	**Nuevo León**
(Raúl, Luis)	**Raúl**	**Luis**
(8, 7)	**8**	**7**
(m, n)	m	n

Analicemos los pares ordenados siguientes, cuyos primeros elementos son los apellidos paternos de algunas personas y sus segundos elementos los correspondientes apellidos maternos:

(Latorre, Cepeda)	Apellido paterno: Latorre Apellido materno: Cepeda
(Márquez, Ramírez)	Apellido paterno: Márquez Apellido materno: Ramírez
(Pérez, Jiménez)	Apellido paterno: Pérez Apellido materno: Jiménez
(Jiménez, Pérez)	Apellido paterno: Jiménez Apellido materno: Pérez

Es evidente que: (Pérez, Jiménez) es diferente a (Jiménez, Pérez) puesto que no es lo mismo apellidarse Pérez, Jiménez que Jiménez, Pérez.

Por lo tanto:

$$\text{(Pérez, Jiménez)} \neq \text{(Jiménez, Pérez)}$$

En general:

$$(a, b) \neq (b, a)$$

De los ejemplos del cuadro podemos deducir otros pares ordenados distintos de los dados:

De (Monterrey, Nuevo León) __________ (Nuevo León, Monterrey)
tal que (Monterrey, Nuevo León) $\neq$ (Nuevo León, Monterrey)

De (Raúl, Luis) __________ (Luis, Raúl)
tal que (Raúl, Luis) $\neq$ (Luis, Raúl)

De (8, 7) __________ (7, 8)
tal que (8, 7) $\neq$ (7, 8)

De (m, n) __________ (n, m)
tal que $(m, n) \neq (n, m)$

Producto cartesiano

El producto cartesiano entre dos conjuntos A y B es otro conjunto C formado por todos los pares ordenados, en los cuales el primer elemento pertenece al conjunto A y el segundo al conjunto B.

Ejemplos:

$$A = \{a, b, c\} \qquad B = \{1, 2, 3, 4\}$$

Colocados en una tabla de doble entrada:

B \ A	a	b	c
1	a, 1	b, 1	c, 1
2	a, 2	b, 2	c, 2
3	a, 3	b, 3	c, 3
4	a, 4	b, 4	c, 4

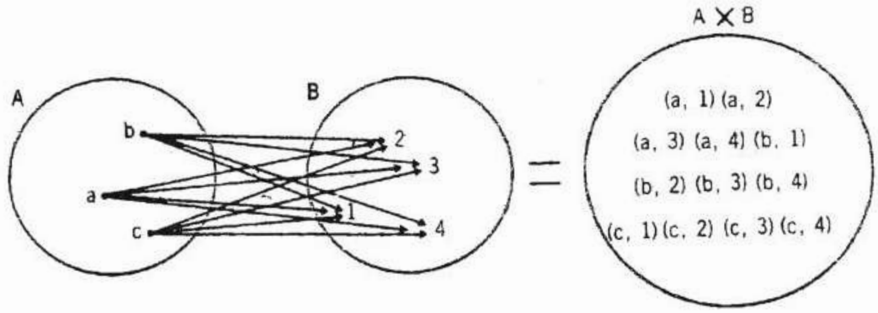
Se indica con el signo $\times$ colocado entre los dos conjuntos.

$$A \times B = C$$

Por extensión:

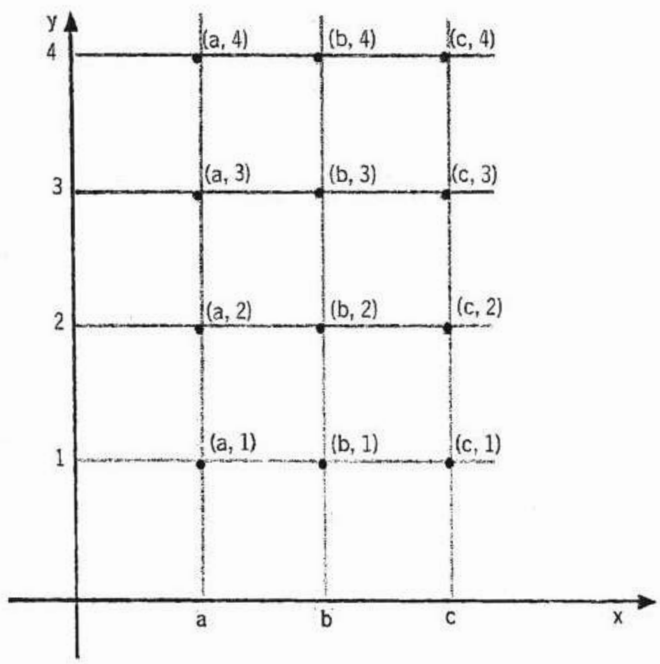
$A \times B = \{(a,1); (a,2); (a,3); (a,4); (b,1); (b,2); (b,3); (b,4); (c,1); (c,2); (c,3); (c,4)\}$

El producto cartesiano representado en un diagrama sagital se obtiene uniendo cada uno de los elementos del primer conjunto A con todos los elementos del conjunto B.

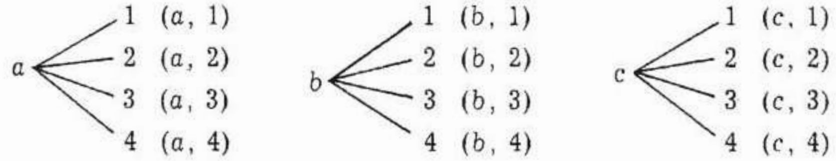


$A \times B = \{(a,1);\ (a,2);\ (a,3);\ (a,4);\ (b,1);\ (b,2);\ (b,3);\ (b,4);\ (c,1);\ (c,2);\ (c,3);\ (c,4)\}$

Un producto cartesiano se puede representar en una gráfica cartesiana. El producto $A \times B$ tiene la siguiente gráfica:



Una representación para los productos cartesianos es la que se conoce como "representación en forma de árbol", que en algunas ocasiones se emplea. En el ejemplo que nos ocupa, $A \times B$, su representación en forma de árbol será:



El número de elementos de un producto cartesiano es igual al producto del número de elementos de cada uno de los conjuntos dados.

Como A tiene 3 elementos y B tiene 4 elementos, el *conjunto producto* tendrá 12 elementos.

● **Definición.** *Dados dos conjuntos A y B se llama producto cartesiano del conjunto A por el conjunto B,* al conjunto C, *cuyos elementos son todos los pares ordenados* (x, y) *tales que* x *pertenece al primer conjunto A e* y *pertenece al segundo conjunto B.*

$$A \times B = \{(x, y) / x \in A \text{ e } y \in B\}$$

El producto cartesiano de un conjunto por sí mismo se indica A:

A^2 es cuadrado cartesiano de A

Siendo $A = \{a, e, o\}$, el cuadrado cartesiano de A es $A \times A$.

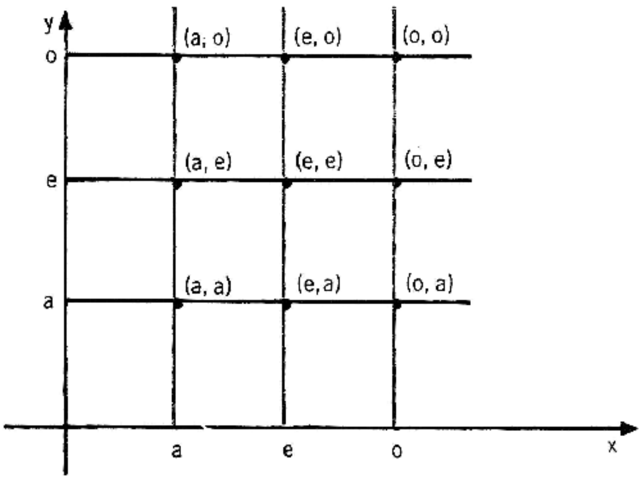
En una tabla de doble entrada $A \times A$ se representa:

A \ A	*a*	*e*	o
a	(a, a)	(a, e)	(a, o)
e	(e, a)	(e, e)	(e, o)
o	(o, a)	(o, e)	(o, o)

Por extensión se tiene:

$$A \times A = \{(a, a);\ (a, e);\ (a, o);\ (e, a);\ (e, e);\ (e, o);\ (o, a);\ (o, e);\ (o, o)\}$$

Representación cartesiana:

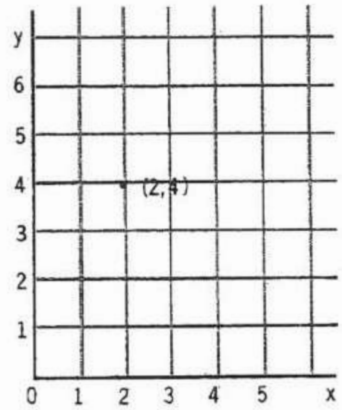


Representación cartesiana de funciones numéricas

Dados dos conjuntos numéricos A y B y una función definida por cierta proposición abierta (por ejemplo, $x + y = 6$), es usual representarla por medio de gráficos denominados *cartesianos*.

Para ello se consideran dos ejes perpendiculares: sobre el horizontal se llevan valores de x y sobre el vertical valores de y. Cada par ordenado de la función se representa por medio de un *punto* (x, y) obtenido como intersección de la vertical trazada por x y la horizontal trazada por y. Para facilitar el trazado, es conveniente cuadricular previamente el papel en el que se efectuará el gráfico.

La gráfica de la función será el conjunto de los puntos obtenidos al representar todos los pares ordenados.



Conviene confeccionar una lista de todos los elementos que constituyen el dominio y el codominio de la función, agrupándolos en una tabla. Esta precaución permitirá luego representar con rapidez los puntos obtenidos.

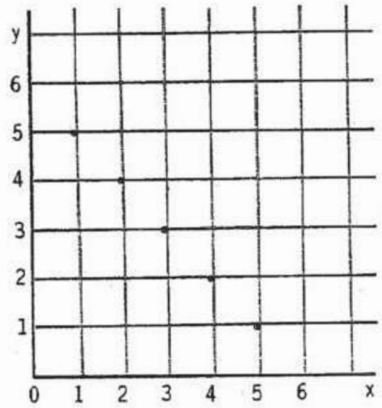
Sea representar la función $x + y = 6$, siendo $A = B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

Nota. Emplearemos aquí la notación $y = f(x)$ para simbolizar a la proposición abierta que define la función.

$f(x)$ representa la imagen de x dada por la función.

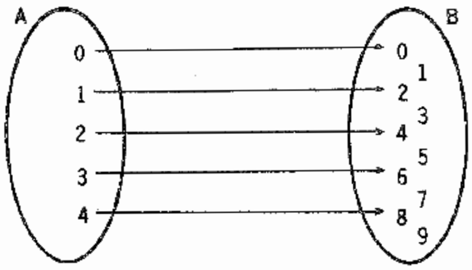
Por ejemplo: $f(2) = 4$ establece que 4 es la imagen de 2, o sea que (2, 4) es un par ordenado que pertenece a la función.

x	$f(x)$
1	5
2	4
3	3
4	2
5	1



Representación tabular de una función

Sea, por ejemplo:



Tenemos representada mediante un diagrama sagital, una función cuyo dominio es A y su codominio es un subconjunto de B. La representamos simbólicamente así f: $A \longrightarrow B$. Podemos representar esta función en una tabla como la siguiente:

x	f (x)
0	0
1	2
2	4
3	6
4	8

En la primera columna se escriben todos los elementos del dominio.
En la segunda columna se unen a cada uno de dichos elementos, al elemento de B que corresponde la función.

EJERCICIOS DE AFIRMACIÓN

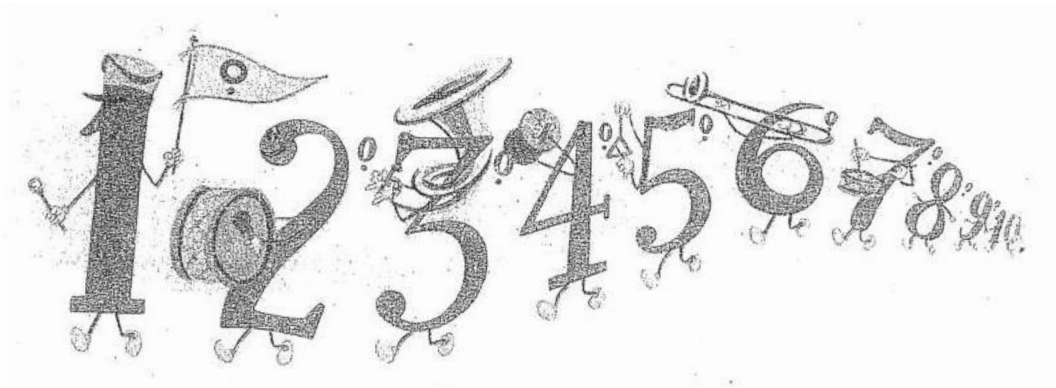
En el cuaderno de matemáticas forme las tabulaciones y represente en gráficas cartesianas las siguientes funciones numéricas; siendo el dominio de las mismas el conjunto $A = \{0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42\}$. Determinar en cada caso el codominio de la función.

1. $f(x) = 2x$
2. $f(x) = 3x$
3. $f(x) = \frac{x}{2}$
4. $f(x) = \frac{x}{3}$
5. $f(x) = x + 3$
6. $f(x) = 2x + 1$

UNIDAD 7

E.T. ARITMÉTICA

El orden de los números



En el patio de recreo, Juan le pregunta a Pedro:
-¿Qué lugar te correspondió en la fila que formamos por estaturas?
-El 15- contestó.
El maestro corrige:
-Debes decir **decimoquinto,** porque es número que indica **lugar** correspondiente a persona o cosa en un **conjunto ordenado;** de ahí que los números como éste se escriban y se llamen de distinta manera que los **cardinales.**
Números ordinales son aquellos que indican el lugar que ocupa un elemento en un conjunto ordenado.
Revisa los nombres de los números ordinales escritos a continuación, porque encontrarás algunos que quizás sean nuevos para ti:

1º Primero
2º Segundo
3º Tercero
4º Cuarto
5º Quinto
6º Sexto
7º Séptimo
8º Octavo
9º Noveno o nono
10º Décimo
11º Décimo primero o undécimo
12º Duodécimo
13º Decimotercero o decimotercio
20º Vigésimo
21º Vigésimo primero
30º Trigésimo
31º Trigésimo primero
40º Cuadragésimo

UNIDAD 7

E.T. ARITMÉTICA

La división

LA DIVISIÓN

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN CON DECIMALES

Completa la tabla:

Resuelve:

Operación	Multiplico por	Corro el punto a la derecha	Porque
69.42 X 400	4	2 lugares	400 tiene 2 ceros
0.356 X 60,000			
800 X 6.42			
5617.1 X 1000			
100 X 86.4			

8543.41 X 900 = __________ 6253.976 X 70.000 = __________ 100 X 3.45 = __________ 943.27 X 6000 = __________

Completa la tabla:

285.41 X 6 000 =______________ 3.415 X 70 = _________________

53.493 X 800 = _______________ 943.2 X 3000 = _______________

5000 X 52.798 = ______________ 200 X 74.015 = ________________

Operación	Divido entre	Corro el punto a la izquierda	Porque
35.94 ÷ 5000	5	3 lugares	5000 tiene 3 ceros
2.981 ÷ 400			
5632.1 ÷ 10			
74.36 ÷ 20 000			
8.5 ÷ 1000			

UNIDAD 7

E.T. ARITMÉTICA

La división de fracciones

La maestra planteó a sus alumnos este problema:

-La sociedad de padres de familia regaló a la escuela una pieza de jerga de 42 m para hacer trapeadores. Si los trapeadores se hicieran de ¾ de metro, ¿cuántos saldrían de la pieza?

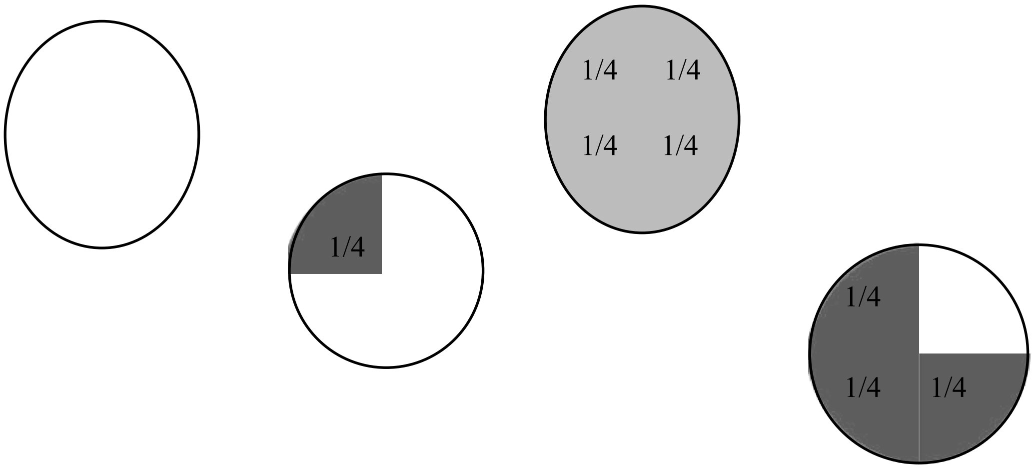
Inés levantó la mano y dijo:

- Tomamos la pieza, vamos cortando pedazos de ¾ de metro y después los cortamos.

-Bien, pero queremos saberlo antes de cortar.

Inés dijo entonces:

-Tendríamos que hacer una división, para saber cuántas veces ¾ está contenido en 42 metros, y no sabemos dividir fracciones.



La maestra explicó:

- Vamos a dividir 42:3/4, ahora fíjense:

Si dividiéramos 42:4/4, nos daría 42.

Porque 4/4 es la unidad, y todo número dividido entre la unidad da el mismo número.

UNIDAD 7

E.T. ARITMÉTICA

La división de fracciones

Si dividiéramos 42 entre ¼ que es 4 veces menor que la unidad, nos daría un cociente 4 veces mayor. Así:

$$42 : \frac{1}{4} = 42 \times 4$$

Y si dividimos entre ¾ que es 3 veces más que ¼ , nos dará un cociente 3 veces menor que el anterior, es decir $\frac{42 \times 4}{3}$

Observen cómo han cambiado de sitio los dos términos de fracción.
De modo que 42: ¾ es igual que $\frac{42 \times 4}{3} = \frac{168}{3} = 56$

De la pieza saldrán 56 trapeadores.
Para dividir un entero entre una fracción, se multiplica el entero por el denominador de la fracción, y se divide entre el numerador.
Al proponer la división de dos fracciones, la maestra recordó la anterior explicación y los alumnos dividieron así:

$$\frac{1}{2} : \frac{2}{5} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{1 \times 5}{2 \times 2} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

Simplificando 4/10, resultan: 2/5 de peso.
Si compró 2/3m de listón a razón de ¾ de peso por metro, gastó:

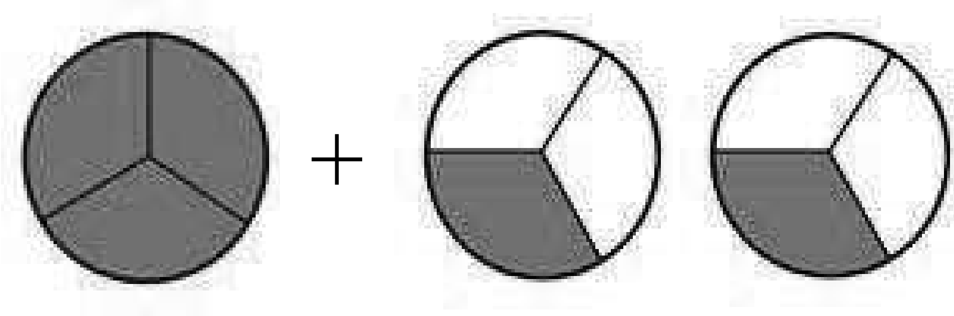
$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

Para multiplicar dos fracciones, se forma una nueva fracción que tenga por numerador el producto de los numeradores, y por denominador, el producto de los denominadores. Después, si es posible, se simplifica el resultado.

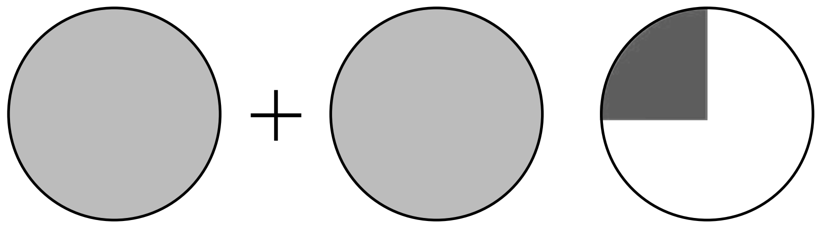
UNIDAD 7

E.T. ARITMÉTICA

La división de fracciones



$\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$ = Uno, dos tercios.



$\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$ = Dos, un cuarto

Si averiguamos cuántos enteros y unidades fraccionarias contiene una fracción impropia, decimos que hacemos la conversión de fracciones impropias a números mixtos. Se escriben los enteros y, en seguida, la fracción, y se leen como está indicado arriba.
La conversión puede realizarse a la inversa. Cuando tienes un número mixto, es preferible, en algunas ocasiones, convertirlo en fracción impropia.

Por ejemplo, 4 3/5 =

Observas que el denominador es 5, y sabes que si un entero tiene 5 quintos; 4 enteros tendrán
4X 5/5; y si a estos quintos se añaden los 3/5 más de la fracción, tendremos 23/5; luego:
3/5 =23/5

Números mixtos son los que contienen unidades enteras y fraccionarias.

Convertir una fracción impropia en número mixto es obtener los enteros y la fracción que contiene.

Convertir un número mixto en fracción impropia, equivale a saber las unidades fraccionarias que contiene.

La división de fracciones

En caso de que los números que se vayan a sumar sean mixtos, se puede operar en dos formas distintas.

a) Sumando separadamente los enteros de los números fraccionarios y agregando después a la suma de los enteros la suma de las fracciones.

$$2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{4} = 5\frac{4+3}{12} = 5\frac{7}{12}$$

b) O bien, convirtiendo cada mixto a fracción impropia y sumando:

$$2\frac{1}{3} + 3\frac{1}{4} = \frac{7}{3} + \frac{13}{4} = \frac{28+39}{12} = \frac{67}{12} = 5\frac{7}{12}$$

Resuelve:

1. $\frac{7}{8} + \frac{4}{6}$
2. $2\frac{3}{4} + 6\frac{5}{8}$
3. $\frac{9}{10} + \frac{5}{7}$
4. $\frac{6}{7} + 5\frac{8}{9}$
5. $\frac{2}{3} + \frac{4}{5}$
6. $3\frac{1}{6} + 7\frac{4}{7}$

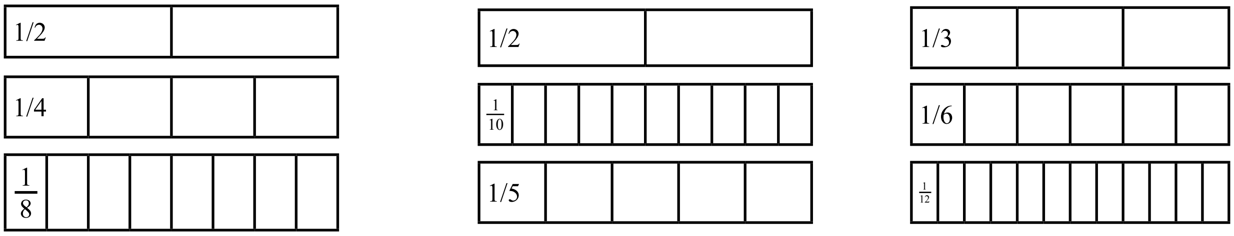
UNIDAD 7

E.T. ARITMÉTICA

Adición y sustracción de fracciones

Cálculo mental y estimación de resultados

Luis es un muchacho muy listo que suma fracciones rápidamente, ya que sabe de memoria las equivalencias. Aprendámoslas:



A Luis, su mamá le preguntó:

—¿Cuánto es $\frac{3}{8}$ y $\frac{1}{4}$ de metro de tela?

—Son $\frac{5}{8}$, mamá —contestó Luis sin titubear.

Escribamos lo que Luis hizo mentalmente.

Como sabemos que sólo se suman fracciones de igual denominación, es decir, **homogéneas**, tenemos que convertirlas a un mismo denominador, el cual, en este caso, es 8; tenemos, pues, que $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$ según nos lo dice la tabla de equivalencias. Ahora sí podemos sumar:

$$\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$$

El resultado se expresa en su forma más simple.

Siempre que queramos tener fracciones con un mismo denominador, estará en nuestra mano el convertirlas en otras equivalentes, valiéndonos de las **tablas de equivalencias.**

Podemos convertir $\frac{1}{2}$ en cuartos, en sextos, en octavos; $\frac{2}{3}$ en sextos, en doceavos; $\frac{3}{4}$ en octavos, en doceavos; $\frac{3}{5}$ en décimos, etc.

Por las equivalencias sabemos que el **común denominador:**

de $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{6}$ es 12;

el de $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{7}{8}$ es 8;

el de $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$ y $\frac{3}{10}$ es 10;

el de $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$ es 6.

Así: $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ $\quad \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$

Al hacer esta transformación encontramos que lo que hicimos fue multiplicar ambos términos de cada fracción por un mismo número:

$$\frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6} \qquad \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}$$

Cálculo mental y estimación de resultados

Resuelve los siguientes problemas:

Todos ahorraron lo mismo, y al reunir el dinero juntaron $ 2,395.50

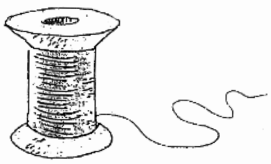
¿Cuánto ahorró cada uno?

OPERACIÓN:

RESULTADO: Cada uno ahorró $ ______

En un grupo de 47 alumnos, se repartieron por partes iguales 589.38 m de hilo para hacer un experimento.

¿Qué cantidad de hilo le correspondió a cada alumno?



OPERACIÓN:

RESULTADO: A cada uno le correspondieron ______ m

Se tiene que repartir la gasolina por partes iguales a 15 gasolineras.

¿Cuántos litros tocarán a cada una?

OPERACIÓN:

RESULTADO: A cada gasolinera le tocan ______ litros

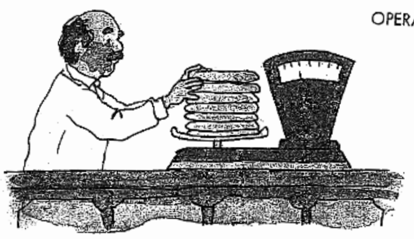
Se vendieron 250 boletos al mismo precio para una rifa.

Si el total de la venta ascendió a $ 11,625.00 ¿cuánto costó cada boleto?

OPERACIÓN:

RESULTADO Cada boleto costó $ ______

¿Cuántos kilógramos puedo comprar con $ 29.25 si el kilógramo cuesta $ 6.50?



OPERACIÓN:

RESULTADO: Puedo comprar ______ kg

UNIDAD 7	Sistemas de numeración antiguos Purépecha, Maya y Azteca, y su vinculación con los procesos sociales de su época
E.T. ARITMÉTICA	

El calendario maya

El sistema calendárico maya es un mecanismo de datación sumamente elaborado con una serie de subsistemas entrelazados. Frecuentemente, las fechas registradas en las inscripciones abarcan la mayor parte del texto. En esencia, el sistema calendárico maya registra el tiempo de dos maneras. Por un lado, el registro lineal del tiempo mediante la cuenta larga a partir de un punto o año cero (fijado mitológicamente el 13 de agosto de 3114 a.C.) y, por otro, de manera cíclica haciendo uso básicamente de dos ciclos calendáricos (el *tzolk'in* [260 días] y el *haab* [365 días]), que juntos conforman la llamada rueda calendárica).

EL *TZOLK'IN* Y EL *HAAB*

El *tzolk'in* es un ciclo de 260 días que resulta de la combinación de 13 números con veinte nombres de días. El haab es un año solar (vago) de 365 días que resulta de combinar 18 "meses" de 20 días cada uno, con 5 días extra que se agregan al final del año. El primer día del *tzolk'in* es "1 *imix*", el siguiente es "2 *ik*", luego "3 *ak'bal*" y así, sucesivamente, hasta que después de 260 combinaciones diferentes "1 *imix*" se vuelve a repetir[39].

imix	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7
ik'	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7	1	8
ak'bal	3	10	4	11	5	12	6	13	7	1	8	2	9
k'an	4	11	5	12	6	13	7	1	8	2	9	3	10
chikchan	5	12	6	13	7	1	8	2	9	3	10	4	11
kimi	6	13	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12
manik'	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13
lamat	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7	1
muluk	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7	1	8	2
ok	10	4	11	5	12	6	13	7	1	8	2	9	3
chuwen	11	5	12	6	13	7	1	8	2	9	3	10	4
eb	12	6	13	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5
ben	13	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6
ix	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7
men	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13	7	1	8
kib	3	10	4	11	5	12	6	13	7	1	8	2	9
kaban	4	11	5	12	6	13	7	1	8	2	9	3	10
etz'nab	5	12	6	13	7	1	8	2	9	3	10	4	11
kawak	6	13	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12
ajaw	7	1	8	2	9	3	10	4	11	5	12	6	13

Tabla IX: Secuencia de los días en el *tzolk'in*.

En el calendario *haab*, cada "mes" se mantiene por veinte días, excepto por el periodo de cinco días al final del año conocido como *wayeb*. El primer mes maya es *pop*, el día que sigue a "1 *pop*" es "2 *pop*", luego "3 *pop*", etc. hasta que después de 365 días, "1 *pop*" vuelve a suceder. El inicio del mes se denomina "asiento" del mes, y después de 19 días *pop* se completa y el siguiente mes (wo) toma su "asiento".

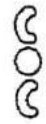
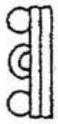
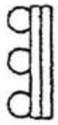
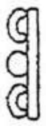
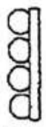
Nº	maya clásico	notacional	variantes de cabeza.	Nº	maya clásico	notacional	variantes de cabeza.
0	mih?/ minan?			10	lajun		
1	jun			11	buluch/ buluk		
2	cha'			12	lajunchan?		
3	ux/ ox			13	uxlajun/ oxlajun		
4	chan/ kan			14	chanlajun		
5	ho'			15	ho'lajun		
6	wak			16	waklajun		
7	huk			17	huklajun		
8	waxak			18	waxaklajun		
9	balun?			19	balunlajun?		

Tabla VIII: Números de barras y puntos y sus variantes de cabeza, de cero a diecinueve (los dibujos de las variantes de cabeza cortesía de John Montgomery).

UNIDAD 7

E.T. ARITMÉTICA

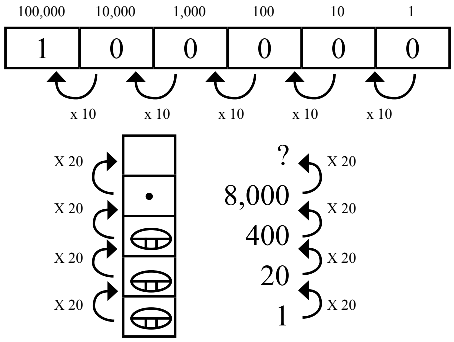
Números mayas

Responde.

1) ¿Recuerdas que el número de sistema decimal aumenta una posición más, a medida que se multiplica por 10?

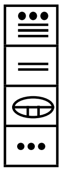
2) ¿Recuerdas que el número maya aumenta una posición más, a medida que se multiplica por 20?

3) ¿Qué valor tendrá la posición que sigue de 8,000?



En la numeración maya, se puede encontrar el valor de posición, si multiplicas por 20 el valor de la posición anterior.

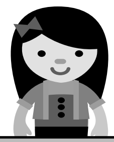
Descifra el siguiente número maya en número decimal.



Como la cuarta posición tiene valor de 8,000, si hay trece en esa posición...

13 x 8,000	+	10 x 400	+	0 x 20	+	3 x 1	=
cálculo de cuarta posición		cálculo de tercera posición		cálculo de segunda posición		cálculo de primera posición	

¿Recuerdas que el convertir un número maya en un número de sistema decimal se le llama descifrar?



Para descifrar un número maya, se multiplica el valor de cada posición por el número que está en esa posición y luego se suman todos los resultados de la multiplicación.

Escribe 149,000 en número maya.

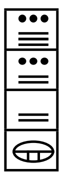
Recuerda que, para convertir un número de sistema decimal en número maya debes dividir entre el valor de posición más alto y el cociente va en esa posición.

149,000 ÷ 8,000 + = 18 residuo 5,000

5,000 ÷ 400 = 12 residuo 200

200 ÷ 20 = 10

Como ya no hay residuo...



El valor de posición más alto sería 8,000 porque la siguiente posición es 160,000 y esa ya sobrepasa al número.

Para convertir un número de sistema decimal en un número maya, se puede hacer de la siguiente manera:

1) Dividir el número entre el valor de posición más alto y el cociente va en la misma posición, donde corresponde el valor.

2) Dividir el residuo de la primera división entre el valor de la posición que sigue y el cociente va a ese lugar.

3) Seguir dividiendo los residuos hasta que no haya residuo.

Responde:

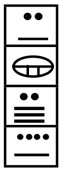
1) ¿Qué valor tendrá la posición después de 160,000?

2) ¿Y la siguiente?

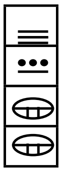
Escribe 200,000 en número maya.

3) descifra.

a)



b)



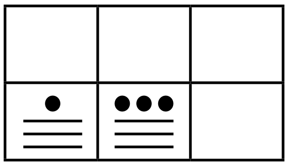
Lee y resuelve.
En la sección A de sexto grado hay  niños y  niñas.
¿Cuántos alumnos hay en total?

Planteamiento: 

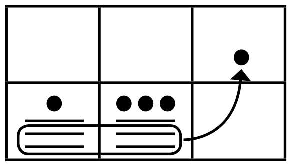
Parece que el resultado pasa a 20, y eso implica llevar a la siguiente posición.

Aprende cómo se realiza la suma:

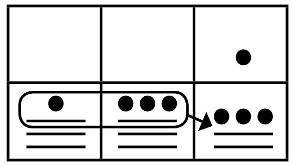
Paso 1
Escribir los sumandos en el cuadriculado.



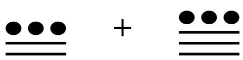
Paso 2
Suma los números. Como puede formar 20, lleva a la segunda posición.



Paso 3
Sumar los sumandos sobrantes.



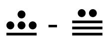
Realiza las sumas.

1) 

2) 

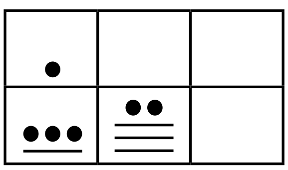
3) 

Lee y resuelve.
En la sección B de sexto grado hay  niñas y  niños
¿Cuántas niñas más hay?

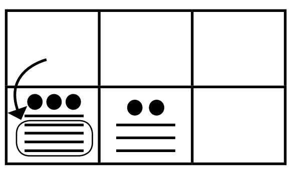
Planteamiento: 

Aprende cómo se realiza la resta:

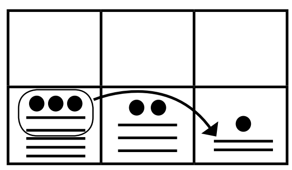
Paso 1
Escribir el minuendo y sustraendo en el cuadriculado.



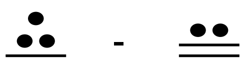
Paso 2
Como no se puede restar en la primera posición, presta 20 a la primera posición.

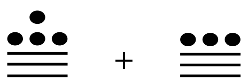


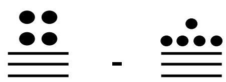
Paso 3
Restar. Recuerda que puedes restar puntos con puntos y barras con barras.



Realiza las restas.

1) 

2) 

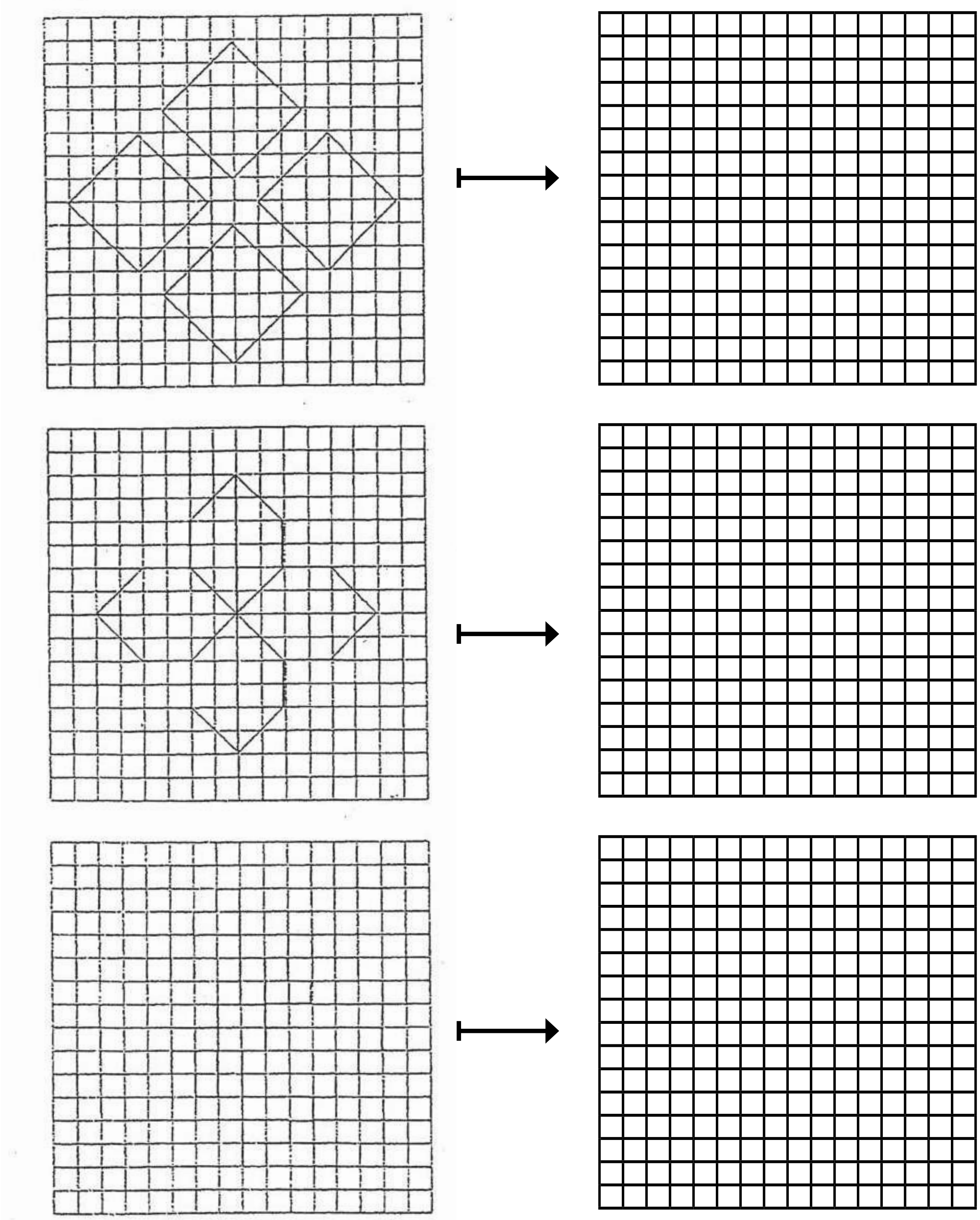
3) 

UNIDAD 7

E.T. GEOMETRÍA

Dibujo a escala

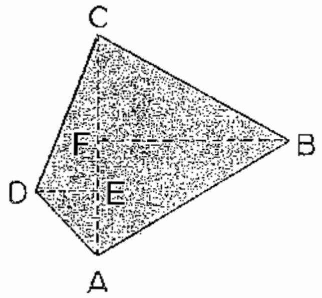
> Reproduce las figuras y coloréalas



Haz paralelogramos de papel, córtalos por su diagonal y di qué clase de triángulos obtuviste.

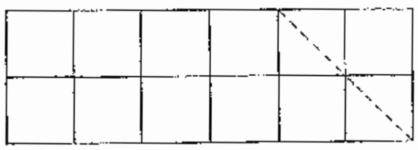
Dibuja un trapezoide. Como es irregular, para obtener su área traza una diagonal y quedará dividido en dos triángulos de diferente tamaño.

Utilizando la **diagonal** AC como base de ambos triángulos, se trazan perpendiculares a la base desde los vértices B y D y resultarán las alturas DE y BF.



Se obtiene el área del triángulo ACD; luego la del triángulo ABC. Se suman las áreas de los dos triángulos y se tiene la del trapezoide.

Traza en una hoja de papel un rectángulo de 6 centímetros de base por 2 de altura. Marca en él los 12 centímetros cuadrados que tiene su área.

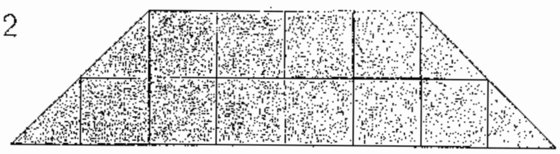


Recórtalo por la línea de puntos y separa el triángulo señalado, como está indicado en el dibujo. Coloca el triángulo separado junto al otro extremo del rectángulo. ¿Qué clase de cuadrilátero resultó?

Las dos paralelas del trapecio son de diferente tamaño. Utilicemos la letra B para nombrar la **base mayor,** y b, para la **base menor.**

Como para obtener el área se necesita una sola base, sumamos las dos, sacamos la mitad y luego multiplicamos por la altura:

$$\frac{8 + 4}{2} \times 2 = 6 \times 2 = 12$$



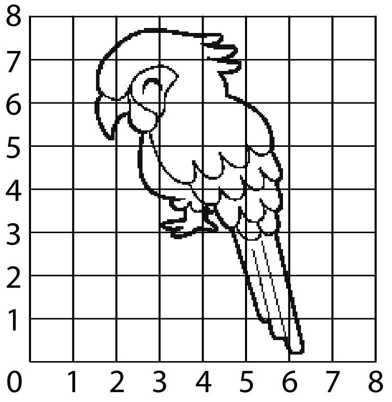
La fórmula la expresamos así: $A = \dfrac{B + b}{2} \times a$

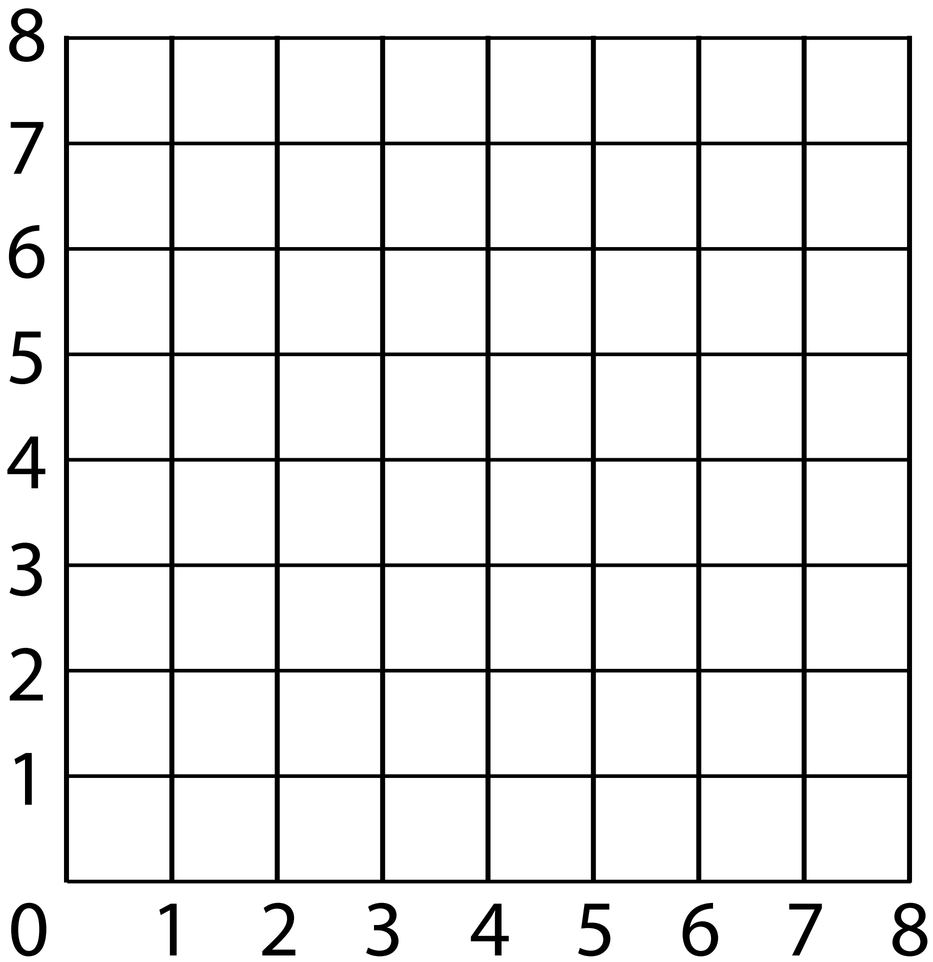
Compara el rectángulo con el trapecio. Cuenta los cuadritos del trapecio. ¿Verdad que lo entendiste?

UNIDAD 7

E.T. GEOMETRÍA

Dibujo a escala





UNIDAD 7

E.T. ÁLGEBRA

Relaciones y funciones numéricas

El concepto de **relación** surge de manera natural en el análisis de un sistema.
Un ejemplo, en los números Naturales se establece la relación de mayor o menor que mediante esta relación **R**, el número 2 se relaciona con el 3: 2 es menos que 3, pero no así al contrario (3 no es menor que 2).
Una relación es binaria cuando se establece entre dos objetos. Un ejemplo: R: $x < y$.

Las relaciones se pueden clasificar en relaciones de equivalencia y de orden y, tienen tres propiedades: reflexiva, simétrica y transitiva.

Investiga y registra en tu cuaderno:

1. ¿Por qué es importante estudiar álgebra?
2. ¿Cuál es el campo de estudio del álgebra?
3. ¿En dónde y de qué manera se aplica el álgebra?
4. Con lo que investigaste define qué es el álgebra.

Función numérica.

Damos el nombre de función numérica cuando se establece una relación entre dos conjuntos de números. Intuitivamente una función es una regla que asocia elementos de un conjunto A con elementos de un conjunto B de modo que el elemento del conjunto A se asocia con uno y sólo un elemento del segundo conjunto.

Dominio de una función es el conjunto de los valores que puede tomar x o que toma x para que exista la función.
Codominio o rango de una función es el conjunto de los valores que se obtienen al sustituir los valores del dominio en la función.

Registra en tu cuaderno algunos ejemplos de funciones.

UNIDAD 7

E.T. MEDICIÓN

Medidas de volumen

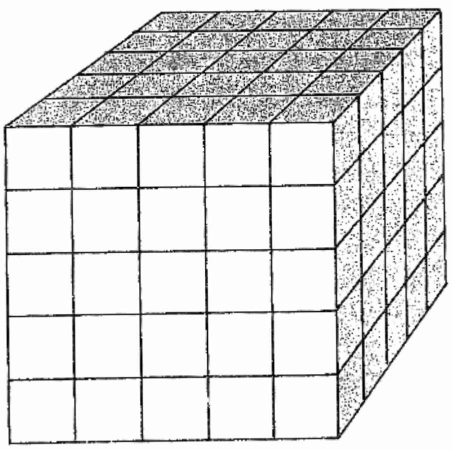
La nevada cubrió una superficie de 32 km^2 ¿Cuántos hm^2 fueron cubiertos por la nieve?

Multiplicamos por 100 y obtenemos 3,200 hm^2

MEDIDAS DE VOLUMEN

¿Conoces esos dados que se dan a los niños para que conozcan las letras? Es probable que hayas jugado varias veces con ellos. Mira aquí un cubo que te los recuerda. Tiene sus aristas de un **centímetro lineal** y sus caras de un **centímetro cuadrado.** Si fuera hueco, el espacio que contiene —a esto se llama **volumen**— lo podríamos llenar de agua, de arena, de gas, etc.

El volumen de este cubito es un **centímetro cúbico.**



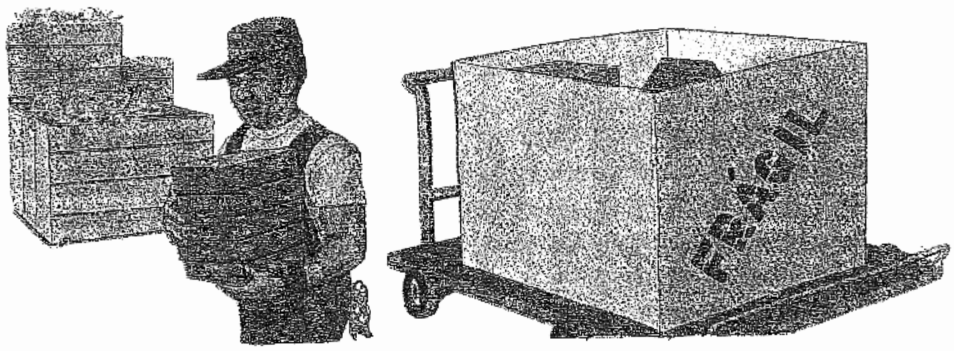
Este cubo tiene 5 cm de arista y su volumen es de 125 centímetros cúbicos, o sea, la octava parte de un decímetro cúbico.

¿Cuántos centímetros cúbicos forman un decímetro cúbico?

Si ocho de tus compañeros hacen, cada uno, un cubo igual al que está abajo de la página 81, pueden formar un decímetro cúbico con los ocho cubos obtenidos y comprobar que un **decímetro cúbico** equivale a 1 000 **centímetros cúbicos.**

Si el metro cúbico es igual a mil decímetros cúbicos, y el decímetro cúbico igual a mil centímetros cúbicos, ¿qué relación guardan entre sí las unidades de volumen en nuestro sistema decimal?

¿Has visto las cajas grandes en las que una fábrica empaca 100 rollos de papel? Sus aristas son aproximadamente de un metro lineal, y sus caras, de 1 m^2. El volumen de esas cajas es de un metro cúbico.



¿Cuántos m^3 de aire contiene un cuarto que tiene 4 m de largo, 3 de ancho y 3 de alto?

$$4 \times 3 \times 3 = 36 \ (36 \text{ m}^3)$$

¿Y un salón de clase de 9 m de largo, 6 de ancho y 3 de alto?

$$9 \times 6 \times 3 = 162 \ (162 \text{ m}^3)$$

Símbolos	Equivalencias
metro cúbico = m^3	1 metro cúbico = 1,000 dm^3
decímetro cúbico = dm^3	1 decímetro cúbico = 1,000 cm^3
centímetro cúbico = cm^3	

Unidades de volumen

Como es sabido, estas unidades tienen un valor de 1,000 y aumento o disminución será consecuente de 1,000 x 1,000, ocupando para esto *tres cifras* cada unidad.

■ Convertir 4.512 m^3 a dm^3. Se logra multiplicando por mil a la cantidad, porque de m^3 a dm^3 hay un lugar.

$$4.512\ m^3 = 4{,}512\ dm^3$$

■ Convertir 5.8 m^3 a cm^3. Se multiplica por un millón a la cantidad, porque de m^3 a cm^3 hay dos lugares $(1{,}000 \times 1{,}000)$.

$$5.8\ m^3 = 5{,}800{,}000\ cm^3$$

■ Convertir 4,256 dm^3 a m^3. Hay una separación de un lugar hacia la izquierda, $m^3\ \underbrace{\ }\ dm^3$, pero como tienen un valor de 1,000, el punto será recorrido tres cifras por cada lugar en las medidas de volumen.

$$4{,}256\ dm^3 = 4.256\ m^3$$

■ Convertir 14.28 mm^3 a dm^3. Existe una separación de dos lugares, $dm^3\ \underbrace{\ }\ cm^3\ \underbrace{\ }\ mm^3$, o sea que habrá que dividir entre 1,000,000.

$$14.28\ mm^3 = .00001428\ dm^3$$

EJERCICIOS DE AFIRMACIÓN

Efectúe las siguientes conversiones con medidas de volumen:

1. 5.318 m^3 a dm^3
2. 7.28 dm^3 a mm^3
3. .46547 dm^3 a cm^3
4. 6.25 cm^3 a mm^3
5. 7.4867 m^3 a mm^3
6. 4,328 dm^3 a m^3
7. 6,819,454 cm^3 a m^3
8. 472.5 cm^3 a dm^3
9. 4.5 m^3 a dm^3
10. 525 mm^3 a cm^3

En las *medidas de volumen* se deben tomar *tres cifra*s para cada unidad, ya que las unidades valen 1000. Cuando en las cifras decimales no se completan las tres cifras, para leer correctamente la cantidad de agregan ceros.

Ejemplos:

12.025	m^3	se lee:	12 metros cúbicos, 25 decímetros cúbicos.
208.6	dm^3	se lee:	208 decímetros cúbicos, 600 centímetros cúbicos (agregando dos ceros para cubrir las tres cifras de los centímetros cúbicos)
4.15	cm^3	se lee:	4 centímetros cúbicos, 150 milímetros cúbicos.
60.0032	m^3	se lee:	60 metros cúbicos, 3,200 centímetros cúbicos (003 ocupan el lugar de los decímetros cúbicos que por abarcar tres cifras se le agregan dos ceros).

EJERCICIOS DE AFIRMACIÓN

Lea correctamente las siguientes cantidades:

1. 4.5 m^3
2. 3.185 dm^3
3. .250 m^3
4. 5.250 cm^3
5. 5.125 dm^3
6. .55 m^3
7. 2.125618 m^3
8. 345.265 dm^3
9. 12.5 cm^3
10. 3.205085 dm^3

UNIDAD 7

E.T. PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Gráfica de barras

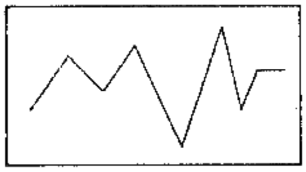
Gráficas

Se llaman gráficas los dibujos mediante los cuales se representan las variaciones que existen entre las magnitudes que intervienen en un fenómeno físico o social. A una gráfica también se le puede llamar *diagrama*.

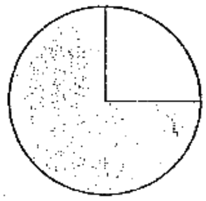
Se pueden hacer gráficas de diferentes tipos:

—gráfica de barras

—gráfica poligonal o lineal



—gráfica circular

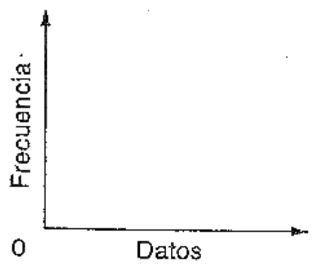


Gráfica de barras. Este tipo de gráfica, junto con la gráfica de figuras o pictograma, es el que más se utiliza en la escuela primaria.

Las barras pueden presentarse en forma horizontal o vertical, y deben ser todas del mismo ancho. Para interpretar la gráfica con más claridad, es aconsejable dejar un pequeño espacio entre una barra y otra, aunque también pueden dibujarse sin dejar espacio entre ellas, y en este caso se utilizan diferentes colores para que resalten.

Para hacer una gráfica que no sea circular, trazamos un cuadrado o un rectángulo, tomando en cuenta el área necesaria para registrar los datos ya obtenidos, y que ya estarán organizados.

En el lado izquierdo de la gráfica, en forma vertical, se suele anotar la palabra *frecuencia*, que se refiere al número de veces que se repite una situación o un fenómeno, y en forma horizontal, los *datos* obtenidos.

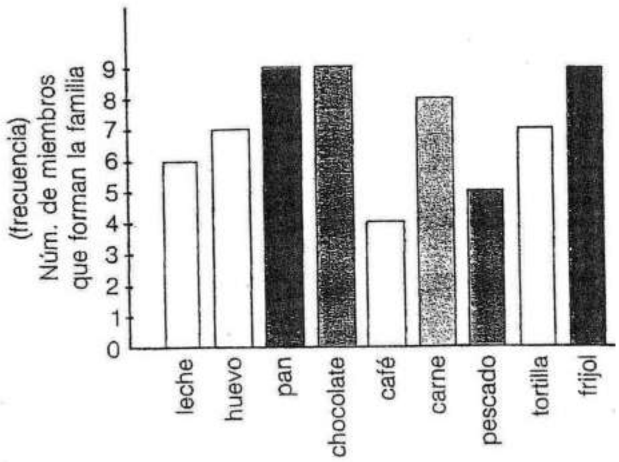


Un sencillo ejemplo de una gráfica de barras, que puede hacer en compañía de su hijo, es el siguiente:

En una casa ocupada por una familia de 9 miembros se hace una encuesta sobre 9 productos alimenticios. La pregunta es: ¿cuáles son los que te gustan?

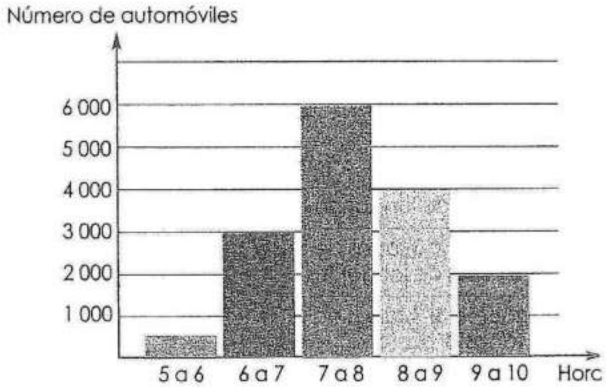
En la gráfica de barras esto quedaría así:

Los datos obtenidos fueron los siguientes:
leche: ///// / = 6
huevo: ///// // = 7
pan: ///// //// = 9
chocolate: ///// //// = 9
café: //// = 4
carne: ///// /// = 8
pescado: ///// = 5
tortilla: ///// // = 7
frijol: ///// //// = 9



Analiza la gráfica y responde.

En la gráfica se observa el número de automóviles que circularon por la avenida de una ciudad en las primeras horas de la mañana de un día.



a. ¿Cuántos automóviles circularon de 5 a 6 de la mañana? __________

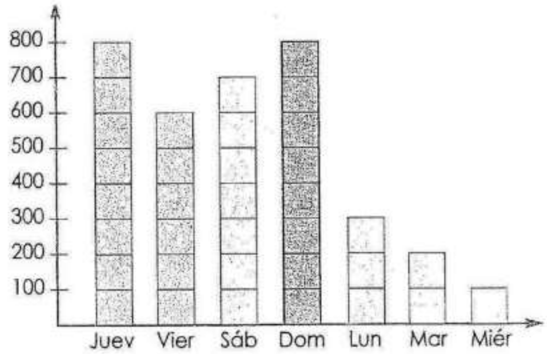
b. ¿A qué hora circularon más automóviles? __________

c. ¿Por qué crees que de 7 a 8 circularon más automóviles? __________

d. ¿Cuántos automóviles circularon de las 5 a las 10 de la mañana? __________

Analiza la gráfica y contesta.

Personas que asistieron a la sala de un cine para ver una película, a partir del día que se estrenó.



R.M.

a. ¿Cuántas personas asistieron el día del estreno? __________

b. ¿Por qué crees que el domingo asistió tanta gente como el jueves? __________

c. ¿Cuánta gente crees que asista una semana después del estreno? __________
¿Por qué lo crees así? __________

UNIDAD 7	
E.T. GEOMETRÍA	

Modelos de escaleras de una casa




Traza tu propio modelo.

Unidad 8




“LA EDUCACIÓN PÚBLICA, GRATUITA E INTEGRAL EN MÉXICO”

UNIDAD 8

Palabras y conceptos

EJE TEMÁTICO	PALABRAS CLAVE	CONCEPTOS
LÓGICA Y CONJUNTOS	• Conversión • Regla • Cualidad • Invariable • Agrupación	**Conversión** Cambio de una cosa por otra. Es la sustitución de los términos entre sí o dicho más claramente, cambiar el sujeto por el predicado.
ARITMÉTICA	• Divisor • Dividiendo • Cociente • Residuo • Cruz	**Divisor** Que está contenido en otra cantidad un número exacto de veces.
GEOMETRÍA	• Octágono • Área • Figura • Dimensión • Arco	**Área** Superficie acotada, que se distingue de lo que la rodea.
ÁLGEBRA	• Simétrica • Término • Raíz • Cociente notable • Traspuesta	**Raíz** Cantidad que tomada como factor cierto número de veces, da como producto una cantidad determinada.
MEDICIÓN	• Córdova • Guaraní • Sol • Bolívar • Won	**Bolívar** Unidad monetaria de Venezuela.
PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA	• Muestra • Compilar • Diseño • Edad • Estimar	**Muestra** Parte o porción extraída de un conjunto por métodos que permiten considerarla como representativa de él.

UNIDAD 8

E.T. LÓGICA Y CONJUNTOS

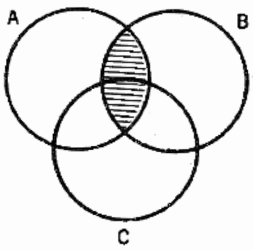
Operaciones con conjuntos. Ejercicios de repaso

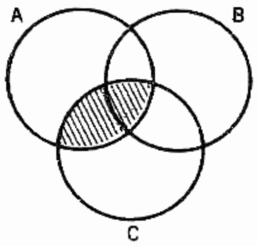
La intersección de dos o más conjuntos puede obtenerse con los mismos procedimientos. A continuación se presenta un ejemplo en el cual pueden observarse con toda claridad: primero las intersecciones entre los dos conjuntos y después la intersección entre los tres conjuntos.

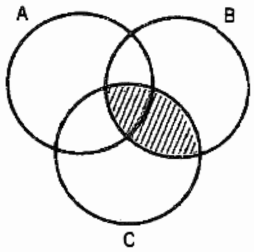
Sean $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; $B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$; $C = \{3, 6, 9, 12, 15\}$

Intersecciones:

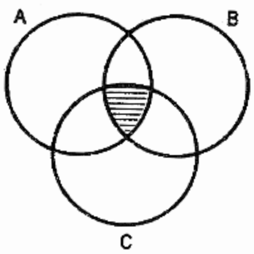
$A \cap B = \{2, 4, 6\}$ $A \cap C = \{3, 6\}$ $B \cap C = \{6, 12\}$







$A \cap B \cap C = \{6\}$



EJERCICIOS DE AFIRMACION

Proponga cinco universos y haga proposiciones abiertas en las cuales intervenga el cuantificador "ninguno" al hacerse verdaderas. Exprese los conjuntos que se forman por extensión y con el signo 0.

Si en una multiplicación se reemplazan dos o más factores por su producto efectuado, el producto total no varía.

En efecto: $(3 \times 2) \times 5 = 3 \times (2 \times 5)$

si: $a \cdot b \cdot c = p$
y: $b = x \cdot y$
entonces: $a \cdot x \cdot y \cdot c = p$

Operaciones con conjuntos. Ejercicios de repaso

Determinemos ahora el valor de verdad de las proposiciones lógicas de la primera lista de proposiciones, es decir, señalemos si cada una de ellas es verdadera (V) o falsa (F):

Proposición Lógica	Valor de verdad	Razones
Los cuadriláteros son figuras de tres lados	F	Tienen cuatro lados
El ratón no es un roedor	F	Si es roedor
5 +8= 8+5	V	Aplicación de la propiedad conmutativa de la suma
El área de un rectángulo se obtiene con la fórmula $\frac{b \times h}{2}$	F	La fórmula correcta es: b x h
La yarda es una medida inglesa	V	Se trata de un hecho empírico
3 es la mitad de 9	F	Es la tercera parte de 9

Represente simbólicamente, por extensión, los siguientes conjuntos:
1.- Las estaciones del año.
2.- Los miembros de su familia.
3.- Los países del continente americano.
4.- Los planetas del Sistema Planetario Solar.
5.- Los números pares hasta el 20.
6.- Los múltiplos de 5.
7.- Los múltiplos de 11.

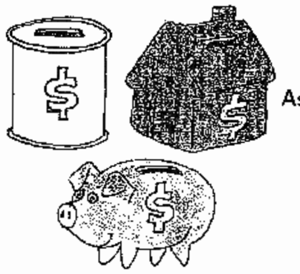
Escriba en la libreta de notas si los siguientes conjuntos son iguales o son diferentes, haciendo las representaciones por diagramas de Venn.

1.- A= {rojo, azul, blanco, verde}; B= {blanco, verde, rojo, azul}
2.- M= {rojo, azul, verde}; N= {rojo, azul, verde, blanco}
3.- P= {2, 4, 6, 8, 10}; Q= {8,10,2,6,4}
4.- C= {3, 6,9,12,15}; D= {6, 12, 18, 24,30}
5.- E= {1, 2, 3,5, 7, 11, 13,} F= {6, 12, 18 , 24, 30}

La división

División con decimales

Hay que repartir $ 231.60, equitativamente, en 3 alcancías.



$ 1.00 = 100 ¢
$ 231.60 = 23 160 ¢

Así:

```
   7720
3 │23160
   21
    06
     00
```

O así:

```
   77.20
3 │231.60
   21.
    0.6
     00
```

A cada una 7 720 ¢ = $ 77.20.

Resuelve:

6 │35492.10

23 │821070.33

345 │230038.065

69 │79051.782

¿Cuál es el factor perdido? Calcúlalo.

32 × ________ = 3 160.32

32 │3160.32

________ × 65 = 66 319.760

65 │66319.760

Un metro de cable cuesta \$ 14.40. ¿Cuánto cable me dieron si me cobraron \$ 115.20?

Observa:

Así:

\$ 14.40 = 1 440 ¢

y \$ 115.20 = 11 520 ¢

$$1440 \overline{\smash{)}11520} = 8 \quad \text{residuo } 0000$$

O así:

$$14.40. \overline{\smash{)}115.20.} = 8. \quad \text{residuo } 0000$$

2 lugares — 2 lugares

Me dieron 8 metros.

Resuelve:

4.5 ⌈ 19.440   2.16 ⌈ 21.168   0.745 ⌈ 5.960   3.09 ⌈ 236508.6

1.269 ⌈ 454.302   24.5 ⌈ 3062.5   0.38 ⌈ 19.76   34.2 ⌈ 2154.6

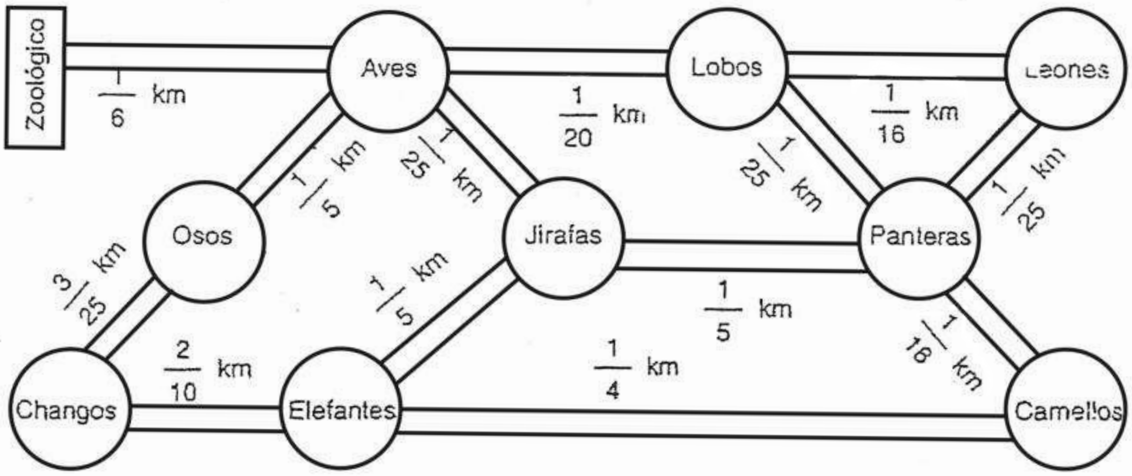
¿Cuál es el factor perdido? Calcúlalo.

5.3 × ________ = 6.519   0.82 × ________ = 80.934

5.3 ⌈ 6.519   0.82 ⌈ 80.934

Adición y sustracción de fracciones

Observa el croquis y haz lo que se pide.



- Calcula la distancia que se recorre de:

Donde están las aves a donde están los lobos y de ahí a donde están las panteras.

$\frac{1}{20} + \frac{1}{25}$ mcm (20, 25) $\boxed{100}$ $\frac{1}{20} + \frac{1}{25} = \frac{5}{100} + \frac{4}{100} = \frac{9}{100}$ km

Donde están las aves a donde están las panteras, pasando por donde están las jirafas.

— + — mcm (,) — + — = — + — = — km

Donde están los changos a donde están las aves, pasando por donde están los osos.

— + — mcm (,) — + — = — + — = — km

Donde están los elefantes a donde están las jirafas y de ahí a donde están las panteras.

— + — mcm (,) — + — = — + — = — km

Donde están las aves a donde están los leones, pasando por donde están los lobos.

— + — mcm (,) — + — = — + — = — km

Donde están los changos a donde están los elefantes y de ahí a donde están los camellos.

— + — mcm (,) — + — = — + — = — km

UNIDAD 8

E.T. ARITMÉTICA

Cálculo mental y estimación de resultados

Cálculo mental y estimación de resultados.
¿Cuántos botes se podrán llenar?

Operación

RESULTADO. Se podrán llenar_____ botes.

La moto de Cuauhtémoc recorre 35.5 km
Con cada litro de gasolina, ¿cuántos litros necesita parta recorrer 444.78 km?

Operación

RESULTADO. Necesita_______ litros.

Para hacer un corral, Jaime coloca postes cada 2.5 m. Si ha recorrido 85 m, ¿cuántos postes ha colocado?


Operación

RESULTADO. Ha colocado _____ postes.

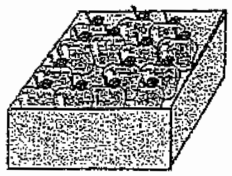
Alejandro ha trabajado 9 jornadas de 6 horas y 45 minutos cada una.
¿Cuál es el tiempo total trabajado?

Operación

RESULTADO. Tiempo total trabajado _____ días, _____ horas y _____ minutos.

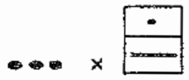
Sistemas de numeración antiguos Purépecha, Maya y Azteca, y su vinculación con los procesos sociales de su época

Lea y escriba el planteamiento.



Jeremías tiene cajas de manzanas. En cada caja hay manzanas. ¿Cuántas manzanas tiene en total?

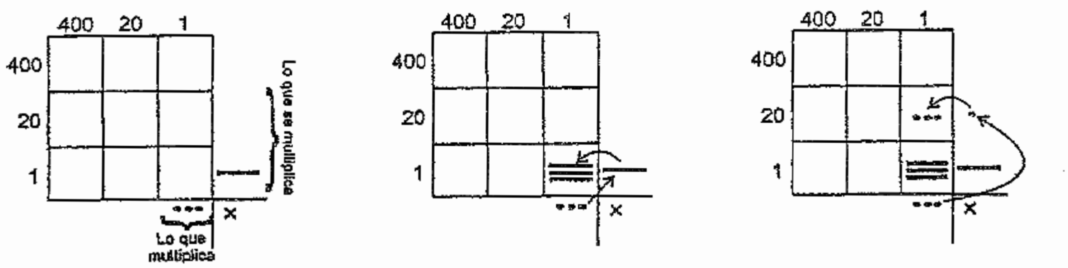
Planteamiento:



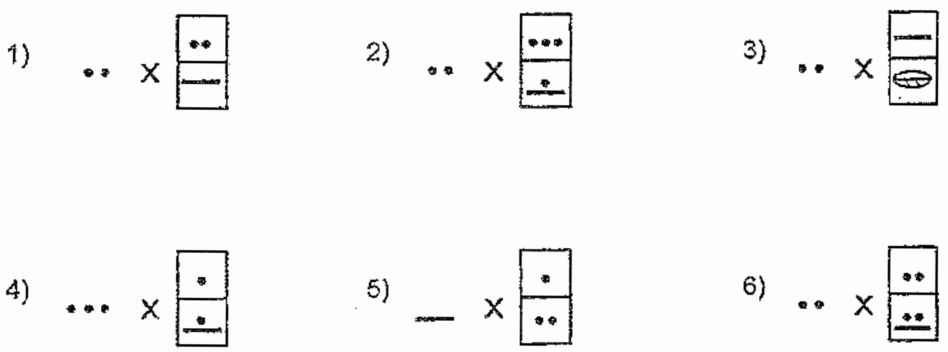
Paso 1
En un cuadriculado, escribir los números que se multiplicarán.

Paso 2
Multiplicar los números en primera posición y escribir el resultado.

Paso 3
Multiplicar los números en segunda posición y escribir el resultado.



Realice las multiplicaciones.



UNIDAD 8

E.T. ARITMÉTICA

Números aztecas

Para los aztecas la forma de contar consistía en representar a la unidad mediante un punto; con una raya se agrupan los puntos de cinco en cinco. En cada posición o bloque se encontraban hasta 20 y con la ayuda de una bandera, el cabello o la bolsa colocados a la izquierda se agrupaban cantidades mayores. El triángulo con cabello representa tantos como 20 × 20 = 400, la bolsa representa 20 × 20 × 20 = 8 000. La unidad se puede representar también con un dedo.

Para encontrar el número representado, primero se multiplica el número de figuras de un mismo tipo por el valor correspondiente a la posición que ocupan y en seguida se suman los resultados.

En un principio, los aztecas contaban únicamente con puntos. Su sistema de conteo fue evolucionando poco a poco, agrupando estos puntos mediante el empleo de rayas y utilizando símbolos de objetos muy usados para representar cantidades mayores. Estos símbolos fueron la bandera, el puñado de cabellos que cabían en la mano y la bolsa que representaba el número de granos de maíz que contenía; todos ellos objetos concretos.

Por otro lado, quien maneja el sistema vigesimal aumenta su poder de abstracción, y fue este hecho el que les permitió a los aztecas desarrollar una ciencia astronómica que aún en nuestros días es considerada realmente impresionante.

Los aztecas inventaron un calendario para la medición del tiempo en días, meses y años tan exacto que los actuales aparatos de medición del tiempo han encontrado solamente una ligera variación de segundos al efectuar la comparación entre ambos métodos.

El sistema de numeración azteca contiene los siguientes elementos:

1 5 10 15 20 80 400 8 000

Así, por ejemplo, la cantidad 1 501 se escribe como:

3 × 400 + 15 × 20 + 1

UNIDAD 8

E.T. GEOMETRÍA

Escala

Polígonos a escala

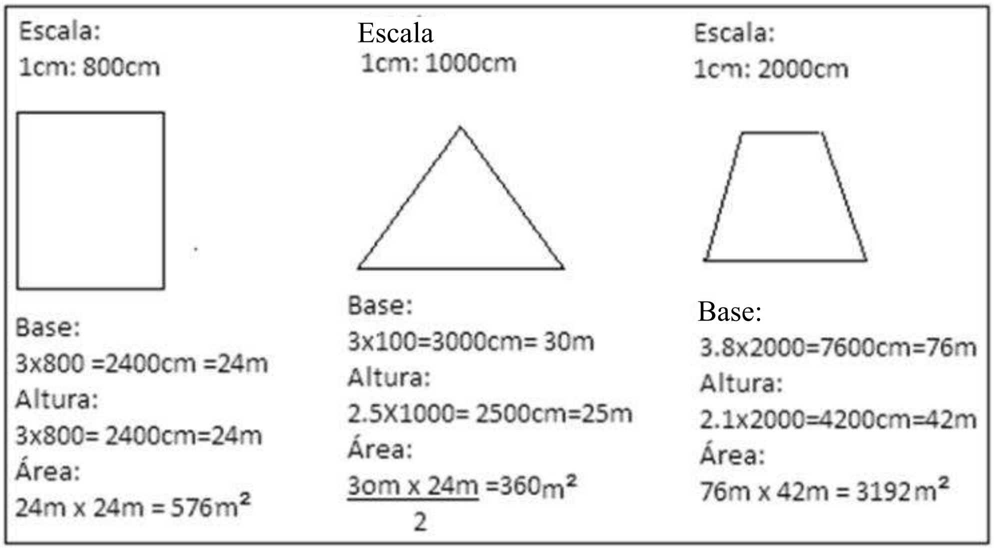
La siguiente figura es una reproducción a escala de un terreno rectangular. Cada centímetro de la figura a escala equivale a 5 metros de la original.

Escala:
1cm= 500cm

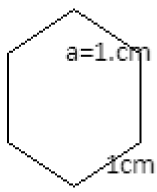
Medidas del terreno:
Base (b) 5x 500cm = 25m
Altura (h) 3x 500= 15m

Área del terreno = base x altura
Área del terreno = 25 x 15 = 372 metros cuadrados

Observa las figuras a escala y calcula el área de los terrenos que representan. Utilizando tu regla para medir las figuras.



Resuelve el problema en tu cuaderno.
La figura en una reproducción a escala de una fuente. Cada centímetro representa 300 cm de la fuente original. ¿Cuál es el área de la fuente?



Perímetro:	Apotema:	Área:
1x 300=	12 x 300=	24m x 3.60m
300cm=3m	360cm=	2
3mx 8m= 24m	3.60m	

UNIDAD 8

E.T. GEOMETRÍA

Ángulos

Dos hermanitas japonesas cogen su abanico, sostienen una de las dos varillas extremas y hacen girar la otra para formar con él los ángulos **agudos, rectos** y **obtusos** que estudiaron en la escuela.

—Éste es recto —dijo una.

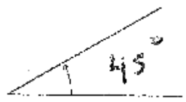
—No —contestó la otra—, todavía no. Es agudo. Comprobémoslo y lo verás.

Y tomando su transportador, lo colocó sobre el abanico, y dijo muy segura:

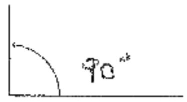
—85 grados. ¿Ves? Es agudo.

—Ganaste —contestó la primera—. Ahora, dibujemos en el cuaderno:

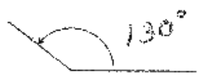
Ángulo agudo es el que mide menos de 90°



Ángulo recto es el que mide 90°



Ángulo obtuso es el que mide más de 90° y menos de 180°



Su hermana observó:

—El ángulo recto lo tenemos que trazar con la escuadra, para estar seguras; pues si tiene 89 grados o 91, **ya no es recto,** por más que a primera vista así lo parezca.

—Midamos con el transportador los ángulos que hicimos.

Su hermana, que veía atenta, dijo:

—Hiciste un lado más grande que el otro.

—No importa. Ya sabes que lo que se mide es el giro que hace una línea al desprenderse de la otra, sea cual fuere el tamaño de los lados.

Como las japonesitas, mide tú también algunos ángulos, poniéndoles en el **vértice** una letra. ¿Sabes cuál es el **vértice?** Es el punto donde se encuentran las dos líneas rectas.

UNIDAD 8

E.T. ÁLGEBRA

Leyes de los signos: suma, resta, multiplicación y división

Las leyes o reglas de los signos de las operaciones básicas, resume el comportamiento del producto de números positivos y negativos. El producto de dos números positivos es evidentemente un número positivo, igualmente puede argumentarse intuitivamente que el producto de un número negativo por un positivo es negativo. Menos intuitivo es el hecho de que el producto de dos números negativos es un numero positivo.

La regla de signos se expresa en la suma y resta de la siguiente manera:

1. Si los números tienen el mismo signo se suma y se deja el mismo signo.

$3 \pm 5 = 8$
$(-3) \pm (-5) =-2$

2. Si números tienen distintos signo, se resta y al resultado se le coloca el signo del número con mayor valor absoluto.

$-3 \pm 5 = 2$

$3 \pm (-5) =-2$

Las reglas de los signos en la multiplicación y división se expresa mediante cuatro partes:

(±) (±) = (±) (El producto de dos números positivos es positivo).
(-) (-) = (±) (El producto de un número negativo y un número negativo es positivo).
(±) (-) = (-) (El producto de un número positivo y uno negativo es negativo).
(-) (±) = (-) (El producto de un número negativo y uno positivo es negativo).

Ejemplo aplicando las reglas de los signos:

$2 \times 5 = 10$ $\qquad$ $10 \div 5 = 2$

$(-2) \times (-5) = 10$ $\qquad$ $(-10) \div (-5) = 2$

$2 \times (-5) = -10$ $\qquad$ $10 \div (-5) = -2$

$(-2) \times 5 = 10$ $\qquad$ $(-10) \div 5 = -2$

Comenta con el grupo sobre este tema, elabora con cartoncillo y plumones un *dominó* utilizando las reglas de los signos, diviértete y aprende con tus compañeros.

UNIDAD 8

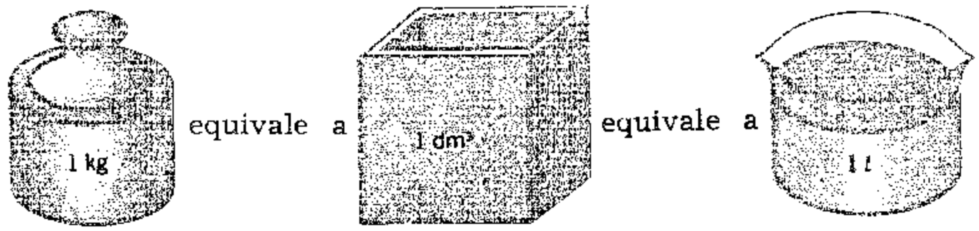
E.T. MEDICIÓN

Medidas de capacidad

Para saber la cantidad de líquido que puede contener un recipiente se utilizan las medidas de capacidad cuya unidad fundamental es el *litro*, que tiene por símbolo l.

El *litro* es igual al volumen que ocupa un kg de agua destilada a la temperatura de 4° C, presión atmosférica normal (760 mm). Prácticamente, el litro es igual a la capacidad de un *decímetro cúbico*.

Esa cantidad de líquido puede estar envasada en un recipiente cualquiera sin importar su forma.



Estas medidas aumentan y disminuyen de 10 en 10 debido a que su unidad es la *milésima* parte de un metro cúbico. Imaginemos un cubo de un metro por arista (*metro cúbico*): si se desea llenarlo a base de cubos de un decímetro por arista (*litros*), se llegará al *decalitro* (nueva unidad); para poder llenar una línea, un *hectolitro* (nueva unidad); 100 litros, para llenar su base, pero para llenarlo en toda su capacidad se necesitará un *kilolitro*, o sea, 1,000 litros.
Los múltiplos y submúltiplos del litro son:

Nombre	*Símbolo*	*Valor*
Kilolitro	kl	1 000 *l*
Hectolitro	hl	100 *l*
Decalitro	dal	10 *l*
LITRO	l	1 *l*
Decilitro	dl	.1 *l*
Centilitro	cl	.01 *l*
Mililitro	ml	.001 *l*

EJERCICIOS SOBRE MEDIDAS DE CAPACIDAD

La unidad de las medidas de capacidad es el LITRO. Un litro es el líquido contenido en un DECÍMETRO CÚBICO: un decímetro (10 cm) de largo × 1 dm de ancho × 1 dm de alto. Un metro cúbico contiene 1 000 litros. Un litro de agua pura pesa un KILOGRAMO. Un metro cúbico de agua pesa UNA TONELADA = 1,000 kg.

Responde las siguientes preguntas.

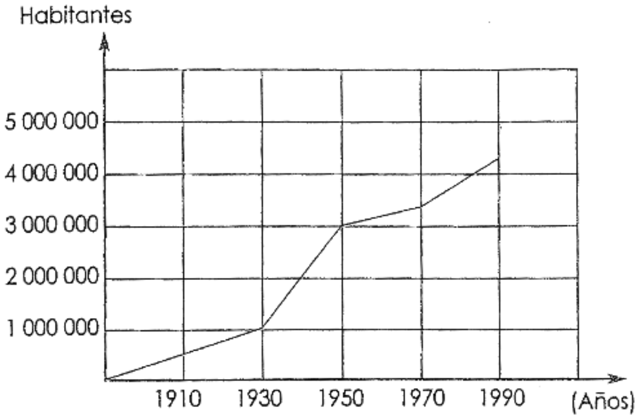
R. ¿Cuántos litros caben en un tinaco de 3 m^3? — R. *3,000 litros*

1. ¿Cuál es la unidad en las medidas de capacidad? — R. ________
2. ¿Cuántos litros caben en el volumen de 1 dm^3? — R. ________
3. ¿Cuánto pesa un litro de agua pura? — R. ________
4. ¿Cuántos kilogramos son una tonelada? — R. ________
5. ¿Cuántos litros contiene 1 m^3? — R. ________
6. ¿Cuántos kilogramos pesa 1 m^3 de agua pura? — R. ________
7. ¿Cuántos gramos pesa $\frac{1}{2}$ litro de agua pura? — R. ________
8. Si 1 dm^3 contiene 1,000 cm^3, ¿qué parte del litro es 1 cm^3? — R. ________
9. ¿Cuántos gramos pesa 1 cm^3 de agua pura? — R. ________
10. ¿Cuántos litros se necesitan para llenar 5 m^3? — R. ________
11. ¿Cuántos litros llenarán un garrafón de 20 dm^3? — R. ________
12. ¿Cuánto pesará una cubeta, si vacía pesa $\frac{1}{2}$ kg y la llenamos con $13\frac{1}{2}$ litros de agua pura? — R. ________
13. ¿Cuántos litros caben en un recipiente de $\frac{1}{2}$ m^3? — R. ________
14. ¿Cuántos litros caben en $\frac{1}{4}$ de m^3? — R. ________
15. Si en 1 dm^3 hay 1,000 cm^3, ¿cuántos cm^3 habrá en $3\frac{1}{2}$ dm^3? — R. ________

UNIDAD 8	# Inferir datos a partir del análisis
E.T. PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA	

Observa las gráficas y responde.

La gráfica poligonal proporciona información del número de habitantes de cierta ciudad en diferentes años.



Ejemplo: ¿Cuántas personas representa cada división del eje vertical? ____________

a. ¿Cuántos habitantes había en 1930? ____________

b. ¿En qué período se observa el mayor crecimiento poblacional? ____________

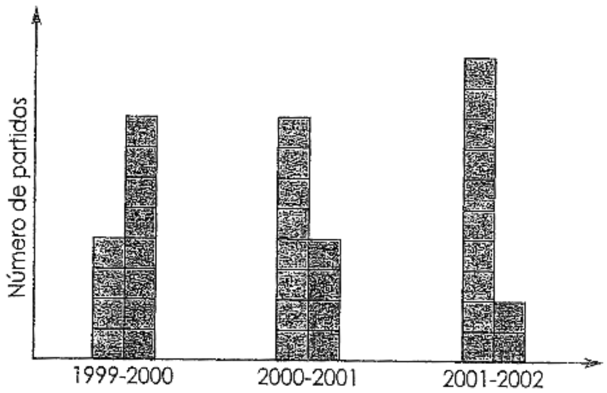
c. ¿De acuerdo con la gráfica, la población aumentará o decrecerá para el año 2010?
____

d. ¿Por qué lo crees así? ____________

La gráfica de barras representa los partidos perdidos y ganados de un equipo de basquetbol durante tres campañas.

Partidos ganados

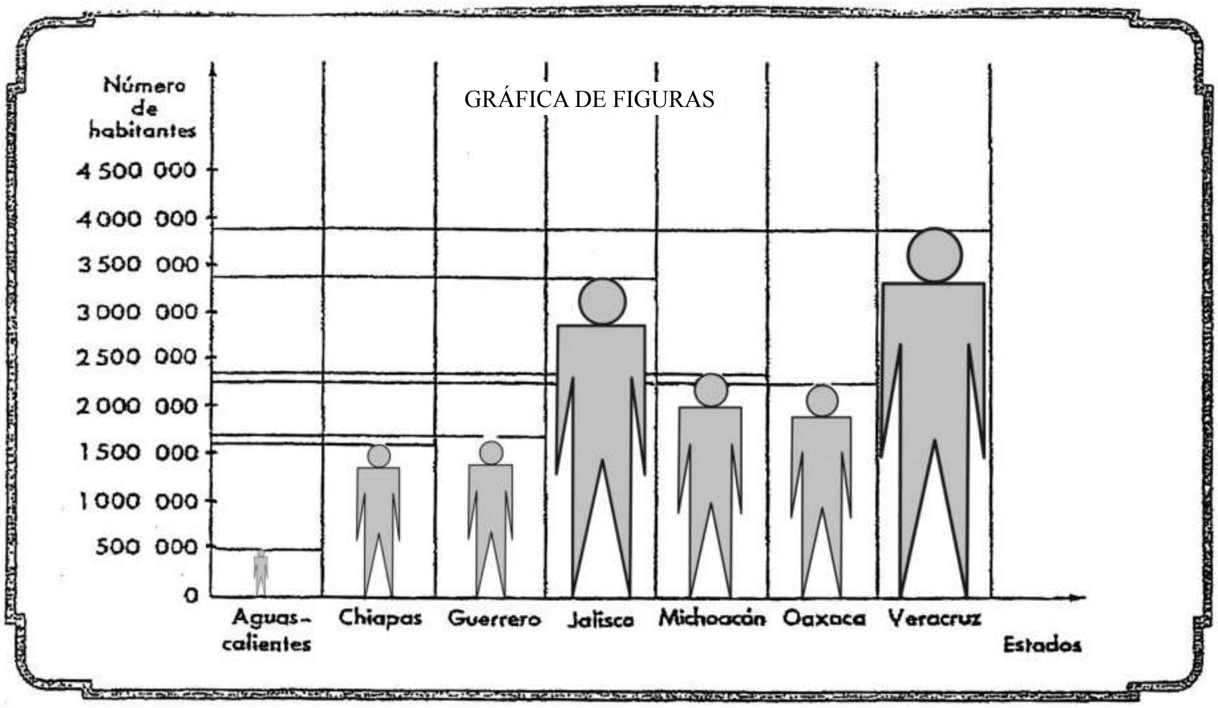
Partidos perdidos



a. ¿Cuántos partidos jugó el equipo cada campaña? ____________

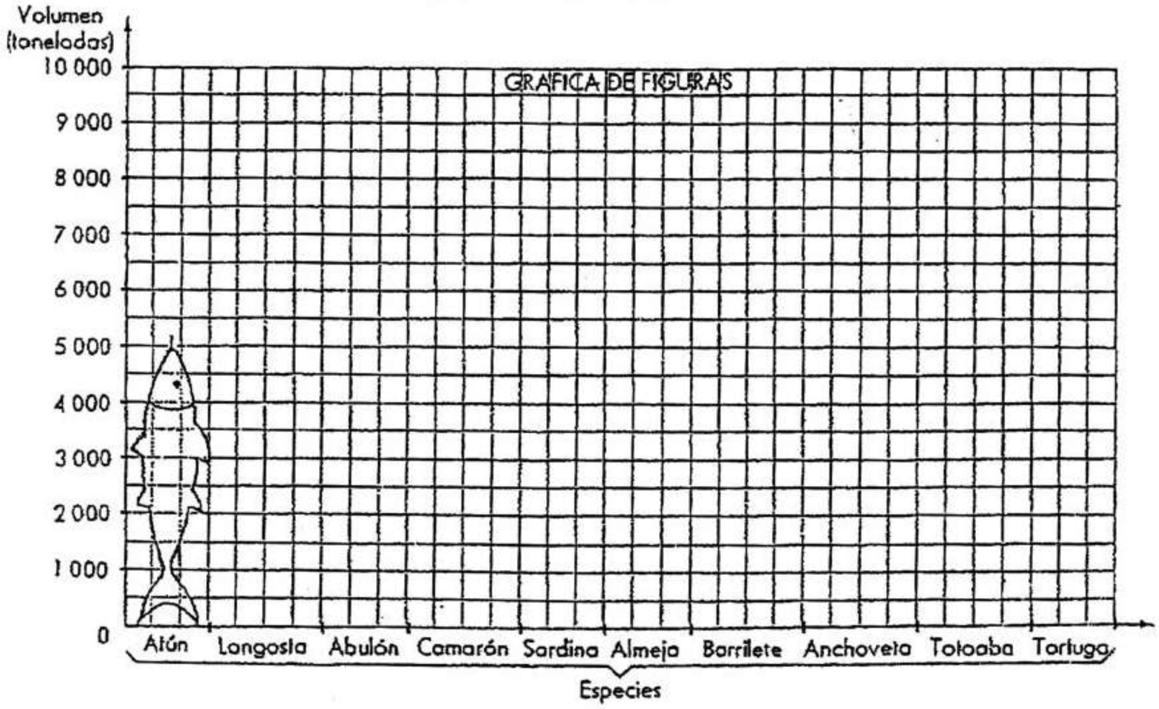
b. ¿En qué campaña el equipo tuvo una racha perdedora? ____________

c. ¿Crees que el equipo puede aspirar a ganar el campeonato en la campaña 2002-2003?
____________ ¿Por qué? ____________

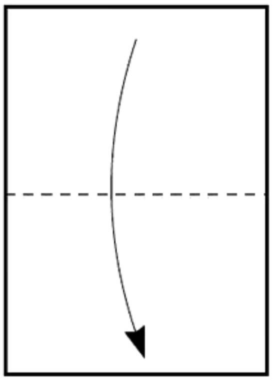


Elabora la gráfica de figuras.
Producción pesquera de un región del país.

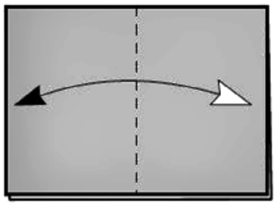
Especies										
Volumen (toneladas)	5 234	1 053	2 592	467	9 438	415	2 268	3 751	95	36



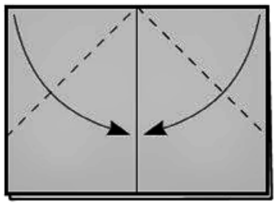
Elabora tu barco de papel



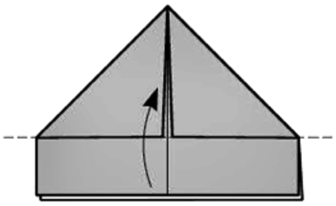
1 - Coger un papel tamaño A4 y doblar por la mitad.



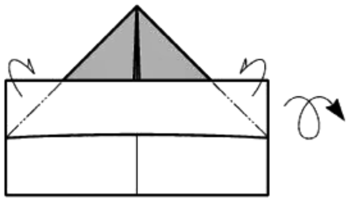
2 - Doblar por la mitad y deshacer.



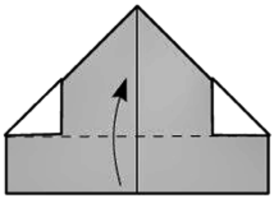
3 - Doblar hacia el centro.



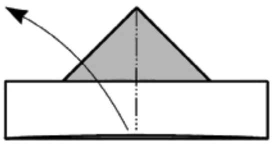
4 - Doblar hacia arriba la parte rectangular.



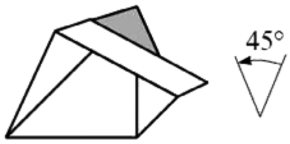
5 - Doblar las esquinas hacia atrás.



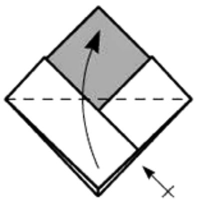
6 - Repetir los pasos 4 y 5.



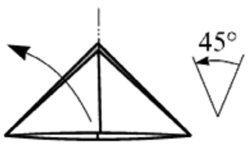
7- Abrir por la mitad hacia fuera.



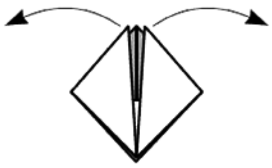
8 - Progresamos abriendo.



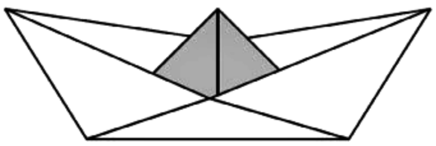
9 - Doblamos hacia arriba y repetimos por detrás.



10 - Abrimos igual que en los pasos 7 y 8.



11 - Tiramos desde las esquinas hacia fuera y abrimos.



12 - Barco terminado.